

Copies of this book can be had direct from Jaina Samakṛti
Samrakshaka Samgha, Santosha Bhavana,
Phaltan Galli, Sholapur (India)

Price Rs 12/ per copy exclusive of postage

जीवराज जैन ग्रंथमाला का परिचय

शोलापुर निवासी ब्रह्मचारी जीवराज गौतमप्रदक्षी रोधी कई वर्षों से सत्तार से उदासीन होकर बर्मकार्य में अपनी वृत्ति लगा रहे थे। सन् १९४ में उनकी यह प्रकृष्ट इच्छा हो उठी कि अपनी न्यायोपाकृत संपत्ति का उपयोग विनोद रूप से धर्म और समाज की उत्थिति के कर्म में करें। तदनुसार उन्होंने समस्त देश का परिभ्रमण कर जैन विद्वानों से साक्षात् और लिखित सम्मेलनों इस बात की संग्रह की कि कौन से कर्म में संपत्ति का उपयोग किया जाय। सन् १९४१ के मध्य तक कर लेने के पश्चात् सन् १९४१ के मध्य तक में ब्रह्मचारीजी ने तीर्थक्षेत्र गङ्गपया (नासिक) के शीतल बातावरण में विद्वानों की समाज एकत्र की और उद्घाटन पूर्वक निर्देश के स्थित उक्त विषय प्रस्तुत किया। विद्वत्सम्मेलन के पश्चात् ब्रह्मचारीजी ने जैन सस्कृति तथा साहित्य के समस्त क्षेत्रों के संरक्षण, उद्धार और प्रचार के हेतु से 'जैन सस्कृति संरक्षण सभ' की स्थापना की और उक्त स्थित १,) तीर्थ उद्धार के दान की घोषणा कर दी। उनकी परिश्रमनिवृत्ति जाती गई, और सन् १९४४ में उन्होंने लगभग ५,) दो हजार की अपनी संपूर्ण संपत्ति सभ को दत्त रूप से अर्पण कर दी। इस तरह आपने अपना सर्वस्व का त्याग कर १९-१-१० को अत्यन्त साधुवानी और समाधान से समाधिमें आराधना की। इसी सभ के अन्तर्गत 'जीवराज जैन ग्रंथमाला' का संपादन हो रहा है। प्रस्तुत ग्रंथ इसी ग्रंथमाला का बारहवां पुष्प है।

प्रकाशक

गुणरत्न दिवाकर दासी
जैन संस्कृति संरक्षण सभ
शोलापुर

मुद्रक

बाबूजी शास्त्री
व्यापार प्रकाश प्रेस,
आसोबास मार्ग, बायागरी



स्व. ब्रह्मचारी जीवराज गौतमचंदजी दोशी,
संस्थापक जैन सस्कृति संरक्षक सघ, शोलापूर

Copies of this book can be had direct from Jaina Samakṛti
Samrakshaka Samgha Santosha Bhavana,
Phaltan Galli, Sholapur (India)

Price Rs 12/ per copy exclusive of postage

जीवराज जैन ग्रंथमाला का परिचय

शोलापुर निवासी ब्रह्मचारी जीवराज गौतमचंद्रजी दोशी कई वर्षों से संसार से उगलीन होकर बर्मेश्वर में अपनी वृत्ति बना रहे थे। सन् १९४४ में उनकी यह प्रवृत्ति हटकर हो उठी कि अपनी न्यायोपाकृत संपत्ति का उपयोग विशेष रूप से बम और समाज की उत्थिति के कार्य में करें। तदनुसार उन्होंने समस्त देश का परिभ्रमण कर जैन विद्वानों से साक्षात् और लिखित सम्मेलनों द्वारा बात की समझ की कि कौन से कार्य में संपत्ति का उपयोग किया जाय। तदुक्त मत सच्य कर लेन के पश्चात् सन् १९४९ के प्रीम्स काज में ब्रह्मचारीजी ने तीर्थक्षेत्र गढ़पवा (नासिका) के शीतल बाठावरण में विद्वानों की समाज दफ्तर की और उद्घाटोह पूर्वक निर्णय के लिये उक्त विषय प्रस्तुत किया। विद्वत्सम्मेलन के फलस्वरूप ब्रह्मचारीजी ने जैन संस्कृति तथा साहित्य के समस्त अंगों के संरक्षण, उद्धार और प्रचार के हेतु से 'जैन संस्कृति संरक्षक सघ' की स्थापना की और उसके लिये १,) तीस हजार के दान की घोषणा कर दी। उनकी परिग्रहनिवृत्ति बढ़ती गई, और सन् १९४४ में उन्होंने जमाना २) दो लाख की अपनी संपूर्ण संपत्ति सघ को दान रूप से बर्पण कर दी। इस तरह आपने अपने सर्वस्व का त्याग कर दि १९-१-५० को अत्यन्त साधुवानी और समाधान से समाभिमरणकी आराधना की। इसी सघ के अन्तर्गत 'जीवराज जैन ग्रंथमाला' का संचालन हो रहा है। प्रस्तुत ग्रंथ इसी ग्रंथमाला का बारहवाँ पुष्प है।

प्रकाशक

गुणकान्द हिराचन्द्र दोशी

जैन संस्कृति संरक्षक सघ

शोलापुर

मुद्रक

बाबूकृष्ण शास्त्री

प्राथमिक प्रकाशक प्रेस

काशीमेरु मार्ग, बायपसी

जीवराज जैन ग्रन्थमाला, ग्रन्थ १२

ग्रन्थमाला-संपादक

डॉ० आ. ने. उपाध्ये व डॉ० हीरालाल जैन

महावीराचार्य-विरचित

ग णि त सा र - सं ग्र ह

(गणित शास्त्र विषयक प्राचीन ग्रन्थ)

संस्कृत मूल, हिन्दी अनुवाद व प्रस्तावना,
परिशिष्ट आदि सहित
प्रामाणिक रूप से संपादित

संपादक

लक्ष्मीचन्द्र जैन

जबलपुर

प्रकाशक

श्री गुलाबचन्द हिराचन्द दोशी

जैन संस्कृति संरक्षक संघ

सोलापुर

वी. नि. संवत् २४९०

सन् १९६३

विक्रम संवत् २०२०

मूल्य रु. १२ मात्र

FOREWORD

I have had the privilege of going through this edition of *Mahāvīrāchārya's Gaṇitasāra-Saṃgraha* prepared with critical annotations and an introduction by Prof. L. O. Jain of the Department of Mathematics, Govt. Science College, Jabalpur, under the general editorship of the renowned orientalist, Dr. A. N. Upadhye and Dr. H. L. Jain.

Apart from the extreme care which the learned editor has exercised in the choice of technical expressions and terminology in Hindi throughout this edition, what struck me the most is his sympathetic and erudite understanding of the highly intricate interactions among various schools of mathematical thought that must have gone into the making of a background for a classic like the *Gaṇitasāra-Saṃgraha*. And this, I am sure places the present edition on a distinctly higher than ever-attained plane of excellence.

I hail the appearance of this work of Prof. L. O. Jain in the world of learning.

T. PATI

*Head of the Department of Mathematics
University of Jabalpur*

JABALPUR

November 4 1963

विषय-सूची

(१) डा० त्रि० पति का प्राक्कथन (Foreword)	IV
(२) ग्रन्थमाला संपादकीय	viii
(३) प्रो० वागीजी का प्रास्ताविक (Introductory)	x
(४) संपादकीय (Editorial)	xv
(५) प्रस्तावना	1
गणित इतिहास का सामान्य अवलोकन ...	2
गणित इतिहास का विशिष्ट अवलोकन	12
(६) गणितसारसंग्रह-मूल और अनुवाद	
१ संज्ञा (पारिभाषिक शब्द) अधिकार	१
मङ्गलाचरण	१
गणितशास्त्र प्रशंसा	२
क्षेत्र-परिभाषा (क्षेत्रमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि)	४
काल-परिभाषा (कालमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि)	४
धान्य-परिभाषा (धान्यमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि)	५
सुवर्ण-परिभाषा (स्वर्णमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि)	५
रजत-परिभाषा (रजतमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि)	५
लोह-परिभाषा (लोह धातुमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि)	६
परिकर्म नामावलि (गणित की मुख्य क्रियाओं के नाम)	६
शून्य तथा धनात्मक एवं ऋणात्मक राशि सम्बन्धी सामान्य नियम	६
संख्या सज्ञा	७
स्थान नामावलि (सकेतनात्मक स्थानों के नाम)	८
गणक गुण निरूपण	८
२ परिकर्म व्यवहार (अङ्कगणित सम्बन्धी क्रियाएँ)	९
प्रत्युत्पन्न (गुणन)	९
भागहार (भाग)	१२
वर्ग	१३
वर्गमूल	१५
घन	१६
घनमूल	१८
सकलित (श्रेणियों का संकलन)	२०
व्युत्कलित	३२
३ कलासवर्ण व्यवहार (भिन्न)	३६
भिन्न प्रत्युत्पन्न (भिन्नों का गुणन)	३६

मित्र मागहार (मित्रों का भाग)	३७
मित्र सम्बन्धी वग, बगमूख पन पनमूख	३८
मित्र सक्रिय (मित्रानक भेदियों का बोधकरत्र)	३९
मित्र सुक्रिय (भेदिरूप मित्रों का सुक्रियन)	४१
कर्मवर्ग पद जाति (छः प्रकार के मित्र)	४८
मागजाति (साधारण मित्रों का बोध और पगना)	४८
प्रमाण और भागभाग जाति (समुह और बटिख मित्र)	५९
मागानुक्त्य जाति (संवत् मित्र)	६१
मागापवाद जाति (नियमित मित्र)	६३
मागमातृ जाति (३१ या अधिक प्रकार के मित्रों से समुह मित्र)	६३
४ प्रकीर्णक व्ययहार (मित्रों पर विविध प्रश्न)	६८
माग और शेष जाति	६९
मूल जाति	७३
शेषमूल जाति	७४
द्विरम शेषमूल जाति	७५
अद्यमूल जाति	७७
माग संवत्त जाति	७८
ऊनाधिक अद्यवर्ग जाति	७९
मूलमित्र जाति	८०
मित्र हस्त जाति	८१
५ त्रैराशिक व्ययहार	८३
अनुक्रम त्रैराशिक	८३
व्यस्त त्रैराशिक	८५
व्यस्त पंचराशिक	८५
व्यस्त सप्तराशिक	८६
व्यस्त नवराशिक	८६
गति विवृति	८६
पंचराशिक सप्तराशिक, नवराशिक	८७
मागद्वयीमागद्व (विनिमय)	८९
रूप विवरण	८९
६ मिश्रक व्ययहार	९१
सम्पन्न और विपन्न संक्रमण	९१
द्वैराशिक विधि	९१
वृत्ति विधान (व्याज)	९४
प्रथमक पुद्गीराज (समानुसारी भाग)	९८
द्वितीयक पुद्गीराज	९९

विषम कुट्टीकार	१२३
सकल कुट्टीकार	१२४
सुवर्ण कुट्टीकार	१३५
विचित्र कुट्टीकार	१४५
श्रेढीबद्ध सकलित (श्रेणियों का सकलन)	१६५

७ क्षेत्रगणित व्यवहार (क्षेत्रफल के माप सम्बन्धी गणना)	१८१
व्यावहारिक गणित (अनुमानतः मापसम्बन्धी गणना)	१८२

सूक्ष्म गणित	१९२
--------------	-----

जन्य व्यवहार	२०४
--------------	-----

पैशाचिक व्यवहार	२१३
-----------------	-----

८ खात व्यवहार (खोह अथवा गढ़ा सम्बन्धी गणनाएँ)	२५१
---	-----

सूक्ष्म गणित	२५१
--------------	-----

चित्ति गणित (ईंटों के ढेर सम्बन्धी गणित)	२६२
--	-----

क्रकचिका व्यवहार	२६७
------------------	-----

९. छाया व्यवहार (छाया सम्बन्धी गणित)	२६९
--	-----

परिशिष्ट १ सख्या निरूपक शब्दावलि	(अंतिम) १
----------------------------------	-------------

२ अनुवाद में अवतरित संस्कृत शब्द	११
----------------------------------	----

२ अ ग्रथ में प्रयुक्त संस्कृत पारिभाषिक शब्दावलि	३८
--	----

३ उत्तर-माला	२७
--------------	----

४ माप-सारणी	३५
-------------	----

५ कारजा जैन-भण्डार प्रति-परिचय	५५
--------------------------------	----

६ प्रोफेसर रगाचार्य और डेविड आइजिन सिमथ की प्रस्तावनाएँ	६४
---	----

प्रस्तावना की अनुमक्रणिका	७८
---------------------------	----

शुद्धि-पत्र	८१
-------------	----

ग्रन्थमाला सपादकीय

पद्मा, क्षिप्रना और मिनना ये मनुष्य की मौखिक विषाये मानी गई हैं। वेन शास्त्रों में किन बहुर पद्याओं का उल्लेख मिलता है उनमें सर्वप्रथम रथान लेख क्य और दूसरा गणित का है। तथापि भ्राम्मों में प्रायः इन कथकों को 'उद्दिष्टाद्यो गणित्यप्युद्दिष्टाद्यो' अर्थात् ऐस्तान्त्रिक, किन्तु गणित प्रधान कहा गया है। इससे सिद्ध होता है कि बालक की शिक्षा में एव मानवीय व्यवहार में गणित का बड़ा महत्त्व था।

वेन-साहित्य ग्रन्थि धर्म व दर्शन प्रधान है, तथापि उसमें गणित-शास्त्र का उपयोग व व्याख्यान पर पर पर पाया जाता है। विशेषतः इस साहित्य के चार अनुयोग—प्रथम, करण, चरण और द्रव्य मापे गये हैं। उनमें परत्रानुपामा में धक का स्वकम गणित पामा जाता है और उस निमित्त से सूर्य, चन्द्र व नक्षत्र तथा हीर, समुद्र व्यापि क बिबरणों में गणित की नाना प्रक्रियाओं का प्रचुरता से उपयोग किया गया है। स्वप्रकृति, चन्द्रप्रकृति एव अन्वृष्टीप्रकृति नामक उपासों में तथा विद्योपपत्ति, पट्टककाम की पत्रक दीक्षा एवं गम्भारार व विद्योपकार तथा उनकी दीक्षाओं में प्रचुरता से गणित का प्रयोग पामा जाता है; और यह भारतीय प्राचीन गणित के विकास को समझने के लिये बड़ा महत्त्वपूर्ण है। सूर्यप्रकृति को वा गणितानुपामा भी कहा गया है। वैश्विक परम्परा में गणित का नियम वेदाङ्ग ज्योतिष आदि व्यापिष के प्रयोग में प्रयुक्त पाया जाता है। पौषवी राती में हुए आर्यभट्ट की एक सर्वप्रथम व्यापिषी पाये जाते हैं किहीन अथन भावावस्थात नामक कृति में ३३ स्थाकन्याक गणित का एक प्रकरण स्वतन्त्र रूप से बोद्धा है। उनक परवान् हुए ब्रह्मगुप्त ने भी अपन ब्राह्म स्रुत सिद्धान्त नामक ग्रन्थ में गणित का एक अध्याय बोद्धा है।

इस समय परम्परा में एक भी एसा ग्रन्थ नहीं पितार्ह होता जो पूर्वतः गणित-विषयक कहा जा सक। एसा सर्वप्रथम ग्रंथ महादीपचार्य हुए गणितकार-समूह ही है जिसकी रचना सत्रह नरेण भूमोपबर्ष के राजतराम में हुई थी आ गन् ८१३ से ८८ ईस्वी तक पाया जाता है। यह राजा वेनधर्म का बड़ा अनुगामी था और उक्त काल में बहुत से वेन साहित्य की रचना हुई। राजा स्वयं एक कवि था और प्रभाकर-नक्ष मातिका नामक ग्रन्थात सुमारित करिता उर्मी थी बनाई निरू इसी है। प्रस्तुत ग्रन्थ की उपासिका में ही अनुपार्य की बड़ी प्रशंसा की गई है। यही आ उन्हें महान् यथाव्यात-व्यापिष-जलपि आदि विगणित विषय हैं उनकर म एसा अनुमान होता है कि ऊहीन राजापाग कर मुनिधर्म्य पारत किया जा। उर्ना-गता व अन्त म जो ऊर्दे 'विद्येनार्त्त यनरागमन' कहा है उक्त भी एसी बात का समर्थन करता है। (विपिष की ही एसा वेन गणित नरेण भूमोपबर्ष की वेन-दीक्षा वेन सिद्धान्त मातकर, अर्थात् १४३)। एसा प्रस्तुत गणित विषयक ग्रंथ एसा भी सिद्ध है का आर्यभट्ट नहीं महादीपचार्य म

पूर्वकालीन हो। पेशावर के समीप ब्रक्षाली नामक ग्राम में भूमि के भीतर से एक भूर्ज पत्र पर लिखे हुए ग्रंथ के खड सन् १८८१ में प्राप्त हुए। इनकी छानबीन से पता चला कि इनमें भिन्न, वर्गमूल, समान्तर और गुणोत्तर श्रेणियाँ आदि गणित की प्रक्रियाओं का वर्णन है। कुछ विद्वान् इस ग्रंथ को तीसरी चौथी शती की रचना का अनुमान करते हैं और कुछ इसे बारहवीं शती के लगभग रखने के भी पक्ष में हैं। (देखिये Bibhutibhusan Datta *The Bakhshālī Mathematics*, Bul Cal. Math Soc, XXI, 1 (1929), pp. 1-60)

प्रस्तुत सर्वोत्तम गणित ग्रंथ के महत्त्व को समझ कर इसका सम्पादन प्रोफेसर रगाचार्य ने अंग्रेजी अनुवाद सहित सन् १९१२ में किया था जिसका प्रकाशन मद्रास गवर्नमेंट की ओर से हुआ था। इधर अनेक वर्षों से वह प्रकाशन अलभ्य है जिसके कारण प्राचीन गणित के विद्वानों व शोधकों को बड़ी असुविधा प्रतीत होती थी। इसी कारण यह आवश्यक समझा गया कि इस ग्रंथ का पुनः सशोधन, अनुवाद व प्रकाशन कराया जाय। यह कार्य गणित के प्राध्यापक श्री लक्ष्मीचन्द्र जैन ने अपने हाथ में लिया और उन्होंने अपने हिन्दी अनुवाद तथा प्रस्तावना में विषय को सुस्पष्ट करने में बड़ा परिश्रम किया है जिसके लिये हम उनके बहुत कृतज्ञ हैं। प्रस्तुत ग्रंथमाला के अधिकारियों ने इस ग्रंथ को प्रकाशित करना सहर्ष स्वीकार किया इसके लिये वे धन्यवाद के पात्र हैं। इस ग्रंथ के लिए प्रो० भूपाल बाळप्पा वागी (धारवाड) ने महत्त्वपूर्ण प्रास्ताविक लिखा है, जिसके लिए हम उनके आभारी हैं। अनेक सम्पादन व मुद्रण सम्बन्धी कठिनाइयों के कारण ग्रंथ के प्रकाशन में बहुत विलम्ब हुआ इसका हमें दुःख है। विद्वानों से हमारी प्रार्थना है कि वे इस महत्त्वपूर्ण शास्त्र के सम्बन्ध में अपने अभिमत व सुझाव निस्सकोच भेजने की कृपा करें, जिससे विषय का उत्तरोत्तर परिमार्जन होता रहे।

ही ला जैन
आ ने. उपाध्ये
प्रधान सम्पादक

INTRODUCTORY

Āryabhaṭa, the elder (c 510 A D), Brahmagupta (c 628 A. D) Mahāvīrāchārya (c 850 A. D) and Bhāskarāchārya (c. 1150 A D) are the most eminent mathematicians of ancient India

Mahāvīrāchārya the author of the Gaṇitasāra Saṃgraha, lived in a period well known, in the history of South India, for its prosperity, political stability and academic fertility He was a contemporary and enjoyed the patronage of Nṛpatunga, or Amoghavarsha (815-877 A. D) of the Rāshtrakūṭa dynasty Nṛpatunga was ruling at Māyakheta, but his kingdom extended far northwards His capital was a centre of learning He was not only a mighty ruler but also a patron of poets and himself a man of literary aptitude and attainments A Kannaḍa work, Kavirājamērga, on poetics is attributed to him He was a great devotee of Jinasena (the author of Ādipurāna and Pārsavābhyudaya) whose ascetic practices and literary gifts must have captivated his mind He soon became a pious Jaina and renounced the kingdom in preference to religious life as mentioned by him in his Sanskrit work, the Prasūottara-ratnamālā and as graphically described by his contemporary Mahāvīrāchārya in his Gaṇitasāra Saṃgraha

Mahāvīrāchārya combines the discipline of seasoned mathematician with the warm and vivid imagination of a creative poet He skilfully summarizes all the known mathematics of his time into a perfect textbook which was used for centuries in the whole of southern India He states rules clearly and precisely He simplifies and sharpens many processes He generalises many a theorem shedding light on new aspects by apt illustrations Gaṇitasāra Saṃgraha is a veritable treasury of problems many of which are characterised by mathematical subtlety, poetic beauty and delicate hint of refined humour qualities so rare in a mathematical text book It is difficult to decide in a textbook, what is old and what is the original contribution of the author

Here is a brief survey of the contents of the book :

Chapter I opens with the salutation to Lord Mahāvīra, the twentyfourth Tīrthankara of the Jainas, who by his knowledge of the science of the numbers illuminates the three worlds. This is followed by a warm and handsome tribute of gratitude paid to his royal patron, Amoghavarsha. After this, comes the most enthusiastic and unique panegyric ever bestowed on the science of Mathematics. Then we have measures used, names of operations and numerals. Rules governing the use of negative numbers are correctly stated, those regarding the use of zero may be stated in modern notation thus :

$$a \pm 0 = a; \quad a \times 0 = 0, \quad a - 0 = a$$

The last part is obviously wrong. As regards the square root of a negative number, the author observes that since squares of positive and negative numbers are positive, square root of a negative number cannot exist. Considering the limitations of his time, Mahāvīrachārya could not have reached a more sensible conclusion. We may note, in this context, that the necessary extension of the concept of number which assimilates square roots of negative numbers into the number system, was achieved as late as in 1797 by C Wessel a Norwegian surveyor (Bell's 'The Development of Mathematics' page 177).

Chapter II deals, in respect of integers, with operations of multiplication, division, squaring and its inverse, cubing and its inverse, arithmetic and geometric series.

Problem II 17 In this problem, put down in order (from the unit's place upwards) 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1 and 1, which (figures so placed) give the measure of a number and (then) if this number is multiplied by 91, there results that necklace which is worthy of a prince. The 'Necklace' referred to, may be displayed thus :

$$11011011 \times 91 = 1002002001$$

Two more 'garlands worthy of a prince' are (II 11, 15) :

$$333333666667 \times 33 = 11000011000011,$$

$$\text{and } 752207 \times 73 = 11, 111, 111.$$

Chapters III and IV are devoted to elementary operations with fractions. Mahāvīrāchārya has paid considerable attention to the problem of expression of a unit fraction as the sum of unit fraction. This problem has interested mathematicians from remote antiquity (Ahmes Papyrus 1650 B C) Here are three relevant problems (II 75, 77, 78) set in modern notation

$$(1) 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48}$$

$$(2) 1 = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{(2n-1)2n} + \frac{1}{2n}$$

$$(3) \frac{1}{n} = \frac{a_1}{n(n+a_1)} + \frac{a_2}{(n+a_1)(n+a_1+a_2)} + \frac{a_{r-1}}{(n+a_1+a_2+\dots+a_{r-1})(n+a_1+a_2+\dots+a_r)} + \frac{a_r}{a_r(n+a_1+a_2+\dots+a_r)}$$

Problem IV 4 One third of a herd of elephants and three times the square root of the remaining part (of the herd) were seen on the mountain slope, and in a lake was seen a male elephant along with three female elephants. How many were the elephants there?

Here is a sample of monkish humour!

Chapter V treats 'Rule of Three' and its generalised forms

Chapter VI Having created the arithmetical apparatus in the earlier chapters in this long chapter, Mahāvīrāchārya applies it to solving many problems which one encounters in life such as money lending, number of combinations of given things, indeterminate equations of first degree, etc.

Problem (VI 128½): In relation to twelve (numerically equal) heaps of pomegranates which having been put together and combined with five of those (same fruits) were distributed equally among 19 travellers. Give out the numerical measure of (any) one heap

Problem (VI 218) The number of combinations of n different things taken r at a time is

$$\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r} \text{ or } \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

It is interesting to note that this general formula was discovered in Europe as late as in 1634 by Herigone (Smith's History of Mathematics Vol. II) We may also recall here that the number 7 which occurs in Saptabhangī provides a simple example in the theory of Permutations and Combinations A layman can verify that he can form seven and only seven different combinations of three distinct objects. Jainas have been using mathematics freely in their sacred literature from very remote antiquity. The above example supports this fact

Problem (VI 220): O friend, tell me quickly how many varieties there may be, owing to variation in combination of a single-string necklace made up of diamonds, sapphires, emeralds, corals and pearls ?

Problem (VI 287): What is that quantity which when divided by 7, (then) multiplied by 3, (then) squared, (then) increased by 5, (then) divided by $3/5$, (then) halved and (then) reduced to its square root, happens to be 59.

Note the sheer devilry of it !

In chapters VII and VIII problems on mensuration are treated. Some of the formulas used are noted here :

(1) The Pythagorean formula for the sides of a right angled triangle is $a^2 = b^2 + c^2$ where a is the hypotenuse

(2) Area of $\triangle ABC$ is

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ where } 2s = a + b + c.$$

(3). The area and the diagonals of a quadrilateral ABCD are :

$$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \text{ where } 2s = a + b + c + d,$$

$$\sqrt{\frac{(ac+bd)(ab+cd)}{ad+bc}}, \quad \sqrt{\frac{(ac+bd)(ad+bc)}{ab+cd}}.$$

It is unfortunate that both Mahāvīrāchārya and his predecessor Brahmagupta made the common mistake of not mentioning the fact that these formulas hold for cyclic quadrilaterals only.

(4). $\pi = 3$ or $\sqrt{10}$.

(5). The circumference of an ellipse whose major and minor axes are of lengths $2a$ and $2b$ is $\sqrt{24b^2 + 16a^2}$ which reduces to $2\pi a \sqrt{1 - \frac{3}{5}e^2}$ where e is the eccentricity It is difficult to imagine

Chapters III and IV are devoted to elementary operations with fractions. Mahāvīrāchārya has paid considerable attention to the problem of expression of a unit fraction as the sum of unit fractions. This problem has interested mathematicians from remote antiquity (Ahmes Papyrus 1650 B.C.) Here are three relevant problems (II 75, 77, 78) set in modern notation.

$$(1) 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2 \times 3}$$

$$(2) 1 = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{(2n-1)2n} + \frac{1}{2n}$$

$$(3) \frac{1}{n} = \frac{a_1}{n(n+a_1)} + \frac{a_2}{(n+a_1)(n+a_1+a_2)} + \frac{a_{r-1}}{(n+a_1+a_2+\dots+a_{r-1})(n+a_1+a_2+\dots+a_r)} + \frac{a_r}{a_r(n+a_1+a_2+\dots+a_r)}$$

Problem IV 4 One third of a herd of elephants and three times the square root of the remaining part (of the herd) were seen on the mountain slope; and in a lake was seen a male elephant along with three female elephants. How many were the elephants there?

Here is a sample of monkish humour!

Chapter V treats 'Rule of Three' and its generalised forms.

Chapter VI. Having created the arithmetical apparatus in the earlier chapters in this long chapter, Mahāvīrāchārya applies it to solving many problems which one encounters in life such as money lending, number of combinations of given things, indeterminate equations of first degree, etc.

Problem (VI 128) In relation to twelve (numerically equal) heaps of pomegranates which having been put together and combined with five of those (same fruits) were distributed equally among 10 traveller. Give out the numerical measure of (any) one heap.

Problem (VI 218) The number of combinations of n different things taken r at a time is

$$\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r} \text{ or } \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

EDITORIAL

The work of Hindi translation of *Ganitasāra-Samgraha* was entrusted to me by Dr. H. L. Jain in 1951, soon after I had joined the College of Science at Nagpur. It took nearly twelve years for its publication. During this period, while in his contact, I became interested in the study of mathematical contents of the old Prakrit texts (*Dhavalā* and *Tiloyapannatti*), recently brought to light and edited with Hindi translation by him. It was easy to mark out the difference between the treatment in *Ganitasāra-Samgraha* and the mathematical contents of the Prakrit texts. The former is a work on Indian logistics or *Laukikī*, a few portions of which could be useful for the study of the latter which we may call Indian arithmetica. *Artha*, in Prakrit texts, implies the measure of substance, field, time and beings' becomings in terms of monads. The Prakrit texts, made known to the Hindi world by Dr. H. L. Jain and others, form important sources of Indian arithmetica which throw light on the darkest period of Indian history of mathematics. It is regretted that certain articles of Dr. A. N. Singh on these topics are not known to historians of mathematics, for they were not published in recognized mathematical magazines. A reference to these was made by Sinhal in an article on Dr. Singh in *Ganita*, Vol 5, No. 2, (1954).

In the present work, I have based the translation mainly on the English translation of Professor Rangāchārya, taking liberty of Hindi expressions and keeping his notes intact. In the introduction I have tried to give a general observation on the history of mathematics upto the time of Mahāvīrāchārya. This is chiefly based on Bell's *Development of Mathematics and History of Hindu Mathematics* by Datta and Singh. Then I have given a specific observation on the history of mathematics of the Pythagorean era. In this I have given relevant references of the works which form important sources of Indian arithmetica, and have tried to correlate certain similarities in Greek, Egyptian, Babylonian, Indian and Chinese arithmetica etc. I have concluded therein that the mathematics developed in the school of Vardhamāna Mahāvira

how Mahāvīrācharya could attain such a close approximation without the help of the powerful tools available to us

Chapter IX treats the so called 'Shadow Problems.'

Raobahadur Rangāchārya's edition of Ganitasāra-Samgraha with English translation has been out of print for over thirty five years. Thanks to the zeal and labours of Prof. L. C. Jain, the present edition with Hindi translation goes some way to meet a long felt need. It is however felt that a new edition with English translation by an experienced Mathematician who knows Sanskrit well is an urgent need.

The writer is thankful to his learned friends Dr Hiralalji Jain and Dr A. N. Upadhye for assigning to him the pleasant task of writing this foreword

DHARWAR, October 1963

B B BAGI

EDITORIAL

The work of Hindi translation of *Ganitasāra-Samgraha* was entrusted to me by Dr. H. L. Jain in 1951, soon after I had joined the College of Science at Nagpur. It took nearly twelve years for its publication. During this period, while in his contact, I became interested in the study of mathematical contents of the old Prakrit texts (*Dhavalā* and *Tiloyapannatti*), recently brought to light and edited with Hindi translation by him. It was easy to mark out the difference between the treatment in *Ganitasāra-Samgraha* and the mathematical contents of the Prakrit texts. The former is a work on Indian logistics or *Laukikī*, a few portions of which could be useful for the study of the latter which we may call Indian arithmetica. *Artha*, in Prakrit texts, implies the measure of substance, field, time and beings' becomings in terms of monads. The Prakrit texts, made known to the Hindi world by Dr. H. L. Jain and others, form important sources of Indian arithmetica which throw light on the darkest period of Indian history of mathematics. It is regretted that certain articles of Dr. A. N. Singh on these topics are not known to historians of mathematics, for they were not published in recognized mathematical magazines. A reference to these was made by Sinval in an article on Dr. Singh in *Ganita*, Vol. 5, No 2, (1954).

In the present work, I have based the translation mainly on the English translation of Professor Rangāchārya, taking liberty of Hindi expressions and keeping his notes intact. In the introduction I have tried to give a general observation on the history of mathematics upto the time of Mahāvīrāchārya. This is chiefly based on Bell's *Development of Mathematics and History of Hindu Mathematics* by Datta and Singh. Then I have given a specific observation on the history of mathematics of the Pythagorean era. In this I have given relevant references of the works which form important sources of Indian arithmetica, and have tried to correlate certain similarities in Greek, Egyptian, Babylonian, Indian and Chinese arithmetica etc. I have concluded therein that the mathematics developed in the school of Vardhamāna Mahāvīra

is one of the connecting and missing links in the history of Mathematics.

I have traced these developments in a systematic form in the *Jīva Tatva Pradīpikā* commentary on *Gommaṭasāra*. It abounds in symbolism for place value logarithms, transfinite and finite cardinals, sets and operators. One may be confused to see that a single symbol has been used in various texts to denote various measures or operations. For example zero as a circle stands for a negative sign, for one sensed soul, for the *agr̥hita* stage of soul (for a void), for filling up gaps, and for a place value. Sets are of varying oscillating and constant types. A kind of well ordering concept seems to have been used in formation of sequences from the greatest transfinite set. Comparability also plays an important role in the treatment.

Thus *Mahāvīrāchārya* had before him, the works of his predecessors, both in logistics and in arithmetica. He made a clear remark in his connection, in verse 70, Chapter 1 for a study of *Āgama* for further details. His work contains other elementary descriptions on series etc. found in details in Prakrit texts, referred above. It seems that his acquaintance with proper infinities in which monads alone played the role of division etc., made him to think of division by zero as a distribution in a logical way. If a sum is to be distributed to none the sum would remain unaffected.

The first four appendices contain practically the same matter as appeared in *Rangāchārya's* translation. The fifth appendix contains new collation material compiled at the instance of Dr. H. L. Jain from certain manuscripts from Karanja. In the sixth appendix it has been thought useful to reproduce the preface of Professor *Rangāchārya* and introduction of Professor David Eugene Smith.

Thanks are due to Professor B. D. Dube for his kindness to give valuable suggestions. Thanks are also due to the proprietor of the Press for his kind co-operation.

I am grateful to my Principal, Shri G. R. Inamdar and to my senior colleague Prof. K. S. Rathore, for their affectionate patronage. My gratitude is also due to Prof. S. B. Gour for his close assistance.

शुद्धमूर्च्छा

श्री १०५ पू० क्षु० मनोहर वर्णी 'सहजानन्द'

जिन्होंने

निरन्तर ज्ञान तप साधना रत हो

“स्या स्वस्मै स्वे सुखी स्वयम्” उद्घोष गीत से

संतप्त जग जीवन मे

चन्द्र सितारा मय

शीतल सम्यक्त्व-प्रभात

उतारा है

तथा

जीवन बन्धु विनोबा भावे

जिन्होंने

सर्वोदय और भूमिदानादि रत्न दीपों से

कृष्ण क्षुब्ध तम जलधि तटो पर

सुप्त प्राणों के प्राणों को

जागृत रखा है

को

सादर

सस्नेह

is one of the connecting and missing links in the history of Mathematics

I have traced these developments in a systematic form in the *Jīva Tatva Pradīpikā* commentary on Gommatasāra. It abounds in symbolism for place value logarithms, transfinite and finite cardinals sets and operators. One may be confused to see that a single symbol has been used in various texts to denote various measures or operations. For example zero as a circle stands for a negative sign, for one sensed soul, for the *agrhīta* stage of soul (for a void), for filling up gaps, and for a place value. Sets are of varying oscillating and constant types. A kind of well ordering concept seems to have been used in formation of sequences from the greatest transfinite set. Comparability also plays an important role in the treatment.

Thus Mahāvīrāchārya had before him, the works of his predecessors both in logistics and in arithmetics. He made a clear remark in his connection, in verse 70, Chapter 1 for a study of Āgama for further details. His work contains other elementary descriptions on series etc. found in details in Prakrit texts, referred above. It seems that his acquaintance with proper infinities in which monads alone played the role of division etc., made him to think of division by zero as a distribution in a logical way. If a sum is to be distributed to none, the sum would remain unaffected.

The first four appendices contain practically the same matter as appeared in Rangāchārya's translation. The fifth appendix contains new collation material compiled at the instance of Dr H. L. Jain from certain manuscripts from Karanja. In the sixth appendix it has been thought useful to reproduce the preface of Professor Rangāchārya and introduction of Professor David Eugene Smith.

Thanks are due to Professor B. D. Dube for his kindness to give valuable suggestions. Thanks are also due to the proprietor of the Press for his kind co-operation.

I am grateful to my Principal Shri G. R. Inamdar, and to my senior colleague Prof. K. S. Rathore, for their affectionate patronage. My gratitude is also due to Prof. S. B. Gour for his close assistance.

प्रस्तावना

भारतीय गणित इतिहास के जगत्प्रसिद्ध गणितज्ञ महावीराचार्य के गणितसार संग्रह ग्रन्थ का पुनरुद्धार प्रोफेसर रंगाचार्य द्वारा सन् १९१२ में हुआ। इस ग्रन्थ के तीन अपूर्ण हस्तलेख उन्होंने गव्हर्नमेंट ओरिएंटल मेनस्क्रिप्ट्स लायब्रेरी, मद्रास में, उस समय के डी. पी. आई. श्री जी. एच. स्टुअर्ट की प्रेरणा से प्राप्त किये। उन तीन हस्तलिपियों में से एक तो^१ ग्रथ की लिपि में कागज पर है, जिसमें संस्कृत टीका सहित प्रथम पाच अध्याय हैं। बाकी दो हस्तलिपिया^२ ताड़पत्रों पर कनडी लिपि में हैं। एक ताड़पत्र में प्रथम पाच अध्याय हैं, और दूसरे में सात अध्याय हैं, जिनमें क्षेत्रफलों का ज्यामितीय विधि से निरूपण है। इन दोनों हस्तलिपियों में संस्कृत में लिखा हुआ मूल ग्रथ है, और कनडी भाषा में कुछ विविध उदाहरणार्थ प्रश्न तथा उन्हीं प्रश्नों के उत्तर दिये गये हैं। इस ग्रथ का पूर्णरूपेण अंग्रेजी में अनुवाद करने के लिये प्रोफेसर रंगाचार्य ने कई जगह खोज करवाई, जिसके फल स्वरूप उन्हें कुछ और हस्तलिपिया प्राप्त हुईं। चौथी हस्तलिपि गव्हर्नमेंट^३ ओरिएंटल लायब्रेरी, मैसूर में प्राप्त हुई। यह हस्तलिपि मूल रूप में ताड़ पत्र पर किसी जैन पंडित के पास थी, जिसे कागज पर कनडी में उतारा गया था। इस लिपि में पूरा ग्रन्थ है, साथ में, वल्लभ द्वारा कनडी भाषा में की गई टीका भी है। वल्लभ ने उसी में लिखा है कि इसी ग्रन्थ की टीका उन्होंने तेलगू में भी की। पाचवीं हस्तलिपि,^४ दक्षिण कनड, मूडविद्री में एक जैन मंदिर के भांडार में ताड़-पत्र पर कनडी में लिखित प्राप्त हुई। इसमें भी पूर्ण ग्रथ है तथा कनडी में प्रश्न और उनके उत्तर दिये गये हैं। ग्यारहवीं सदी में राजमुद्री के राजराजेन्द्र के शासन काल में इस ग्रथ का अनुवाद पावलुरि मल्लण द्वारा तेलगू में हुआ, जिसकी कुछ हस्तलिपिया मद्रास की गव्हर्नमेंट ओरिएंटल मेनस्क्रिप्ट्स लायब्रेरी में हैं।

ग्रन्थ पढ़ने से ज्ञात होता है कि ग्रन्थकार सम्भवत ईसा की नवीं सदी में मैसूर प्रांत के किसी कनडी भाग में हुए होंगे, जहां राष्ट्रकूट वंश के चक्रिका भंजन राजा अमोघवर्ष नृपतुंग^५ का शासन था। महावीराचार्य के कार्य का महत्व समझने के लिये गणित के विकास के इतिहास पर विहंगम दृष्टि डालना आवश्यक प्रतीत होता है। गणित के विकास में भारतीयों का कितना अग्रदान था यह भी इससे स्पष्ट हो जावेगा। इस विकास विवरण को हम केवल महावीर के काल तथा पश्चिम के देशों तक सीमित रखेंगे।

१ इस हस्तलिपि को प्रोफेसर रंगाचार्य ने "P" द्वारा अभिधानित किया है। हम भी इन्हीं सकेतो को उपयोग में लावेंगे।

२ दोनों हस्तलिपियों में साधारण लक्षण होने एवं विषय अविच्छादी (overlapping) न होने के कारण इन्हें "IX" द्वारा अभिधानित किया गया है।

३. इसका अभिधान "M" द्वारा किया गया है।

४. इस हस्तलिपि को "B" द्वारा अभिधानित किया गया है।

५. अमोघवर्ष नृपतुंग के विषय में इतिहासकारों का मत है कि वे ईसा की नवीं सदी के पूर्वार्द्ध में राजगद्दी पर बैठे। इनके विशेष परिचय के लिये नाथूराम प्रेमी का "जैन साहित्य और इतिहास" १९४२, पृ० ५।७ आदि देखिये।

प्रस्तावना

भारतीय गणित इतिहास के जगत्प्रसिद्ध गणितज्ञ महावीराचार्य के गणितसार सग्रह ग्रन्थ का पुनरुद्धार प्रोफेसर रंगाचार्य द्वारा सन् १९१२ में हुआ। इस ग्रन्थ के तीन अपूर्ण हस्तलेख उन्होंने गव्हर्नमेंट ओरिएण्टल मेनस्क्रिप्ट्स लायब्रेरी, मद्रास में, उस समय के डी पी आई. श्री जी. एच. स्टुअर्ट की प्रेरणा से प्राप्त किये। उन तीन हस्तलिपियों में से एक तो^१ ग्रंथ की लिपि में कागज पर है, जिसमें संस्कृत टीका सहित प्रथम पाच अध्याय हैं। बाकी दो हस्तलिपिया^२ ताडपत्रों पर कनडी लिपि में हैं। एक ताडपत्र में प्रथम पाच अध्याय हैं, और दूसरे में सात अध्याय हैं, जिनमें क्षेत्रफलों का ज्यामितीय विधि से निरूपण है। इन दोनों हस्तलिपियों में संस्कृत में लिखा हुआ मूल ग्रंथ है, और कनडी भाषा में कुछ विविध उदाहरणार्थ प्रश्न तथा उन्हीं प्रश्नों के उत्तर दिये गये हैं। इस ग्रंथ का पूर्णरूपेण अंग्रेजी में अनुवाद करने के लिये प्रोफेसर रंगाचार्य ने कई जगह खोज करवाई, जिसके फल स्वरूप उन्हें कुछ और हस्तलिपिया प्राप्त हुईं। चौथी हस्तलिपि गव्हर्नमेंट^३ ओरिएण्टल लायब्रेरी, मैसूर में प्राप्त हुई। यह हस्तलिपि मूल रूप में ताड पत्र पर किसी जैन पंडित के पास थी, जिसे कागज पर कनडी में उतारा गया था। इस लिपि में पूरा ग्रन्थ है, साथ में, वल्लभ द्वारा कनडी भाषा में की गई टीका भी है। वल्लभ ने उसी में लिखा है कि इसी ग्रन्थ की टीका उन्होंने तेलगू में भी की। पाचवीं हस्तलिपि,^४ दक्षिण कनड, मूडविद्री में एक जैन मंदिर के भांडार में ताडपत्र पर कनडी में लिखित प्राप्त हुई। इसमें भी पूर्ण ग्रंथ है तथा कनडी में प्रश्न और उनके उत्तर दिये गये हैं। ग्यारहवीं सदी में राजमुद्री के राजराजेन्द्र के शासन काल में इस ग्रंथ का अनुवाद पावलुरि मल्लण द्वारा तेलगू में हुआ, जिसकी कुछ हस्तलिपिया मद्रास की गव्हर्नमेंट ओरिएण्टल मेनस्क्रिप्ट्स लायब्रेरी में हैं।

ग्रन्थ पढ़ने से ज्ञात होता है कि ग्रन्थकार सम्भवतः ईसा की नवीं सदी में मैसूर प्रांत के किसी कनडी भाग में हुए होंगे, जहां राष्ट्रकूट वंश के चक्रिका मंजन राजा अमोघवर्ष नृपतुंग^५ का शासन था। महावीराचार्य के कार्य का महत्व समझने के लिये गणित के विकास के इतिहास पर विहगम दृष्टि डालना आवश्यक प्रतीत होता है। गणित के विकास में भारतीयों का कितना अंशदान था यह भी इससे स्पष्ट हो जावेगा। इस विकास विवरण को हम केवल महावीर के काल तथा पश्चिम के देशों तक सीमित रखेंगे।

१ इस हस्तलिपि को प्रोफेसर रंगाचार्य ने "I" द्वारा अभिधानित किया है। हम भी इन्हीं संकेतों को उपयोग में लावेंगे।

२ दोनों हस्तलिपियों में साधारण लक्षण होने एवं विषय अतिछादी (overlapping) न होने के कारण इन्हें "II" द्वारा अभिधानित किया गया है।

३ इसका अभिधान "M" द्वारा किया गया है।

४ इस हस्तलिपि को "B" द्वारा अभिधानित किया गया है।

५. अमोघवर्ष नृपतुंग के विषय में इतिहासकारों का मत है कि वे ईसा की नवीं सदी के पूर्वार्द्ध में राजगद्दी पर बैठे। इनके विशेष परिचय के लिये नाथूराम प्रेमी का "जैन साहित्य और इतिहास" १९४२, पृ. ५१७ आदि देखिये।

गणित इतिहास का सामान्य अवलोकन

यह बात नहीं कि विश्व के किस प्रदेश में, कब और किसने यह सोचा कि संख्या और आकृति का ज्ञान सम्यक् जीवन के लिये उतना उपयोगी सिद्ध होगा जितनी कि माया। संख्या और आकृति, इन दो मुख्य भागों द्वारा गणित वर्तमान रूप में आई। प्रथम भाग अंकगणित और बीजगणित को आई, तथा दूसरी भाग ज्यामिति को। सबहकी सगी में ये दोनों मिलकर गणितीय विश्लेषण (mathematical analysis) की सामान्य नदी के रूप में बह गई।

ईसा मसीह से सैकड़ों सदियों पहिले विश्व के जो प्रदेश सम्यक्ता की प्रथम सीमा तक पहुँच सके उनमें प्रायः सबका इतिहास अज्ञात है, केवल बही देश इतिहास को बना सके जहाँ ऐतिहासिक सामग्रियाँ अभी तक हवारों बरों के विनाशकारी बायाबरण से बचा रहकर सुरक्षित बची आई। इन देशों में बेबीलोनिया (बाबुल), मिस्र और भारत विशेष रूप से प्रसिद्ध हैं।

इब्रान और फरत नदियों के कठार के पश्चिमी भाग में स्थित रहने वाले मसीजों के देश बेबीलोन (Babylon) में लगभग ईसा से प्रायः ५० वर्ष पूर्व के अभिलेख जहाँ की सम्पत्ता का प्रदर्शन करते हैं। उस काळ में इस देश के निवासी अपने ज्ञान को मिट्टी की पत्रिकाओं, रस्मों (बेखनों) और ताम्रपात्रों में अंकित कर उन्हें पक्काकर सुरक्षित रखते थे। उनके अध्ययन से ज्ञात होता है कि उनकी सम्पत्ता का आधार कृषि था, जिसके लिये उन्हें कैलेंडर (calendar) की आवश्यकता होती थी। उस सदी में उन्होंने अपने वर्ष का आरम्भ विषुवत बिन्दु (vernal equinox) से किया था। यह ज्ञान उन्होंने अपने पूर्व के देश सुमेर (Sumer)वासियों से सीखा होगा। ईसा से प्रायः २५ वर्ष पूर्व सुमेर के व्यापारी बचन और मार्गों से परिचित थे। उन्होंने ही गणना का मान बेबीलोन पहुँचा। वह मान पाण्डिच (६ को व्यापार सेक्टर) था, जिसमें दशमलव (१ का व्यापार सेक्टर प्राप्त हुई) पद्धति का कुछ मिश्रण था। यह अनुमान लगाया जाता है कि १, अंगुष्ठियों को गिनने से और ६०, १ में १ का गुणन करने से प्राप्त किया गया होगा। ६ इसलिए चुना गया कि सबसे उपयोजनीयियों को सरलता पूर्वक व्यक्त किया जा सकता था।

ईसा से प्रायः २ वर्ष पूर्व की अंकगणित की सारियों में गुणन के सिद्धांत बर्णमूख तथा बर्ग और घन की सारियों की थी। $n^2 + n^2$ की सारियों का भी वे उपयोग करते थे, जहाँ n का मान १ से लेकर ३ तक था। इस प्रकार उनकी नैसर्गिक प्रवृत्ति फंक्शनियता (functionality) की ओर थी। उस समय यहाँ की बीजगणित में निरीक्षण और तथ्यादि दृष्टिगत नहीं है, पर समीकरणों का आंशिक हल दिया गया है। आवश्यक की पारिभाषिक शब्दावलि (terminology) में उन्होंने $a^3 + ab^2 + b^3 = 0$

को $a^3 + b^3 = 0$ के रूप में बदलकर हल किया, जिसमें उन्होंने $a = \frac{b}{x}$ तथा $b = -\frac{a}{x}$

रखकर $\frac{1}{x^3}$ से पूर्व समीकरण को गुणित किया। यदि परिधामी a मानात्मक है तो b के और a के मान (values) $a^3 + b^3$ की सारियों से प्राप्त हो सकते हैं। उस समय के बाद इस क्रिया की पद्धति इटली की सत्रहवीं सदी की बीजगणित में निष्पत्ती है। कुछ समीकरणों के सिद्धांत उन्होंने इस अज्ञात को हल करके प्राथमिक समीकरणों में सुलभ रूपों का हल भी किया है। उस काळ की अंकगणित में भाष्य समझात विमुक्त, समझिवाहु विमुक्त आदि का क्षेत्रफल निकाला जा चुका था और परिधि स्थान की निष्पत्ति ३ मानी जा चुकी थी। संभवतः यहाँ के निवासी सिंधुई और नहरों सम्बन्धी समस्याओं में आवाहन, स्थल वृत्तीय वेग और स्थल समताओं की टीक तरह साधित किये गये ब्याहृतों को उपयोग में

लाते थे। यहाँ की रेखा गणित की तीन बातें उल्लेखनीय हैं। प्रथम तो यह कि अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है। दूसरी यह कि वे साध्य (कर्ण)² = (लम्ब)² + (आधार)², का उपयोग २०, १६, १२ और १७, १५, ८ जैसी राशियों में कर चुके थे। तीसरी यह कि गणितीय विश्लेषणके उद्गमों के चिन्ह, जैसे, सम-कोणिक त्रिभुजों के बराबर कोणों की संवादी भुजाएँ समानुपाती होती हैं। यह हुई वेविलोन की प्रगति जिसके पश्चात् वहाँ के प्रगति चिन्ह नहीं मिलते।

अत्र स्थल मार्ग से अरब देश को पारकर नील नदी के किनारे बसे मिस्र देश में चलिये। यह पिरैमिडों (स्तूपों) का विचित्र देश ईसा से प्रायः ४००० वर्ष पूर्व से लेकर २७८१ वर्ष पूर्व तक के पुरातत्व की सामग्री का भँडार है। वेविलोन की तरह इस देश की सभ्यता का आधार कृषि था। इसका पता समवतः ४२४१ वर्ष पूर्व के वहाँ के एक तिथिपत्र से चलता है जिसमें ३० दिन वाले १२ माह हैं, जिनमें ५ दिन जोड़ने से ३६५ दिन पूरे किये जाते हैं। इस ज्योतिर्विज्ञान हेतु वहाँ अंकगणित भी विकसित की गई। वेविलोन की तरह इस देश के अभिलेख सुरक्षित रहे आये, क्योंकि एक तो यहाँ की जलवायु मरुस्थली थी, और दूसरे यहाँ मृतकों (बैल, मगर, बिल्ली और मानवों) के लिये बहुत मान्यता दी जाती थी। इसी कारण मिखियों ने आवश्यकतानुसार यह खोज निकाला कि निरर्थक “कलम के गूदे” (papyri) से पवित्र मग़रों की लाशों को ढूँस-ढूँस कर भरने से उन्हें जीवित अवस्था का रूप देकर सुरक्षित रखा जा सकता है। इन्हीं पेपिरियों (papyri) द्वारा ज्ञात होता है कि मिस्री ईसा से प्रायः ३५०० वर्ष पूर्व की अंकगणित में करोड़ों की संख्या का उल्लेख करते थे। इस तिथि की उनकी चित्रलिपि (hieroglyphics) में वर्णन है कि १,२०,००० मानव, ४००,००० बैल और १,४२२,००० बकरे कैदी बनाये गये। गणना के बाद उन्होंने दशमलवपद्धति का अनुसरण किया, पर वह स्थान-मान (place value) रहित थी। इसके पश्चात्, ईसा से १६५० वर्ष पूर्व की अंकगणित में गुणन भाग है। भिन्नों में ३ को विशेष प्रतीक द्वारा प्ररूपित किया गया है, अन्य भिन्नों को $\frac{१}{n}$ सदृश रूप वाले भिन्नों के योग में हासित

किया गया है। प्रायः इसी समय की रिंड पेपिरस (Rhind papyrus) में $\frac{२}{९७} = \frac{१}{५६} + \frac{१}{६७९} + \frac{१}{७७६}$

अंकित है। आमिस (Ahmes) ने $\frac{२}{n}$ के सब भिन्नों को (जहाँ n का मान ५ से लेकर १०१ तक है) पूर्ववत् लिखा है। आगे (ईसा से सम्भवतः २००० वर्ष पूर्व के एक प्रश्न से) बीजगणित के

उद्गम का आभास मिलता है, जो आजकल के प्रतीकों में $k^2 + x^2 = १००$, $x = \frac{३}{४} k$ को हल करने के समान है। मिस्री लोगों ने इसे हल करने के लिये कूट स्थिति की रीति (rule of false position) का उपयोग किया है, जो ईसा की प्रायः १५ वीं सदी तक उपयोग में आती रही है। उन्हें समानुपात (proportion) ज्ञान भी था, जो गणितीय विश्लेषण का एक मुख्य आधार है। प्रायः इसी

समय उन्होंने परिधि और व्यास की सूक्ष्म निष्पत्ति को $\frac{२५६}{८१}$ और ३ १६ बतलाया है। यद्यपि इस देश में पैथेगोरस के साध्य ($५^2 = ४^2 + ३^2$) का कोई लिखित प्रमाण नहीं मिलता, तथापि उनके अवस्तरि रज्जुओं (rope stretchers) में ५, ४, ३ का अनुपात रहता था। व्यावहारिक मापों के विषय में कहा जाता है कि ईसा से प्रायः ३००० वर्ष पूर्व भी मिस्रवासी पर्याप्त उन्नति कर चुके थे। इसके कई उदाहरण हैं। एक तो यह कि नदी के चारों ओर की ७०० मील जगह में उनके जल प्रमापी (water gauges) एक सतह में थे। दूसरा यह कि उन्हें त्रिभुज का क्षेत्रफल तथा वेलन आदि के शुद्ध आयतन निकालना

शत था। इनके सिवाय एक और बात खोलनी है कि विश्व प्रसिद्ध ग्रेट पिरेमिड के अतिरिक्त एक और सबसे महान् पिरेमिड, मिस्र के किंगी अग्राह गणितज्ञ के मस्तिष्क में था, जिसकी खोज १९३१ में मास्को पेपिरस (Moscow papyrus) के अनुवाद के पश्चात् हुई है। इस महान् यन्त्रिज्ञ ने उसमें एक सही सूत्र दिया है, जिसके द्वारा बर्ग आकार वाले स्तूप के सम्पृक्तिक कर्ण आयतन निकाला जा सकता है। सूत्र यह है : आयतन = $\frac{1}{3} (a^2 + ab + b^2) h$, जहाँ a , b , क्रमशः ऊर्ध्व तल तथा अक्षोत्तल के आकारों की भुजाओं के माप हैं, और h उसकी ऊर्ध्वांश ऊँचाई (vertical height) है। इसका समय लगभग ईसा से १८५ वर्ष पूर्व है। इस सूत्र में ग्रीक लोगों की निश्चोपन विधि (method of exhaustion), और १७वीं सदी के कैवेलिअर (Cavalieri) की "अविभाज्यों की रीति" (method of indivisibles) निहित है। अपने लिये वह सीमा (limit) का सिद्धान्त है और बाद में अनुकूलक कलन (integral calculus)। इनका किञ्चित् और सामान्य रूप (generalised form) आर्किमिडीज ने ईसा से प्रायः ५० वर्ष पूर्व बतलाना है। गणित को मिस्रवादी भी इस हद तक बढ़ाकर आगे न बढ़ सके।

मिस्र के इस गणितीय इतिहास के पश्चात् हम भारत न पहुँचकर पहिले सूम्पसागर के रास्ते ग्रीस देश (यूनान) पहुँचते हैं जो ईसा से प्रायः ९ वर्ष पूर्व के पश्चात् रोमा और शाक्य गणित में अतिवैधिस प्रगति करने के लिये प्रसिद्ध है। ग्रीस की गणित के इतिहास में ईसा से प्रायः ६५ वर्ष पूर्व हुए मेसस तथा (ईसा से प्रायः ६० वर्ष पूर्व ? ५९० वर्ष पूर्व ? उत्पन्न हुए) पैथेगोरस ने गणित को तर्क पर आधारित किया, और प्राकृतिक घटनाओं को अंक गणित द्वारा प्रदर्शित किया। पैथेगोरस के समय से प्रारम्भ हुई ग्रीस देश की प्रगति को देखकर यह अनुमान लगाया जा सकता है कि यह प्रगति पूर्वीय देशों के ज्ञान का आकार लेकर सम्भव हो सकी होगी। वह मान्यता है कि उसका सबसे महान् आविष्कार 'समान आतति बल (tension) वाले धातु की छन्दाइयों के अक्षयमितीय अनुपातों (ratios) पर संगीत-अंतरालों की निर्मलता' के विषय में था। उसके ऐलिफिनीय शास्त्र से सभी परिचित हैं। इसी शास्त्र के द्वारा पैथेगोरस ने $\sqrt{2}$ की अपरिमिता को बतलाना, और "मुक्ता" तथा "विकर्ण" संख्याओं की भेदित चरघना के विषय में नियम निकाला। इनके सिवाय पैथेगोरसियों ने वास्तविक मूल वाले बर्ग समीकरणों का ऐलिफिनीय हल निकाला, अनुपात का सिद्धान्त निकाला, पांच नियमित छतों की रचना बतलाई, और दिये गये क्षेत्रफल की आकृति के द्रव्य अन्य आकृतियों बनाकर बतलाई। उनके द्वारा प्रयोज्य रूपक (figurate) संख्याओं काय की अक्षयगणित के लिये बड़ी सुहावपूर्व सिद्ध हुई। अतः, त्रिभुजाय संख्याओं का प्रयोग एनपिडोक्रिअन रसायनशास्त्र में करने पर यह धार निकलता है कि समस्त द्रव्य वास्तव में त्रिभुज हैं। पैथेगोरस के समय से अंक-श्लोक्ति का आरम्भ होना भी माना जाता है। अक्षयन्तर में इटली के ऐरिमा नगर निवासी जीनो (Zeno—४९५ ?—४९१ ? ईस्वी पूर्व) के चार असंभवों (paradoxes) में गणितीय अनन्त की व्यवहारका के परिष्कृत करने का प्रयास परिष्कृत होता है। इसके सिवाय यूडो (Eudoxus—ईसा से ४८८ पूर्व से ३५५ तक) ने अनुपात का सिद्धान्त निकालकर मिस्र के आयतन निकालने के सूत्रों को सिद्ध किया, तथा यन्त्रिज्ञ विरलेयप की वास्तविक संख्या प्रणति (system of real numbers) की स्थापना की। सम्भवतः इसी सिद्धान्त के आधार पर निश्चोपन विधि और डेडीन्ड-क काय अनुकूलककलन का उपयोग हुआ। कहा जाता है कि यूनाने भी पूर्व के देशों का ज्ञान किया था। यूक्लिड (ईसा से ३६५ वर्ष पूर्व से २७५ पूर्व) ने अक्षयगणितीय विभाजन का आधारभूत शास्त्रों का सिद्ध किया। उन्होंने रेखागणित का तर्क प्रणति पर हुना और अर्धमिति की

(arithmetic) को व्यवस्थित किया, तथा रैखिकीय काशिकी पर विवेचन दिया। इस तरह पैथेगोरस और यूक्लिड ने शाकव गणित को छोड़कर शेष प्राथमिक रेखागणित को टोसरूप से सम्पूर्ण बना दिया। इनके पश्चात् आर्कमिडीज का नाम आता है, जो विश्व का दूसरा गणितीय भौतिकशास्त्री कहलाता है। यह गणितज्ञ ईसा से २८७ वर्ष पूर्व से २१२ वर्ष पूर्व तक रहा। इसने स्थैतिकी और उद्स्थैतिकी (hydrostatics) के गणितीयविज्ञानों की जड़ जमाई, अनुकल कलन का अनुमान लगाया और अपने नाम की समानकोणिक कुन्तल (equiangular spiral " $\rho = a\theta$ ") की स्पर्श रेखा-खींचकर चलन कलन (differential calculus) का स्थूल रूप में प्रयोग किया। इनके सिवाय, उसने विश्लेषण विधि का प्रयोग गोल, रम्भ, शकु, गोलीय खडों, परिभ्रमण से प्राप्त गोलज, अतिपरवलयज (hyperboloid) आदि की शाकव गणना में किया। इनमें से कुछ को यदि आजकल के प्रतीकों में लिखा जाय तो अप्रलिखित को अनुकलित करना होगा: $\int_0^{\pi} \text{Sin}x \, dx, \int_0^c (ax + x^2) \, dx.$

इनके सिवाय इसने परवलयज (paraboloid) के खंड का क्षेत्रफल निकालते समय फल की रैखिकीय उपपत्ति दी, और उसी की अनन्त श्रेढि का योग, अभिलेख वद्ध इतिहास के अनुसार, सर्वप्रथम निकाला। वह श्रेढि है $\sum_0^{\infty} (x)^{-n}$

जिसमें इस तथ्य का उपयोग किया गया कि सीमा $\lim_{n \rightarrow \infty} (x)^{-n} = 0$ । इस प्रकार आज की गणित

आर्कमिडीज के साथ उत्पन्न होकर उसी के साथ मृत होकर दोसहस्र वर्षों के पश्चात् देकार्तें (Descartes) और न्युटन द्वारा पुनर्जांवित की गई। इसके पश्चात्, (ईसा से १५० वर्ष पूर्व) हिपरकस (Hipparchus) ने ग्रहों की गतियों का रेखागणित द्वारा निरूपण किया। इसमें १५ वीं सदी में कापरनिकस और १६ वीं सदी में केपलर ने परिवर्धन किया। कहा जाता है कि हेरन (सन् २०० ईस्वी) ने त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालने के लिये निम्नलिखित नियम दिया।

$$\Delta = [\text{सा} (\text{सा} - \text{का}) (\text{सा} - \text{खा}) (\text{सा} - \text{गा})]^{\frac{1}{2}}$$

पेप्पस (Pappus) ने २५० ईस्वी में तीन महत्वपूर्ण साध्य खोजे। उसने दीर्घवृत्तज (ellipsoid) आदि की नाभि (focus), नियता (directrix) के गुणों को सिद्ध किया और इस प्रकार विश्लेषणीय रेखागणित में शंकुच्छेदों के लिये साधारण द्विघात समीकार का आभास प्रकट किया। उसने प्रक्षेपी ज्यामिति का एक साध्य खोजा, और अनुकल कलन से (परिभ्रमण से प्राप्त न होनेवाले) सार्द्रों की परिमा (आयतन) को निकालने के लिये साध्य खोजे। प्रायः इसी काल में डायोफैंटस (Diophantus) ने एकघातीय, दो और तीन अज्ञात वाले, समीकरणों को साधित किया।

ग्रीक गणित का तीव्र विकास प्रायः उस समय से देखा जाता है, जब कि ईसा से ४८० वर्ष पूर्व हुई मैरथान (Marathon) आदि की लड़ाइयों में इन लोगों ने फारस देश पर अधिकार जमाकर वहाँ की गणित सीखी। यह कहना कठिन है कि फारस को यह गणित ज्ञान भारत से प्राप्त हुआ या वेनीलोन, सुमेर और फैनीकिया (Phoenicia) से।

विश्व सभ्यता के प्राचीन केन्द्र भारत में (ईसा से प्रायः ३००० वर्ष पूर्व के) उच्च सभ्यता के चिह्न सिंधु नदी की घाटी में मिलते हैं। उस समय के भारतीय ईंट के मकान बनाते थे, शहर की बन्दिश करते थे और स्वर्ण, रजत्, ताम्र, कास आदि धातुओं का उपयोग कर उच्च श्रेणी का जीवन व्यतीत करते थे।

माहेनडा-दड़ो के क्षेत्रों तथा मुहरों को पूर्ण रूप से पढ़ा नहीं जा सका है। उनमें कई ऐसे चिह्न हैं, जो सम्भवतः बड़ी संख्याओं को दर्शाने के लिये अंकित किये गये होंगे, पर उनके वास्तविक मान का पता पाने पर कोई उपाय नहीं दिखाई देता। वेगों में भी सम्भत्ता की उष्णपरथा स्पष्ट रूप से दिखाई देती है। 'ब्राह्मण साहित्य (प्रायः १ - ई पू) में धार्मिक और दार्शनिक तत्व तो हैं ही, इनके अतिरिक्त उसमें अंकगणित, रेखागणित, बीजगणित और ज्योतिर्विज्ञान की इत्यन्त मी दिखाई देती है।

व्याकरण तथा स्वर विद्या सम्बन्धी खोजों से प्रतीत होता है कि ब्राह्मी लिपि, ईसा से पूर्व परिपूर्ण की गई होगी, और सम्भवतः उसका पहिले ब्राह्मी संस्कृतों का आविष्कार हुआ होगा। ब्राह्मण साहित्य काष्ठ में बीजगणित मुख्यतः रेखिकीय थी। किसी निये गये वर्गों की दी गई मुबा वाले आवत में बदलने की रेखिकीय विधि का सूत्र (प्रायः ८ - ई पू) में वर्णित की गई है, एक अज्ञात वाले एक घातीय समीकरण को हल करने के समान है। यथा, $अय = स^२$, जहाँ $य$ अज्ञात पर है। जब दिये गये क्षेत्र का किसी दूसरे अधिक वा कम क्षेत्रफल वाले क्षेत्र में बदलना होता था, तब उस क्रिया में वर्ग समीकरण का उपयोग होता था। वैदिक आहुतियों की सबसे महत्वपूर्ण महावेदी, समद्विबाहु समकोण त्र्यभुज (trapezium) का व्याकरण की थी, जिसका आधार १, सम्मने की मुबा १४ और ऊँचाई (अथ) ३६ एकक (units) थी। वेदी के क्षेत्र को $म$ एकक से बढ़ाने के लिये अज्ञात मुबा $स$ मानने पर $य$ का निम्नलिखित मान प्राप्त होता है :

$$३६ स \times \left(\frac{१४ स + ३० य}{२} \right) = ३६ \times \frac{१४ + ३}{२} + म,$$

$$\text{या } १०२ स^२ = १०२ + म,$$

$$\text{या } स = \pm \sqrt{१ + \frac{म}{१०२}} ।$$

यदि $म$ को $१०२ (न - १)$ रखा जाय ताकि बड़ी हुई वेदी का क्षेत्रफल, पूर्व क्षेत्र से 'न' गुना हो जाय, तो $स = \sqrt{न}$ प्राप्त होता है। इस प्रकार का कुछ किन्नेय प्रकार, सूत्र में वर्णित है। $न = १४$

या $१४ \frac{३}{०}$ वाले प्रकार ब्राह्मण साहित्य में पाये जाते हैं। इसी में घिने सित (बाव पक्षी के व्याकरण की

वेदी) का क्षेत्रफल बढ़ाने के लिये $[क^२ = २३ \frac{८}{१२} = (सफिष्टता) १४]$ वर्ग समीकरण का उपयोग किया गया है। इनके सिवाय निम्नलिखित प्रकार के अनिर्धारित (undetermined) समीकरण भी वेदियों की रचना में उपयोग में लये गये हैं :

$$क^२ + ल^२ = ग^२ \quad (क, ल ग तीनों अज्ञात हैं) ;$$

$$क^२ + अ^२ = ग^२ \quad (क और ग अज्ञात हैं)$$

$$\left. \begin{array}{l} ८२, \quad अक + बग + गय + रप = प \\ \quad क + ल + ग + य = क \end{array} \right\} \quad \text{जहाँ क, ल, ग और य अज्ञात हैं।}$$

इसका ता' एक जगति का छाग या मय वेदांग व्यापिकी महात्मा सगप द्वारा किसी स्वतंत्र व्यापिक मय के आधार पर मय की मुद्रिका के लिये संभलीन किया गया प्रतीत होता है। यह मय सम्भलीन बार्मीर के भीमनर म भी उत्तर में कजुल के अराण्य के भागपाठ कहीं स्थित हुई काठ हस्ता है

श्री दक्षिण का गारुड प्रसार द्वारा सम्पादित 'संस्कृत विश्वविद्यालय सागर २४ ४१ (इलाहाबाद विश्वविद्यालय) भाग १ अंक १-४ (१९४९)

वेदाग ज्योतिष का एक युग ५ सौर वर्ष का होता था, जिसमें ६० सौर मास, २ अधिमास, ६२ चाद्र मास और १८३० अहोरात्र या सावन दिन समझे जाते थे। एक युग में १२४ पक्ष और एक पक्ष में १५ तिथियों मानी गई थीं। इस ग्रथ के अतिरिक्त त्रिलोक प्रज्ञप्ति, सूर्य प्रज्ञप्ति, चद्रप्रज्ञप्ति और ज्योतिष करण्डक ग्रथों में ग्रीकपूर्व जैन-ज्योतिष गणितीय विचार-धारा दृष्टिगत होती है।

प्रोफेसर वेबर (Weber) के कथनानुसार सूर्य प्रज्ञप्ति ग्रथ, वेदाग ज्योतिष के समान केवल धार्मिक कृत्यों के सम्पादन के लिये ही रचित नहीं हुआ, वरन् इसके द्वारा ज्योतिष की अनेक समस्याएँ सुलझाकर प्रखर प्रतिभा का परिचय दिया गया।

ईसा से ४०० वर्ष पूर्व के पश्चात् हिन्दू गणित पुनरुद्धार हुआ। उस समय सूर्य सिद्धान्त और पैतामह सिद्धान्त लिखे गये। गणित दो भागों में विभक्त हुई, एक तो अकगणित तथा बीजगणित और दूसरी ज्योतिष तथा क्षेत्रगणित। वैसे तो, बहुत पहिले से भारतीय गणना का आधार १० था। जब ग्रीक १०^४ तक और रोमन १०^३ तक के ऊपर की गणना जानते न थे, तब भारत में अनेक संकेतना स्थानों का ज्ञान था। ईसा से ५०० वर्ष पूर्व से ही शतकमान पर आधारित संख्याओं के नामों की श्रेणी को जारी रखने के प्रयत्न हो चुके थे। ईसा से १०० वर्ष पूर्व के ग्रथ अनुयोग सूत्र में (२)^{९६} तक की संख्या का उपयोग हो चुका था। इसमें स्पष्ट रूप से २ को आधार चुना गया था। जब स्थान-मान का विकास हुआ तब इकाई से लेकर दशमलव मान पर संख्या को लिखने के लिये संकेतना स्थान दिये गये।

शून्य प्रतीक ० का उपयोग पिगल ने (ईसा से २०० वर्ष पूर्व ?) अपने चौंदा सूत्र के छन्दों में किया है। ईसा के कुछ सदियों पश्चात् की (बक्षाली गाँव की खुदाई से प्राप्त) भोज पत्रों पर लिखित एक पोथी में भी अक शैली का प्रयोग देखा गया है। इसमें गणना में शून्य का उपयोग हुआ है। शून्य प्रतीक सहित स्थान-मान संकेतना पद्धति, गणित के सभी आविष्कारकों द्वारा बुद्धि की प्रगति के लिये दिये गये अशदान में उच्चतम कोटि की है। यह अभी तक अज्ञात है कि दशमलव स्थान-मान पद्धति का जन्मदाता कौन विद्वान्-विशेष अथवा ऋषि-मण्डल था। साहित्यिक तथा पुरालेख-सम्बन्धी प्रमाणों से यह निश्चित किया गया है कि यह पद्धति २०० ई० पू० के लगभग भारतवर्ष में ज्ञात थी। इस नवीन पद्धति के प्रयोग का प्राचीनतम लिखित प्रलेख ५९४ ई० का गुर्जर का दान पत्र है। यहाँ यह उल्लेख करना आवश्यक प्रतीत होता है कि सेन्ट्रल अमेरिका के माया लोगों की तिथिपत्री में भी शून्य आया है। ये २० को आधार लेकर कोई स्थान-मान पद्धति का उपयोग करते थे। यह माया गणना ईसा से २०० से लेकर ६०० वर्ष बाद की मानी गई है †

ईसा की पाँचवीं सदी में जगत् प्रसिद्ध गणितज्ञ आर्यभट्ट पटना में हुए। इनके पहिले पौलिश, रोमक, वाशिष्ठ, सौर और पैतामह नाम से ज्योतिष के पाँच सम्प्रदाय प्रचलित थे। रोमक सम्प्रदाय यूनानी

‡ भारतीय शून्य के आविष्कार के विस्तार के विषय में *Encyclopaedia Britannica*, vol 23, p 947, (1929) पर दल्लिखित लेख देखिये।

† स्थान-मान संकेतना के सबंध में न्युगेबाएर (Neugebauer) का अभिमत उल्लेखनीय है, "It seem to me rather plausible to explain the decimal place value notation as a modification of the sexagesimal place value notation with which the Hindus became familiar through Hellenistic astronomy."—*The exact Sciences in Antiquity*, Providence (1957), p 189

यमना शैली का पोषक है। इनके ग्रंथ आर्यभटीय से ज्ञात होता है कि इन्होंने सभ ग्रंथों का सार प्रह्वकर अपने समय के ज्योतिष ज्ञान को बढ़ाने में अमूल्य कार्य किया। इन्होंने सूर्य तारों को स्थिर बतलाया, पृथ्वी की परिधि निश्चित की और सूर्य, चंद्र ग्रहण के कारणों का वैज्ञानिक ढंग से स्पष्टीकरण किया। इस ग्रंथ के गणित पाठ अष्टांगित, बीज्यगणित और रेखागणित के बहुत से कठिन प्रश्नों को ३ श्लोकों में भर दिया गया है। उसमें उन्होंने क्षेत्रफल, घनफल, त्रिकोणमिति, छात्रा अष्टांगी प्रश्न, हरा की घंटा और शरों का समय, दो राशियों का गुणफल और अन्तर जान कर राशियों को मिला करने की रीति, वर्ग समीकरण का एक उदाहरण, त्रैराशिक, मिश्रों के गुणन माप की रीति, कुछ कठिन समीकरणों को हल करने के नियम, दो प्रश्नों का पुष्टिकाल जानने का नियम, और कुछ निवर्तिका का कथन किया है। क्या का वाचक शब्द साहन, क्या की संस्कृत पर्याय 'शिकनी' के रूपान्तर का अपभ्रंस है।

सातवीं सदी में गणित का प्रगतनीय विकास ब्रह्मगुप्त द्वारा हुआ। २१ अध्याय के ग्रंथ ब्राह्म-सुत्र के गणितान्ध्याय में उन्होंने विरोधत व्यस्त त्रैराशिक, माण्ड प्रतिमाण्ड, मिश्रक व्यवहार, म्यात्र, प्रेक्षियों, ज्ञाया माप आदि में अंकगणित का प्रयोग किया, और कुछ गणित में शकालक संख्याओं के नियम निश्चये, अनिर्णत (indeterminate) समीकरणों पर कार्य किया, और सूर्य षष्ठी में त्रिकोणमिति का प्रयोग किया। $ax^2 + y^2 = z^2$, (जिसमें x और y अज्ञात हैं) जैसे अनिर्णत समीकरणों का विवेचन भी ग्रंथकार ने किया। इस समीकरण का नाम भूज से पेलोसिन (Poloian) समीकरण पड़ गया है। यह द्विघातीय वर्ग रूपों और वर्ग क्षेत्रों के अंकगणितीय सिद्धान्तों का मूलभूत आधार है। इनके विचार क्षेत्र व्यवहार, हृत्क्षेत्र गणित, ज्ञात व्यवहार, चिदि व्यवहार, ऋक्षिक व्यवहार, राशि, छात्रा व्यवहार आदि का विवेचन भी किया गया है।

• इस सदी में मुसलमानों की संस्कृति के सहसा उत्थान तथा १२ वीं सदी में उसके सहसा पतन के समय में इतिहास बड़ा रोचक है। सन् ६२२ में पैगम्बर मुहम्मद साहिब के अनुयायी अपनी बाबाओं पर हरे शरके के नीचे संगठित होकर चक पड़े। सन् ६२५ में दामस्क (Damascus) पर विजय प्राप्त कर सन् ६३० में जेरुसलम (जेरुसलम) भीता गया। चार वर्ष पश्चात् सिकन्दरिया का पुस्तकालय बंद किया गया। मिस्र को अधिकार में लेकर ६३२ ईस्वी में अरब पर आधिपत्य बनाया गया। १ वर्ष पश्चात् विजेतागण ७११ ईस्वी में स्पेन में पहुँचि जहाँ उन्होंने सम्बन्ध को ८ सताब्दियों तक बढ़ाया। इसी क्रम में वे भारत की अंकगणित तथा ग्रीक की रेखागणित को यूरोप के आये। पूर्व में अब्बासीद (Abbasid) सम्राट्ओं के आधिपत्य में आठवाँ पूर्व की सम्बन्ध का क्षेत्र ७५ से १२५८ ईस्वी तक रहा और स्पेन में कारदोवा (Cordova) पश्चिम की बौद्धिक राजी (the intellectual queen of the west) बना। इस अन्तराल में विज्ञान के व्यापक-प्रदाय के समय में Encyclopaedia Britannica में निम्नलिखित उल्लेख है—*The muslim civilization, particularly as represented at Baghdad c. 800 c. 1000 developed a type of mathematics which combined the characteristic features of the Greek and Hindu treatment of the science. Eastern faith in astrology and skill in number met with Western faith in philosophy and skill in geometry and the Baghdad scholars, absorbing each produced text books in general algebra, elementary number astronomy and trigonometry which, through the efforts of Latin translators, gave new life to mathematics in Europe*—vol. 15 p. 84 (1920)

इसके पहिले कि हम दक्षिण में गणित की प्रगति महावीराचार्य के ग्रंथ से प्रदर्शित करें, एक और नवीन खोज हमें आकर्षित कर लेती है। महावीराचार्य के सम्भवतः पूर्वकालीन, सुप्रसिद्ध धवलाकार वीरसेनाचार्य ने ईसा की सम्भवतः द्वितीय सदी के उद्भट आचार्य श्री पुष्पदत्त और भूतबलि द्वारा रचित षट्खंडागम ग्रंथों की धवला नामक टीका पूर्ण करने में अपना सारा जीवन अर्पित किया। यह ग्रंथमाला गत बीस वर्षों में ही डाक्टर हीरा लाल जैन प्रभृति विद्वानों द्वारा प्रकाश में लाई गई है। टीकाकार ने स्थान स्थान पर किन्हीं गणित ग्रंथों से, सूत्रों को उद्धृत किया है। डा० अवधेशानारायण सिंह द्वारा इस ग्रंथ के शाक्य गणित के अतिरिक्त गणित की नवीन निम्नलिखित खोजें प्रकाश में लाई गई हैं,† जिनका उपयोग जैन दर्शन के अध्ययन हेतु सम्भवतः ईसा की प्रारम्भिक शताब्दियों में प्रचलित हो गया होगा। प्रथम तो बड़ी बड़ी सख्याओं का उपयोग जिनको व्यक्त करने के लिये प्रतीक सवेतना अन्य ग्रन्थों में उपलब्ध है।‡ जैसे, २ की तीसरी वर्गित सम्बर्गित राशि वह है जो २५६ में उसीका २५६ बार गुणन करने पर प्राप्त होती है। दूसरे सलागागणन अथवा लघुगणक (logarithm) का बृहत् उपयोग, जिसके आविष्कारक १७ वीं सदी के 'जान नेपियर' एवं 'जुस्त बर्जी' माने जाते हैं। तीसरे, अनन्त राशियों का गणित, जिसके विकास के लिये १९ वीं सदी में हुए जार्ज कैंटर के प्रयत्न सुप्रसिद्ध हैं। जहाँ तक रेखागणित का सम्बन्ध है, यतिवृषभ (४०० ? , ६०० ? ईस्वी पश्चात्) की तिलोय पण्णत्ती में एवं वीरसेन की धवला टीका (डा० हीरालाल जैन द्वारा सम्पादित, पुस्तक ४) में सम्भवतः ईसा पूर्व के ग्रंथ अग्यणिय, दिष्टिवाद, परिकम्म, लोयविणिच्छय, लोय विभाग, लोगाइणि आदि में से उद्धृत गायार्थें एवं उल्लेख महत्वपूर्ण हैं। इन दो ग्रंथों के ऐतिहासिक महत्वपूर्ण प्रकरणों में से कुछ ये हैं। दृष्टिवाद से जम्बूद्वीप की परिधि का माप, उपमा प्रमाण, विविध क्षेत्रों का घनफल निकालने की विधियाँ, वाण, जीवा, घनुष पृष्ठ आदि में सम्बन्ध, घनुषक्षेत्र का क्षेत्रफल, सजातीय तथा समक्षेत्र घनफल वाली आकृतियों का रूपान्तर एवं उनकी भुजाओं के बीच सम्बन्ध आदि।

इस प्रकार धवलादि सिद्धान्त ग्रंथों में अलौकिक गणित का आधार लिया गया है, जिस पर अभी कोई ग्रंथ प्रकाश में नहीं आया है। लौकिक गणित के सम्बन्ध में सर्वप्रथम महावीराचार्य का यह गणित सारसंग्रह नामक ग्रंथ सन् १९१२ में सुप्रसिद्ध हुआ। महावीराचार्य का यह ९ अध्याय वाला ग्रंथ ऐतिहासिक दृष्टि से महत्वपूर्ण सिद्ध हुआ। इसकी खोज ने यह सिद्ध कर दिया कि भारत के सुदूर दक्षिण में भी उत्तर के विद्या केन्द्रों की तरह, विद्या के केन्द्र थे। इस सुदूर दक्षिण में, गणित के विज्ञान को बढ़ाने में उस समय प्रयत्न किया गया, जब कि उत्तरीय भारत में ब्रह्मगुप्त और भास्कर के समय के

† इनके विस्तृत विवरण के लिये निम्नलिखित लेख देखिये—

Singh, A N, History of Mathematics in India from Jain Sources, The Jain Antiquary Vol XV, No II (1949), pp 46-53, Vol XVI, No II, (1950) pp 54-69

‡ देखिये—

- (१) लक्ष्मीचंद्र जैन, तिलोयपण्णत्ती का गणित, प्रस्तावना लेख (जम्बूद्वीपपण्णत्तीसंग्रह), शोलापुर (१९५८)।
- (२) टोडरमल, अर्थ संहति (गोम्मतसार), गांधी हरि भाई देवकरण जैनग्रंथमाला, कलकत्ता (प्रकाशन वर्ष उल्लिखित नहीं)

बीज भीषणचार्य को छोड़कर कोई प्रकाश गणितज्ञ न हुआ। महावीरचार्य ने अपने समय के बृहस्पति सम्पादन के आशय में रहकर, पूर्ववर्ती गणितज्ञों के कार्य में कुछ सुधार किया, नवीन प्रश्न लिये, दीर्घवृत्त (ellipse) का क्षेत्रफल निकाला तथा मूलबद्ध और द्विघातीय समीकरण आदि में सुंदर ढंग से पहुँच की। इनके ग्रन्थ में ब्रह्मण्य के कुछ से एक और अध्याय अधिक है, पर इसके अध्यायों के विषय एकत्रे नहीं हैं। सबसे पहिले, इस ग्रंथ की ४९ वीं गाथा पढ़ने से माहम होता है कि महावीरचार्य ने ग्रन्थ के विषय में सबसे पहिले भाग करने की क्रिया दर्शाने का साहसपूर्ण प्रयत्न किया। किसी संख्या में शून्य द्वारा विभाजन के लिये, उन्होंने दिखा कि संख्या शून्य द्वारा विभाजित होने पर बदफती नहीं है। किस दृष्टिकोण को लेकर यह सिद्धा गया वह इसलिये ठीक है कि जब कुछ वस्तुओं को लेकर उन्हें कुछ व्यक्तियों में बाँटा जाय तो वे वस्तुएँ विभाजित हो पावेंगी। जब उन्हें शून्य व्यक्तियों में वितरित करना हो, अर्थात् बाँटना हो तो वस्तुएँ क्यों की ल्यो बच रहेंगी। पर, गणितीय विस्तरेष्य के दृष्टिकोण से

$$\frac{\text{सीमा } x}{n} = \infty$$

$$n \rightarrow n = \infty$$

होती है जहाँ के एक परिमित (finite) संख्या है।

इसके पश्चात्, गाथा ६१ से लेकर ६८ तक संकेतनात्मक स्थानों के नाम दिये गये हैं। उनके पहिले १ में स्थान एक संख्या की गणना के नाम दिये जा चुके थे। उन्होंने २४ स्थान तक नाम लिये जिसमें १४ वें स्थान का नाम महाशोम लिखा है। ये २४ स्थान, सम्भवतः १४ दीर्घको को संख्या के आधार पर दिये गये होंगे। इसी तरह सब शब्दों को "तीन" शक्ति के लिये उपयोग किया गया, जबकि गणितज्ञों में उसका उपयोग "पाँच" दर्शाने के लिये किया। तीन दर्शन में साम्यवृद्धि का खान पारिष को रक्षक कहा गया है। इसी प्रकार तल, पद्म, मय, कर्म अग्नि कई शब्दों का उपयोग तीन दर्शन के आधार पर संख्यायें दर्शाने के लिये किया गया है। बड़ी संख्या को दर्शाने के लिये प्रत्येक प्रकार के स्थानार्थी पत्र उपयोग किया है। अर्थात्, १ २१ किन्तु के लिये पद्म, अक्षि, आकाश, अग्नि लिखा है।

संयोजक में भाग देने की एक वर्तमान विधि का कथन किया है। इस सुविधाजनक विधि से उभयनिष्ठ गुणनलक्षों को हटाकर विभाजन किया जाता है। किसी भी मिश्र को इकाई मिश्रों की किसी संख्या के भाग द्वारा व्यक्त करने के लिये कुछ नियम भी दिये गये हैं। ये नियम सर्वथा मौखिक हैं। मिश्रक व्यवहार में भी दो नये प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिये नियम लिये गये हैं। व्याज निकालने के प्रश्न में गाथा (१८) में दिये गये सूत्र से पता चलता है कि महावीरचार्य का निम्नलिखित सर्वसमिका (identity) ज्ञान थी :

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{c} = \frac{r}{d} = \frac{a+b+r}{b+d+c} \quad \text{चापही, } (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b$$

+ 3ab + b^3 द्वारा प्रकृत सूत्र ठनक पूर्ववर्ती गणितज्ञों द्वारा लिया गया पर महावीर ने इस सूत्र का साधारण रूप बनाकर प्रस्तुत किया जिसके लिये नियम भी बताये गये हैं—

$$(a+b+m+r)^3 = a^3 + 3a^2(b+m+r) + 3a(b+m+r)^2 + (b+m+r)^3 \text{ इत्यादि।}$$

संयोजक में कृत विधि द्वारा भी अर्थपूर्ण १ तथा ४ के वर्ग प्रश्न हल किये हैं। कृत विधि के नियम का उपयोग बीजगणित के विज्ञान की पूर्णतया की दर्शाता है जबकि अज्ञात के लिये कोई प्रतीक न होता था। मात्र में यह नियम केवल बीजगणित में उपयोग में लाया गया, क्योंकि बीजगणित पहिले ही

ही पर्याप्त प्रगति कर चुकी थी। बख्ताली हस्तलिपि में इसे यहच्छ, वॉछा या कामिका के नाम से अभिधानित किया गया है।

महावीर के बीजगणित तथा काल्पनिक राशि * के विषयमें उनकी प्रतिभा का परिचय देने के सम्बन्ध में ई. टी. वेल की अभ्युक्ति है—

“The rule of signs became common in India after their restatement by Mahavira in the ninth century. . . The early history of complex numbers is much like that of negatives, a record of blind manipulations, unrelieved by any serious attempt at interpretation or understanding. The first clear recognition of imaginaries was Mahavira's extremely intelligent remark in the ninth century that, in the nature of things, a negative number has no square root He had mathematical insight enough to leave the matter there, and not to proceed to meaningless manipulations of unintelligible symbols.” †

इसके अतिरिक्त ग्रंथकार ने व्यापकीकृत (generalized) पद्धति वाले एकघातीय समीकरणों को हल करने के नियम दिये हैं, और अनेक अज्ञात वाले युगपत् द्विघात समीकरणों को हल किया है। उन्हें ज्ञात था कि वर्ग समीकरण के दो मूल होते हैं ‡।

जहाँ डायोफेन्टस ने म, न भुजाएँ लेकर समकोण त्रिभुज बनाया, वहाँ महावीर ने म, न भुजाएँ लेकर आयत की रचना की है। अध्याय ७ की ९५, ९७, ११२ वीं गाथाओं में महावीर ने दिये गये कर्ण (अ) को लेकर सभी सम्भव समकोणों को प्राप्त करने के लिये, अर्थात् $k^2 + ख^2 = अ^2$ को लेकर हल करने के लिये तीन नियम दिये हैं। प्रथम दो नियम एक दृष्टि से ठीक नहीं हैं, क्योंकि $\sqrt{अ^2 - प^2}$ या $\sqrt{अ^2 - प^2}$ परिमेय (rational) तब तक नहीं हो सकते, जब तक कि प को ठीक तरह न चुना जाय। तीसरा नियम बड़े महत्व का है। यह रीति, बाद में यूरोप में, पीजे (Pisa) के लेनार्डो फीबोनाट्चि (Leonardo Fibonacci) ने १२०२ ईस्वी में फिर से खोजी गई। इस विधि का उद्गम शुल्व सूत्रों में है।

ब्रह्मगुप्त और महावीर दोनों ने चतुर्भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालने के लिये निम्नलिखित सूत्र दिया है:— $\sqrt{(सा-फा)(सा-खा)(सा-गा)(सा-घा)}$ जहा सा, अर्धपरिमाप है और का, खा, गा, घा भुजाओं के माप हैं। पर यह सूत्र केवल चक्रीय चतुर्भुजों के लिए ठीक उतरता है। इसी प्रकार, विषम त्रिभुज के क्षेत्रफल के सम्बन्ध में नियम दिये गये हैं।

* देखिये, मूल गाथा ५२, प्रथम अध्याय।

† Development of Mathematics, pp 173, 175 1945)

‡ उपर्युक्त वर्णन से कहा जा सकता है कि भारतीयों ने बीजगणित के विज्ञान को दो मुख्य भागों में विभक्त किया। एक भाग तो बीज (विश्लेषण analysis) का विवेचन करता है, और दूसरा भाग ऐसे विषयों का जो बीज के लिये आवश्यक हैं। वे विषय, चिह्नों के नियम, शून्य और अनन्ती की अंकगणित, अज्ञातों के साथ क्रियाएँ, करणी, कुट्टक और पेलियन समीकरण (Pellian equation) हैं।

महावीरचार्य और ब्रह्मगुप्त आदि के प्रश्नों तथा अन्य प्रकारों की भिन्नता क सम्बन्ध में बेडिंग यूजेन शिप का निम्नलिखित वक्तव्य दृश्य है :

“ For example, all of these writers treat of the areas of polygons, but Mahāvīrācārya is the only one to make any point of those that are reentrant. All of them touch upon area of a segment of a circle, but all give different rules. The so called janya operation is akin to work found in Brahmagupta and yet none of the problems is the same. The shadow problems, primitive cases of trigonometry and gnomonics, suggest a similarity among these three great writers, and yet those of Mahāvīrācārya are much better than the one to be found in either Brahmagupta or Bhaskar, and no question is duplicated.”

महावीरचार्य द्वारा यकितप्रश्न के सिवाय ‘ज्योतिष परक’ ग्रन्थ भी रचित किए जाने की सम्मानना ‘भारतीय ज्योतिष’^१ के केसक प नेमिचन्द्र शास्त्री ने प्रकाश की है। अभी तक इसके सिद्धे पुष्ट प्रमाण प्राप्त नहीं हो सके हैं।

गणित इतिहास का उपर्युक्त सम्बन्ध अवलोकन हमने मुख्यतः ई. टी. बेस के “Development of Mathematics”, और विमुक्तिमुष्मण दत्त तथा बन्धुवैद्यनारायण सिंह के, “History of Hindu Mathematics” नामक ग्रंथों का आशार लेकर दिया है। चीन के सम्बन्ध में अभी हमें यथेष्ट सामग्री नहीं मिल सकी है।

गणित इतिहास का विशिष्ट अवलोकन

अब हम भारतीय गणित इतिहास के अद्यतन काण्ड में प्रवेश करने का प्रयत्न करेंगे। इस काण्ड में विशेषकर भूतान और भारत में सम्भवतः मेसिडन, सिन्ध और भारत की प्राचीन सृष्ट्याया गणित में अन्वेषणात् गति बारी। गणित द्वारा बौद्धिकजीवन विषयों को बांधने के अत्युत्तम प्रयास होने लगे। इस प्रयास के सिद्ध भूतान में मुख्यतः विवैयोरस के शर्तों में और विशेष रूप से भारत में तीर्थकार महावीर के तीर्थ में परिकल्पित किए गये हैं। † आत्मा को धरत की ओर आकर्षित करने के सिद्ध केवल इन्हीं शर्तों में दर्शन, धर्म की धारणाओं में गणित का प्रयोग अविहीन है। यह निश्चित है कि इस काण्ड में विश्व की प्राचीन गणित में इस प्रयोग से बीच भेजा गया, कि बीजगणित के द्वारा प्रकृतिय पारम्परिक बोध उपादेय में एकप्रकार की सिद्धि दे सके। एक ओर भूतान में विवैयोरस द्वारा प्रतिपादित अहिंसा के साथ ही धार संख्या सिद्धान्त से पुष्ट दर्शन जन्म मरण के चक्र

* Introduction to English Translation & Notes of यकितप्रश्न संग्रह by M. Rangacharya. (1913).

† भारतीय शास्त्रीय, काशी।

‡ चीन में उत्तमवर्तिष्ठ प्रयासों की खोज के सिद्धे अभी हमें उपर्युक्त सामग्री प्राप्त नहीं हुई है। फिर भी जो कुछ हमें मिल सका है उसे ध्यान में प्रस्तुत किया है।

से विमुक्त होने का साधन प्रतीत होता है, वहा भारत में "सुखी रहें सब जीव जगत के" जैसी भावनाओं से प्रेरित तत्वों के सामान्यकरण की सीमा

"खम्मामि सव्व जीवाणं, सव्वे जीवा खमन्तु मे ।

मेत्ती मे सव्व भूदेसु, वैर मज्झ ण केणवि ॥"

में परिलक्षित होकर राशि सिद्धान्त की प्रयुक्ति से अनन्तत्व को प्राप्त हुई दिखाई देती है । हमारा यह सकेत है कि यूनान और भारत के गणित की तुलना का उक्त आधार सम्भवतः उपयोगी सिद्ध होगा । इस तुलना का अभिप्राय किसी देश की महानता आदि दिखाने का नहीं है, वरन् यह बतलाने का है कि सत्य और अहिंसा के तत्व विश्व के गुरुता केन्द्र को शांति के प्राण में खींचकर ले जाते हैं, और इस खिंचाव में जो आदान प्रदान होता है वहा सापेक्षता कृत परिवाद विश्वबधुत्व के अचल में विलीन हो जाते हैं । यही कारण है कि ऐसे समय में उक्त तत्वों से अभिप्रेरित खोजों के इतिहास को महत्व नहीं दिया जाता, जिससे इतिहास काल का मौन और अंध रहना स्वभाविक प्रतीत होता है ।

पुनर्जागरण के इतिहास के तत्वों की खोज करने के लिए हम पियेगोरस का भ्रमण पथ अपनावेंगे । इस भ्रमण पथ के विषय में अभ्युक्ति प्रसिद्ध है कि —

"Like many others of the sages in that Kingdom (Egypt), he was carried captive to Babylon, where he conversed with the Persian and Chaldean Magi, and travelled as far as India, and visited the Gymnosophists." *

तदनुसार हम सर्व प्रथम मिस्र देश के वर्द्धमान महावीर कार्लिन पुनर्जागरण के इतिहास पर प्रकाश डालेंगे । येलीज़ (६४० ई. पू.) और पियेगोरस, दोनों का भ्रमण मिस्र में सेइटिक युग (Saitic Period) ६६३-५२५ ईस्वी पूर्व में हुआ होगा । इस समय मिस्र में कूफू (Khufu) कालीन सिद्धान्तों की जो पुनर्जायति हुई वह (क्षितिज में उदय होने वाले 'अज्ञान अधकार विनाशक' सूर्य—Horus em akhet के परम्परागत प्रतीक) गीजा (Giza) के स्फिक्स (Sphinx) से सहसम्बन्धित थी । कूफू के सम्बन्ध में नवीन मत यह है कि इस पराक्रमी नृप ने ई. पूर्व २६०० के लगभग बलि प्रथा का अंत कर जनता के हित में उन्हें विभिन्न कार्यों में सलग्न किया था । मध्यपूर्व की प्रायः सभी प्राचीन सभ्यताओं वाले देशों में स्फिक्स की विभिन्न मुद्राएँ रूढि रूप से पूजा की पात्र रही हैं । जिसके मुख को छोड़ कर शेष अंग सिंह का है ऐसे स्फिक्स के मिस्री नाम क्रमशः समस्तावतारों में सूर्य (Horem-akhet-Kheperi-Ra-Atum 1420-1441 B. C.), जीवित मूर्ति (Seshepankh), सिंह (Sinuhe), आदि रहे हैं । इस स्फिक्स मूर्ति में मानव वदन देकर, इतिहासकारों के मतानुसार, सिंह के आतङ्क में बुद्धि, शक्ति और दया का सम्मिश्रण किया गया है । टालेमीय (Ptolemaic) कालीन लेख में इस मूर्ति को तीन मुकुट युक्त बतलाकर मानों तीनों लोकों के नाथ की उपाधि से विभूषित किया है "And Horus of Edfu transformed himself into lion which had the face of a man, and which was crowned with the Triple Crown (')." † सम्भवतः २६ वे राजवंश काल (ईस्वी पूर्व ५८८-५६९ ?) की महत्वपूर्ण इन्वेन्टरी स्टीले (Inventory Stela) में अंकित लेख

* Encyclopedia Americana, vol. 23, p 47, (1944)

† Salem Hossan The sphinx, p, 80, Cairo (1949)

महावीरानार्य और ब्रह्मगुप्त आदि के प्रश्नों तथा अन्य प्रकारों की मिश्रता क सम्बन्ध में डेविड यूजेन स्मिथ का निम्नलिखित वक्तव्य उद्धृत है :

“ For example, all of these writers treat of the areas of polygons, but Mahāvīrācārya is the only one to make any point of those that are reentrant. All of them touch upon area of a segment of a circle, but all give different rules. The so called janya operation is akin to work found in Brahmagupta and yet none of the problems is the same. The shadow problems, primitive cases of trigonometry and gnomonics, suggest a similarity among these three great writers, and yet those of Mahāvīrācārya are much better than the one to be found in either Brahmagupta or Bhaskar, and no question is duplicated.”

महावीरानार्य द्वारा गणितप्रश्न के सिवाय ‘ज्योतिष पट्ट’ ग्रन्थ भी रचित किए जाने की सम्भावना ‘भारतीय ज्योतिष’[†] के लेखक प. नेमिनद्र शास्त्री ने प्रकाश की है। अभी तक इसके किन्हे पुष्ट प्रमाण प्राप्त नहीं हो सके हैं।

गणित इतिहास का उपर्युक्त सामान्य अवलोकन हमने मुख्यतः ई. टी. बेड के “Development of Mathematics”, और विमूढीमूषण दत्त तथा भवभेदानन्दसिंह के, “History of Hindu Mathematics” नामक ग्रंथों का आधार लेकर लिया है। चीन के सम्बन्ध में अभी हमें विशेष जानकारी नहीं मिल सकी है।

गणित इतिहास का विभिन्न अवलोकन

अब हम भारतीय गणित इतिहास के अंशतम काळ में प्रवेश करने का प्रयत्न करेंगे। इस काळ में, विशेषकर यूनान और भारत में सम्पन्न: वैशिक, गणित और भारत की प्राचीन मूलप्रारंभ: गणित में अत्यन्त गति आई। गणित द्वारा अतीतिक्रमिक विधियों को बाँधने के अमृतपूर्व प्रयास होने लगे। इस प्रयास के विश्व यूनान में मुख्यतः पिथेगोरस के कर्णों में और विशेष रूप से भारत में तीर्थकर महावीर के तीर्थ में परिष्कृत किए गये हैं।[‡] आत्मा को उत्थ की ओर आकर्षित करने के स्थिर केवल ही कर्णों में दर्शन, धर्म की बातों में गणित का प्रयोग अतिथी है। यह निश्चित है कि इस काळ में विश्व की प्राचीन गणित में इस प्रयोजन से जीव बोधा गया, कि बीजगणित के द्वारा प्रकृतित पारम्परिक बोध, उपादेय में एकाग्रता की सिद्धि दे सके। एक ओर यूनान में पिथेगोरस द्वारा प्रतिपादित अर्थिहा के साथ ही साथ संख्या मिश्रण से पुष्ट दर्शन बनन प्रत्येक के अन्त

* Introduction to English Translation & Notes of ब्रह्मगुप्त संग्रह by M. Rangacharya. (1912).

† भारतीय शास्त्रीय, काशी।

‡ चीन में एकाग्रचित्त प्रयासों की ओर के किन्हे अभी हमें उपर्युक्त सामग्री प्राप्त नहीं हुई है। फिर भी जो कुछ हमें मिल सका है उसे अंत में प्रस्तुत किया है।

यूनानी विज्ञान का उच्चतम विकास होता है, पर अकगणित और ज्योतिष (astronomy) वही आदिकालीन रहते हैं।

मिख में प्रचलित अंकगणित से यूनानियों ने क्या सीखा ? इस प्रश्न पर वाएर्डेन का मत है कि यूनानियों ने मिख की गुणन विधि तथा भिन्नों का कलन सीखा होगा। इस प्रकार के कलन को उच्च बीजगणित के विकसित करने का आधार नहीं बनाया जा सकता है। यूनानियों ने ज्यामिति को भी स्वतंत्र रूप से विकसित किया। मिख की ज्यामिति के कुछ फल अवश्य ही प्रशंसनीय रहे हों, पर यूनानियों के लिए वह केवल प्रयुक्त अकगणित ही थी। रोमन युग में भी, जब कि फलित ज्योतिष का विकास हुआ, मिख की गणित ज्योतिष यूनान और वेधिलन की गणित ज्योतिष से बहुत पीछे रही।

यहा मिख और भारत की अभिलेखबद्ध सामग्री पर दृष्टिपात करना कहा तक उपयोगी सिद्ध होगा, नहीं कहा जा सकता।

(१) न केवल मास्को पेपायरस में, वरन् रिंड पेपायरस (सम्भवतः ईसा से १७०० वर्ष पूर्व) में भी परिधि और व्यास के अनुपात (π) का मान $(\frac{1}{2})^2$ अथवा ३.१६०५ .. माना गया है।*

ठीक यही मान नेमिचद्राचार्य† ने इस प्रकार उल्लिखित किया है,

“यदि किसी वृत्त की त्रिज्या r और उसके समाई किसी वर्ग की भुजा m हो,

$$\text{तो } \pi = \frac{r}{\frac{1}{2}m} \text{ होता है}”†$$

π का एक दूसरा मान $\sqrt{10}$ है, जो दशमलव के दो अंकों तक इसी रूप में प्राप्त होता है। इसे यति वृषभ ने तिलोय पण्णत्ती में दृष्टिवाट से अवतरित उल्लिखित किया है।‡

(२) समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल निकालने के सूत्रों का उपयोग तिलोय पण्णत्ती की गाथाओं, १-१६५, १८१ आदि में हुआ है। उपरोक्त सूत्रों से अवतरित सूत्र का उपयोग मिख के यंत्रियों ने चतुर्भुज का स्थूल क्षेत्रफल निकालने के लिए किया। यह सूत्र एडफू के सूर्य मंदिर में (सम्भवतः ईसा से १०० वर्ष पूर्व का) प्राप्त हुआ है।×

(३) मिख में π का एक दूसरा मान त्रिज्या की राशियों अथवा उनसे भरी जाने वाली बरिमाओं के माप से परिगणित परिधि और व्यास का अनुपात (Ratio) के रूप में ३.२ प्राप्त होता है। + व्यास को यदि इकाई लिया जाय तो वीरसेनाचार्य द्वारा उल्लिखित सूत्र “व्यास षोडश गुणित” से π का मान ३.१६ प्राप्त होता है।—

(४) रजु (Rope) जिनागम के विविध विषयों का निरूपण करता है। यह आयाम की एक विश्व इकाई है जिसका सम्बन्ध सूत्र्यंगुल, द्वीप समुद्रों की संख्या, आदि से स्थापित किया है। † केन्द्र के

* J L Coolidge A History of Geometrical Methods, p 11, (1940)

† त्रिलोक सार, गाथा १८।

‡ विभूति भूषण दत्त, जैन सिद्धान्त भास्कर, भाग २, किरण २, पृ० ३४।

• ति प ४-५०, ५७।

× षट्खंडागम, पुस्तक ४, गाथा १, ३ आदि।

+T Heath, Greek Mathematics, vol I, p 125, (1921)

— षट्खंडागम, पु ४, पृ ४०, गाथा १४।

† लक्ष्मीचंद्र जैन, तिलोय पण्णत्ती का गणित, शोलापुर, पृ० ९९-१०१, (१९५९)।

अहिंसा की प्रवर्तना के संवाह को प्रकल्प में असा हुआ लिटिस की कहानी में वर्तमान महावीर की जीव दया की सहायता प्रकृत करता प्रतीत होता है :

" The plans of the Image of Hor-em akhet were brought in order to bring to revision the sayings of the disposition of the Image of the very Redoubtable He came to make a tour, in order to see the thunderbolt which stands in the Place of the Sycamore, so named because of a great sycamore, whose branches were struck when the Lord of Heaven descended upon the place of Hor-em-akhet and also this image retracing the erasure according to the above mentioned disposition, which is written of all the animals killed at Rostaw It is a table for the vases full of these animals which, except for the thighs were eaten near these 7 gods, demanding (The God gave) the thought in his heart, of a written decree on the side of this Sphinx, in an hour of the night (1) The figure of this God being out in stone, is solid and will exist to eternity, having always its face regarding the orient "•

उपर्युक्त लेख का मुख्य भाग पवित्र मूर्तियों एवं प्रतीकों के प्रकल्प से पूर्व है जो कृष्ण द्वारा प्राप्त हुए मानी जाती हैं। निम्नवत कोरि के जीवों के प्रति मिस में प्रचलित दया का उल्लेख आर्चविद्याप श्रेतस्त्री ने किया है, "In Egypt there are hospitals for superannuated cats and the most loathsome insects are regarded with tenderness," तथा बर्दा मांसपक्ष्य निषेध एवं ब्रह्मचर्य पूजा के महात्पूर्व अथवा माने जाते हैं, 'Chastity, abstinence from animal food, ablutions, long and mysterious ceremonies of preparations of initiation, were the most prominent features of worship "†

कृष्ण द्वारा निर्मित महात्पूर्व के लिटिस का स्पष्ट ऐतिहासिक काल (Saitic Period) में जीव दया की प्रेरक पद्य पूजा का केन्द्र रहा है। इसकी पुष्टि, सर्वप्रथम इसन के शब्दों में यह है, "At the time when this stela was inscribed there was a great revival of the worship of the Apis bull at Memphis and that animal may also have been venerated in the Giza district at least during the Saitic Period and later

इसके प्रायः १ वर्ष उपरान्त का इतिहास अथकारक है। यहाँ "इतिहास पिता" हिरॉटोटस भी मौन है। २ ई पू. से लेकर ३ ई पू तक का काल हेलेनीय (Hellenism) युग है। इस समय विचररिया यूनानी कला और विज्ञान का कन्द्र रहता है। पश्चिम ज्योतिष का उदय होता है।

• The Sphinx, pp. 323-324, (1940).

† W. E. H. Lecky History of European Morals Vol. I, pp 289-325 (1859).

यूनानी विज्ञान का उच्चतम विकास होता है, पर अकगणित और ज्योतिष (astronomy) वही आदिकालीन रहते हैं।

मिस्र में प्रचलित अंकगणित से यूनानियों ने क्या सीखा ? इस प्रश्न पर वाएडेंन का मत है कि यूनानियों ने मिस्र की गुणन विधि तथा भिन्नों का कलन सीखा होगा। इस प्रकार के कलन को उच्च बीजगणित के विकसित करने का आधार नहीं बनाया जा सकता है। यूनानियों ने ज्यामिति को भी स्वतंत्र रूप से विकसित किया। मिस्र की ज्यामिति के कुछ फल अवश्य ही प्रशसनीय रहे हों, पर यूनानियों के लिए वह केवल प्रयुक्त अकगणित ही थी। रोमन युग में भी, जब कि फलित ज्योतिष का विकास हुआ, मिस्र की गणित ज्योतिष यूनान और वेत्रिलन की गणित ज्योतिष से बहुत पीछे रही।

यहा मिस्र और भारत की अभिलेखबद्ध सामग्री पर दृष्टिपात करना कहा तक उपयोगी सिद्ध होगा, नहीं कहा जा सकता :

(१) न केवल मास्को पेपायरस में, वरन् रिंड पेपायरस (सम्भवतः ईसा से १७०० वर्ष पूर्व) में भी परिधि और व्यास के अनुपात (π) का मान $(\frac{256}{81})^2$ अथवा ३.१६०५.. माना गया है।*

ठीक यही मान नेमिचद्राचार्य† ने इस प्रकार उल्लिखित किया है,

“यदि किसी वृत्त की त्रिज्या r और उसके समार्ध किसी वर्ग की भुजा m हो,

$$\text{तो } \pi = \frac{r}{m} \text{ म होता है}” ‡$$

π का एक दूसरा मान $\sqrt{10}$ है, जो दशमलव के दो अंकों तक इसी रूप में प्राप्त होता है। इसे यति वृषभ ने तिलोय पण्णत्ती में दृष्टिवाद से अवतरित उल्लिखित किया है।☉

(२) समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल निकालने के सूत्रों का उपयोग तिलोय पण्णत्ती की गाथाओं, १-१६५, १८१ आदि में हुआ है। उपरोक्त सूत्रों से अवतरित सूत्र का उपयोग मिस्र के यंत्रियों ने चतुर्भुज का स्थूल क्षेत्रफल निकालने के लिए किया। यह सूत्र एडफू के सूर्य मंदिर में (सम्भवतः ईसा से १०० वर्ष पूर्व का) प्राप्त हुआ है।×

(३) मिस्र में π का एक दूसरा मान बीजों की राशियों अथवा उनसे भरी जाने वाली वरिमाओं के माप से परिगणित परिधि और व्यास का अनुपात (ratio) के रूप में ३/२ प्राप्त होता है। + व्यास को यदि इकाई लिया जाय तो वीरसेनाचार्य द्वारा उल्लिखित सूत्र “व्यास षोडश गुणित .. ” से π का मान $\frac{3}{2}$ प्राप्त होता है।—

(४) रजु (Rope) जिनागम के विविध विषयों का निरूपण करता है। यह आयाम की एक विश्व इकाई है जिसका सम्बन्ध सूच्यगुल, द्वीप समुद्रों की संख्या, आदि से स्थापित किया है। † केन्द्र के

* J L Coolidge A History of Geometrical Methods, p 11, (1940)

† त्रिलोक सार, गाथा १८।

‡ विभूति भूषण दत्त, जैन सिद्धान्त भास्कर, भाग २, किरण २, पृ० ३४।

☉ ति. प ४-५०, ५७।

× षट्खंडागम, पुस्तक ४, गाथा १, ३ आदि।

+T Health, Greek Mathematics, vol I, p 125, (1921)

— षट्खंडागम, पु. ४, पृ ४०, गाथा १४।

† लक्ष्मीचंद्र जैन, तिलोय पण्णत्ती का गणित, शोलापुर, पृ० ९९-१०१, (१९५९)।

अनुसार, मिस्र के बंभी, पियेगोरस के साध्य का उपयोग रज्जु के द्वारा करते थे, और वे रज्जु बांधने या खींचने वाले कहलाते थे। बाएर्डन का मत है कि केन्द्र का यह कथन कि ये छात्र ३: ४: ५ वाले रज्जु का उपयोग करते थे और उन्हें पियेगोरस का साध्य बात या, ठही नहीं है। इतना भ्रमक है कि पियेगोरस के निर्माण में किसी बहुत शुद्ध रूप से समकाल बनाते थे। *

(५) मिस्र में द्विगुणित करने का परिकल्पन (duplatio) और मध्यस्थ प्रक्रिया (mediatio) प्राचीन काल से प्रचलित थी। † वही यूनान में नीमोपियेगोरियन बर्ग ने उपयोग में लाया, और वही हम प्लेटो कागम, जैसे प्रबोध में बिखरे हुए पाते हैं। मिस्रों के परिगणन मिस्र के इन पेपायरसों में तथा प्रवक्ष्य टीका में विस्तृत रूप में देखने मिश्रा है। इनके सिवाय 'ह' (aha) परिकल्पन राशि कल्पन की परम्परा का सूचित करने हैं। झूठ (false) विधि के किसी प्रयोग महावीरचार्य के गणितसार संग्रह में देखने में आये हैं।

(६) बौ धातार वाले रूप (और सम्भवतः उसके सम्बन्धियों) के धनकाल निकालने में मिस्र में शुद्ध और प्रसिद्ध स्तंभों का उल्लेख मिश्रा है। X

यहां भारत में बरिसेन द्वारा युक्ति बक से सिद्ध किया गया वर्ष धातार वाले ओषकाल का विवरण, उसके तथा पाठकथ्य की परतों के धनकाल का कल्पन, आदि हमें मिस्र के स्तंभों के वास्तविक में जो बानने के स्थिर मेरित करते हैं। झूठ द्वारा निर्मित कथना गया महास्तंभ मेवाभी वैज्ञानिकों के अपीकाल में धर्म गणित व्यापार तथा अन्य महत्वपूर्ण ऐतिहासिक घटनाओं का संयुक्त संस्कार के रूप स्वरूप निर्मित किया गया होगा। हिरोडोटस के अनुसार मिस्र काही रूप आकार को बीजन का प्रकार रूप (emblem) मानते थे। रूप का विस्तृत आधार हमारी वर्तमान दशा के अस्तित्व का प्रारम्भ एवं उसका किन्तु में भ्रमकाल, (सांसारिक) अस्तित्व का अन्त माना जाता था। जो सचता है कि इसी कारण उन्होंने अपनी समाधिओं में इत आकृति का उपयोग किया हो। † ईसा से प्रायः ४८४ वर्ष पूर्व हुए हिरोडोटस की उक्त अन्वुक्ति की पुष्टि मेम्फिस के प्रायः उत्तर में स्थित पिरमिड युग से पूर्व के मंदिर की परम्परा द्वारा होती है। इत मंदिर में सबसे पवित्र 'पियेगोरस के आकार का' एक पत्थर था। यह विश्वास किया जाता था कि यह पत्थर सर्व (अज्ञान अंधकार विनाशक) प्रगाथा को फीनिक्स (Gr Phoenix) पक्षी के रूप में प्रकट होने में आकार रूप था। ‡ प्राचीन किंगडम की अनुसार यह पक्षी ५ या ६ वर्ष धीमे रहने के पश्चात् अपनी जिवा बनाकर स्वर्ग के पंखों से युक्ताता है और अपनी ही मरम् में से निकल कर उड़ जाता है। इस प्रकार यह अमरता का प्रतीक, अथवा सर्वोत्कृष्ट, उत्तम रूप (paragon) भी माना जाता है। यह विकल्प हमें धर्म विद्वान् की मान्यता का प्रारूप प्रतीत होता है, जहां धर्म हवन का उपधी आसनों में विद्यमान कर युक्ति या वैश्व्य प्राप्त किया जाता है।

हिरोडोटस ने रूप के विस्तृत आधार को हमारी वर्तमान दशा के अस्तित्व का प्रारम्भ बतलाना है। बार महान मुबारफ सैसी बीजन का प्ररूपण करती हैं जो सम्भवतः पियेगोरस का Tetractys है और येन मान्यता का बहुगुणित चक्र (चतुर्धनक) है। इत दशा का किन्तु रूप में प्रकट होना (और सांसारिक)

B. L. van der Waerden, Science Awakening, Holland, p. 6 Eng. trans. (1945).

† Ibid, p. 18

‡ वर्ल्डगम ४ व गणित प्रस्तावना।

X B. L. Waerden, Science Awakening, pp. 34-35.

+ The Encyclopedia Americana p. 40 vol. 23 (1944)

∞ I. E. S. Edwards The Pyramids of Egypt, (Pelican), p. 31 (1947)

अस्तित्व का अत माना जाना, जैन मान्यता की पंचम गति, मोक्ष मे समन्वय स्थापित करना प्रतीत होता है। यह चतु चक्रमण स्वरितक के अर्थ को भी स्तूप की भुजा प्ररूपणा में समन्वित करना दृष्टिगत होता है।
कर्म सिद्धान्त की मान्यता की सदृशता कुछ अंशों में हमे निम्नलिखित उद्धरणों में भी दृष्टिगत होती हैं—

ब्रह्मार्पण ब्रह्म हविर्ब्रह्माग्नौ ब्राह्मणा हुतम् ।

ब्रह्मैव तेन गतव्यं ब्रह्म कर्म समाधिना ॥११॥

पुनः यज्ञ के इस निर्वचन को लेकर यह कथन है—

गत सङ्गस्य मुक्तस्य ज्ञानावस्थित चेतसः ।

यज्ञायाचरत कर्म समग्रं प्रविलीयते ॥१॥

इसी अभिप्राय को निम्नलिखित श्लोक में निर्दिशित किया है—

यथैघासि समिद्धोऽग्निर्भस्मसात्कुरुतेऽर्जुन ।

ज्ञानाग्निं सर्व कर्माणि भस्म सात्कुरुते यथा ॥१॥

पिरेमिड में स्थित अन्य वस्तुओं के नाम धार्मिक महत्ता से ओतप्रोत थे। समाधि का नाम “अनन्तत्व का दुर्ग” था, तथा साथ में रखी जानेवाली नाव सम्भवतः ससारसागर से पार ले जाने की प्रतीक रूप थी। जो कुछ हो, इतना अवश्य है, कि मृत्यु के उपरात आनेवाली घटनाओं की आशंका में इसी जीवन के अंतराल में पूरी तैयारियों की जाती थीं, सम्भवतः न केवल राजा के लिए, वरन् राज्यसत्तद्वारा इस स्तूप प्रतीक प्ररूपणा के सहारे समस्त बुद्धि जीवी वर्ग के लिये भी। सबसे प्राचीन हीलिआपोलिस के मंदिर के पिरेमिड प्रतीक को सबसे बृहत् रूप में स्थापित करने का श्रेय अहिंसाके प्रबल समर्थक कूफू को ही है।

इस प्रकार बने हुए स्तूपों को मिस्री में मेर m (e) r कहा जाता है, जिसका निर्वचन ‘आरोहण स्थल’ (place of ascension) किया जाता है। यह निर्वचन यद्यपि भाषा विज्ञान विषयक नियमों के विरुद्ध नहीं है, तथापि सशयात्मक है। फिर भी, पिरेमिड ग्रंथों (texts) में इस प्रकार का उल्लेख है कि “उस (राजा) के लिये स्वर्ग सोपान ढाली गई है ताकि वह स्वर्गारोहण कर सके।”⁽¹⁾ यह विश्वास न केवल प्राचीन मिस्र मे ही प्रचलित था, वरन् मेसोपोटेमिया, एसिरिया और वेविलन में भी प्रचलित था जहाँ आठ मंजिलों की इमारतें सम्भवतः इसी हेतु निर्मित की गई थीं। इनका नाम सिपुरात था और सिपार (Sippar) के ऐसे भवन का नाम ‘उज्ज्वल स्वर्ग का सोपान भवन’ था। इन स्तूपों का अन्य प्रचलित पिरेमिड है, जो यूनानी भाषा के पिरेमिस शब्द से उत्पन्न हुआ है। मिस्री गणितीय ग्रन्थ के अनुसार सम्भवत यह एक ज्यामितीय पद है, जिसका अर्थ, “वह जो अस (us) से (सीधा) ऊपर जाता है” बिलकुल अस्पष्ट, किन्तु पिरेमिड (स्तूप) के उल्लेख का द्योतक है। हम अभी नहीं कह सकते कि तिलोयपण्णत्ती में वर्णित समवशरण की विधियों में निर्मित यह क्या इन्हीं से सह-सम्बन्धित है ?

ॐ श्रीमद्भगवद् गीता ४-२४

† वही, ४-२३

‡ वही, ४-३७

० The Pyramids of Egypt, pp 236, 237

ग० सा० सं० प्र०-३

अनुपात, मिस्र के यंत्री, पियेगोरस के साध्य का उपयोग रखने के द्वारा करते थे, और वे रखने वाले या सींचने वाले कहलाते थे। बाएरॉन का मत है कि केन्द्र का यह कथन कि वे छोटा ३:४:५ वाले त्रिभुज का उपयोग करते थे और उन्हें पियेगोरस का साध्य बात था, सही नहीं है। इसका मतलब है कि पिरैमिड आदि के निर्माण में किसी बहुत बृहत् रूप से ठमकोज बनाते थे। *

(५) मिस्र में द्विगुणित करने का परिकल्पन (duplatio) और अर्द्धच्छेद प्रक्रिया (mediatio) प्राचीन काल से प्रचलित थी। † यही यूनान में नीओपियगोरियन बर्गों के उपयोग में उदया, और वही हम पटलशास्त्र जैसे शब्दों में बिल्ले हुए पाते हैं। मिश्रों के परिगणन मिस्र के इन पेपावरतों में तथा चपला टीन्ना में बिल्लूत रूप में देखने मिळता है। इनके सिवाय 'ह' (aha) परिकल्पन राशि कल्पन की परम्परा का सूचित करने हैं। झूट (false) स्थिति के मिस्री प्रयोग महावीरचार्य के गणितसार संग्रह में देखने में आये हैं।

(६) बर्ग आकार वाले लूप (और सम्भव तबके समन्वितभक्षों) के धनफल निकालने में मिस्र में शुद्ध और प्रसिद्ध सूत्रों का इस्तेमाल मिळता है। ‡

यहां भारत में पीरसेन द्वारा युक्ति बल से सिद्ध किया गया बर्ग आकार वाले क्षेत्रफल का विचित्र, उनके तथा वातबन्ध की परतों के धनफल का कल्पन, आदि हमें मिस्र के लूपों के सांख्यिक भेद का जानने के लिये प्रेरित करते हैं। क्यू द्वारा निर्मित किया गया महालूप मेधावी वैज्ञानिकों के अभीष्ट में धर्म गणित व्यापित तथा अन्य महत्वपूर्ण ऐतिहासिक घटनाओं के संयुक्त संस्कार के एक रूप निर्मित किया गया हुआ। हिरोडोटस के अनुसार मिस्र बांधी लूप आकार को जीवन का प्रकाश (emblem) मानते थे। लूप का बिल्लूत आकार हमारी वर्तमान दशा के अस्तित्व का प्राथम्य एक ठमका बिन्दु में अवधान, (सांख्यिक) अस्तित्व का अन्त माना जाता था। हो सकता है कि इसी कारण उन्होंने अपनी समाधिओं में इस आकृति का उपयोग किया हो। † इससे प्रायः ४८४ वर्ष पूर्व हुए हिरोडोटस की उक्त अल्पुक्ति की पुष्टि मेम्फिस के प्रायः उत्तर में स्थित पिरैमिड युग से पूर्व के मंदिर की परम्परा द्वारा होती है। इस मंदिर में सबसे पवित्र पिरैमिड के आकार का एक पाथर था। यह विश्वास किया जाता था कि यह पाथर सूर्य (अथवा अंधकार विनाशक) भगवान का चीनिख (Gr Phoenix) पक्षी के रूप में प्रकट होने में आकार रूप था। ‡ प्राचीन किंगडम की अनुसार वह पक्षी ५ या ६० वर्ष जीवित रहने के पश्चात् अपनी किटा बनाकर स्वयं के पंखों से छुट्टा जाता है और अपनी ही मल में से निकल कर उड़ जाता है। इस प्रकार वह अमरता का प्रतीक, अथवा सर्वोत्कृष्ट, उत्तम रूप (paragon) की माना जाता है। यह विवरण हमें कम विद्वान्त की मान्यता का प्रारूप प्रतीत होता है जहां धर्म रचने का ठमको ब्राह्मणों में निम्न कर मुक्ति या कैवल्य प्राप्त किया जाता है।

हिरोडोटस के लूप के विगुण आकार को हमारी वर्तमान दशा के अस्तित्व का प्राथम्य बतलाया है। बार महान मुहार्द संकाली जीवन का प्रकथन करती हैं वा सम्भवतः पियेगोरस का Tetractys है और येन मान्यता का चतुर्भुज पट (चतुर्धन्य) है। इस दशा का बिन्दु रूप में प्रकट हाना (और सांख्यिक)

B L. van der Waerden, Science Awakening, Holland, p. 6 Eng. trans (1945).
 † IBL, p. 18
 ‡ बर्गशास्त्र ४ व गणित प्रस्तावना।
 † B L. Waerden, Science Awakening, pp. 31-35.
 ‡ The Encyclopedia Americana p 40 vol. 23 (1944)
 † I. E. S. Edward The Pyramids of Egypt (Tollan), p. 21 (1947).

अस्तित्व का अत माना जाना, जैन मान्यता की पंचम गति, मोक्ष मे समन्वय स्थापित करना प्रतीत होता है। यह चतु चक्रमण स्वस्तिक के अर्थ को भी स्तूप की भुजा प्ररूपणा मे समन्वित करना दृष्टिगत होता है।
कर्म सिद्धान्त की मान्यता की सहगता कुछ अशों में इमें निम्नलिखित उद्धरणों में भी दृष्टिगत होती हैं—

ब्रह्मार्पणं ब्रह्म हविर्ब्रह्माग्नौ ब्राह्मणा हुतम् ।

ब्रह्मैव तेन गतव्यं ब्रह्म कर्म समाधिना ॥१॥

पुनः यज्ञ के इस निर्वचन को लेकर यह कथन है—

गत सङ्गस्य मुक्तस्य ज्ञानावस्थित चेतसः ।

यज्ञायाचरत कर्म समग्रं प्रविलीयते ॥†

इसी अभिप्राय को निम्नलिखित श्लोक में निर्दिशित किया है—

यथैवासि समिद्धोऽग्निर्भस्मसात्कुरुतेऽर्जुन ।

ज्ञानाग्निः सर्व कर्माणि भस्म सात्कुरुते यथा ॥‡

पिरेमिड में स्थित अन्य वस्तुओं के नाम धार्मिक महत्ता से ओतप्रोत थे। समाधि का नाम “अनन्तत्व का दुर्ग” था, तथा साथ में रखी जानेवाली नाव सम्भवतः ससारसागर से पार ले जाने की प्रतीक रूप थी। जो कुछ हो, इतना अवश्य है, कि मृत्यु के उपरात आनेवाली घटनाओं की आशका में इसी जीवन के अंतराल में पूरी तैयारियों की जाती थीं, सम्भवतः न केवल राजा के लिए, वरन् राज्यसत्तद्वारा इस स्तूप प्रतीक प्ररूपणा के सहारे समस्त बुद्धि जीवी वर्ग के लिये भी। सबसे प्राचीन हीलिआपोलिस के मठिर के पिरेमिड प्रतीक को सबसे बृहत् रूप में स्थापित करने का श्रेय अहिंसाके प्रबल समर्थक क्यू को ही है।

इस प्रकार बने हुए स्तूपों को मिस्री में मेर m (e) r कहा जाता है, जिसका निर्वचन ‘आरोहण स्थल’ (place of ascension) किया जाता है। यह निर्वचन यद्यपि भाषा विज्ञान विषयक नियमों के विरुद्ध नहीं है, तथापि सशयात्मक है। फिर भी, पिरेमिड ग्रंथों (texts) में इस प्रकार का उल्लेख है कि “उस (राजा) के लिये स्वर्ग सोपान डाली गई है ताकि वह स्वर्गारोहण कर सके।”⁽¹⁾ यह विश्वास न केवल प्राचीन मिस्र मे ही प्रचलित था, वरन् मेसोपोटेमिया, एसिरिया और बेबिलन में भी प्रचलित था जहाँ आठ मजिलों की इमारतें सम्भवतः इसी हेतु निर्मित की गई थीं। इनका नाम बिगुरात था और सिपार (Sippar) के ऐसे भवन का नाम ‘उज्ज्वल स्वर्ग का सोपान भवन’ था। इन स्तूपों का अन्य प्रचलित पिरेमिड है, जो यूनानी भाषा के पिरेमिस शब्द से उत्पन्न हुआ है। मिस्री गणितीय ग्रन्थ के अनुसार सम्भवत यह एक ज्यामितीय पद है, जिसका अर्थ, “वह जो अस (us) से (सीधा) ऊपर जाता है” बिलकुल अस्पष्ट, किन्तु पिरेमिड (स्तूप) के उत्सर्ध का द्योतक है। हम अभी नहीं कह सकते कि तिलोयपण्णत्ती में वर्णित समवशासन की विधियों में निर्मित थूह क्या इन्हीं से सह-समन्वित हैं ?

ॐ श्रीमद्भगवद् गीता ४-२४

† वही, ४-२३

‡ वही, ४-३७

0 The Pyramids of Egypt, pp 236, 237

ग० सा० सं० प्र०-३

यूनानी गणित के बीबीय तथ्यों सम्बन्ध, अग्रजक बेबिखन की बीब गणित से बोझा बाठा है। इस प्रकार ओ न्युगेबाएर (Neugebauer), ओ बेकेर (Becker) राहडेमाइस्टर (Reidemeister) प्रयत्ति विद्वानों ने यह देखाकर कि बीबगणित आभोफेन्स से प्रारम्भ न होकर प्रायः २ वर्ष पूर्व मेसोपोटेमिया से प्रारम्भ होती है, यह भी संभावना व्यक्त की है कि पियेगोरस क अर्धमिति की शिखान्त को बेबिखन का अर्धमिति की सिद्धांत कहना उचित होगा।

इसी प्रकार श्री एच वाएर्टेन ने भी निम्नलिखित तथ्यों को प्रमाणित करने का प्रयास किया है—

१—देखीज और पियेगोरस ने बेबिखन की गणित को छेकर प्रारम्भ किया परन्तु उसे बिबकुल मिश्र, विशिष्ट रूप से यूनानी, उल्लेख दिया।

२—पियेगोरीय वार्गे में और बाहर, गणित को उच्चतर और सतत उच्चतर रूप में विकसित किया गया। इस प्रकार गणित पीरे पीरे इद्वर टर्क की शिक्षा का समाधान करने आया।

इस सम्बन्ध में वाएर्टेन का मत है कि गणित इतिहास के अध्ययन में निम्नलिखित बातों को अनावश्यक न समझा जाये—

(१) संस्कृति का सामान्य इतिहास, जिसमें न केवल ज्योतिष और आर्थिकी बल् मकन निर्माण विद्या (architecture), विद्य (technology) दर्शन और यहाँ तक कि धर्म (पियेगोरस) के विषयों को समाविष्ट किया जाये।

(२) राजनैतिक और सामाजिक बहाराएँ।

(३) व्यक्तिगत परिच और उसका जीवन कायै।

गणित क्षेत्र में सबसे महत्वपूर्ण आभारभूत कार क्रियाएँ होती हैं, जिनका उपयोग संकेतों द्वारा गणित क विकास का अरुण सीमा तक पहुँचाया जा सकता है। संकेतों में स्थानार्थ पद्धति तथा दशमिक पद्धति स्थाना बड़े महत्त्व की वस्तु है। इसके आभार पर बड़ी संख्याओं का लेखन तथा अन्य गणनाओं को सुगम बनाया जा सकता है। इसमें संदेह नहीं कि ज्योतिष में आधुनिक पाश्चिम पद्धति का इतिहास सम्भवतः ४९५९ वर्ष पुराना है। बेबिखन बाबियों ने पाश्चिम पद्धति मुमेरबावियों (सुम्भिरियन) से ली और इस पद्धति को यूनानी ज्योतिषी टालेमी (१५० ई) ने अनायास तथा उसमें शून्य प्रतीक का उपयोग कर अपने काक की दशमिक पद्धति के समारं बनाया। पाश्चिम पद्धति में स्थिति लम्बी प्रतीकों का उपयोग तो होता था, परन्तु उसमें कई दोष भी थे। १ और ६ क प्रतीकों, तथा १, ११, और १११, के प्रतीकों में अंतर न था।

भारतीयों द्वारा यूनानी ज्योतिष के आभारान सेमे के आभार पर सम्भवतः वाएर्टेन ने प्रयत्नेयक (Freudenthal) क मत का समर्थन किया है :

“Freudenthal's hypothesis reduces therefore to the following : Before becoming subject to the Greek influence, the Hindus had a verified positional system arranged decimally and starting with

Science Aw kenig p. 6

↑ Science Aw kenig p 39

↑ कीन डी भी वल्लभ में पाश्चिम दशमिक पद्धति उपयोग में लाई गई थी जिसमें १ को दशमक इकाई अथवा एक निम्नलिखित किया गया था। Cf. Struik, D. J. A concis e History of M (Lect the Dover (1949)

the lowest units. They had the digits 1-9 and similar symbols for, 10, 20,... Along with Greek astronomy, the Hindus became acquainted with the Sexagesimal system and the zero. They amalgamated this positional system with their own, to their own Brahmin digits 1-9, they adjoined the Greek 0 and they adopted the Greek-Babylonian order.

It is quite possible that things went in this way. This detracts in no way from the honour due to the Hindus, it is they who developed the most perfect notation for numbers, known to us.*

वाएडेन का उक्त समर्थन, उनकी निम्नलिखित अभ्युक्ति पर भी आधारित प्रतीत होता है .

“In this manner Buddha continues through 23 stages. According to an arithmetic book, *koti* is a hundred times one hundred thousand (sata sata sahassa), so that the largest number mentioned by Buddha is 10^7 . $10^{16} = 10^{53}$. But in most arithmetics, these same words ayuta and niyuta have other values, viz. 10^4 and 10^5 .

But Buddha has not yet reached the end . This is only the first series, he says Beyond this there are 8 other series.

It is clear that these numerals were never used for actual counting or for calculations. They are pure fantasies which, like Indian towers, were constructed in stages to dazzling heights”†

इस सम्बन्ध में हम इन विद्वानों का ध्यान तिलोयपण्णत्ती और द्रव्य प्रमाणानुगम, षट् खडागम पुस्तक ३ की ओर आकर्षित करना चाहते हैं । तिलोयपण्णत्ती के ज्योतिषीय प्रकरणों को देखने से पता चलता है कि जिन स्वतंत्र, मौलिक ग्रंथों से उसमें सामग्री ली गई है, उनमें कालगणना का प्रत्यक्ष आधार यूनानी षाष्ठिक पद्धति नहीं है । साथ ही, द्रव्य प्रमाणानुगम के अध्ययन से प्रतीत होता है कि ईसा के अनेक वर्ष पूर्व, सम्भवतः वर्द्धमान महावीर काल में ही अथवा बाद में, जीवों के गुणस्थान, मार्गणास्थान आदि में सरख्या प्ररूपण के लिए बड़ी-बड़ी सरख्याओं के लेखन, गणन आदि की आवश्यकता पड़ी होगी । इस आवश्यकता के लिये उन्हें कोई क्रांतिकारी सरल पद्धति को ग्रहण करना आवश्यक हो गया होगा । उस समय विश्व के या तो किसी छोर से उन्हें शून्य के आधार पर स्थानार्हासहित दाशमिक पद्धति अपनाना पड़ी होगी, अथवा उन्हें ही शून्य को लेकर इस पद्धति का आविष्कार करना पडा होगा । जैसा कि हम आगे देखेंगे कि यूनान के पियेगोरस के वर्ग और भारत के वर्द्धमान महावीर के तीर्थ में ऐसी कई बातों में सदृशताएँ हैं कि हमें यह सम्भावना प्रतीत होती है कि ईसा से प्रायः ५०० या ६०० वर्ष पूर्व के बीच भी यूनानियों और भारतीयों में आदान प्रदान हुआ । न केवल स्थानार्हासहित दाशमिक पद्धति ही, वरन् जीव द्रव्य के प्रमाण की संख्या का बोध क्षेत्र, काल आदि का आधार लेते हुए अनेक मौलिक पद्धतियों के आधार पर कराया गया है, जो विश्व के प्राचीन गणित ग्रंथों में दिखाई नहीं देता है । कुछ ऐसे प्रकरण हैं, जैसे सलागा अर्थ

* Science Awakening, pp 56, 57

† Ibid p 52

(सूचका प्रमाण, Logarithm),* गणि सिद्धान्त आदि विनके आविष्कार द्वारा में सत्रहवीं और अठारहवीं शदी में हुए हैं। इस प्रकार "आश्चर्यका आविष्कार की बननी है", के आधार पर हम यह सम्मानना भी स्वच्छ करते हैं कि वर्तमान महावीर के तीर्थ में उनके अनुयायियों द्वारा स्थानार्थ प्रतीक सहित दार्शनिक पद्धति के अनाथ की पूर्ति करने के प्रयास अवश्य ही किये गये होंगे।

यूनानियों द्वारा बेबिलोनवासियों के अद्यतन का उपयोग सम्भवतः पेशीय द्वारा प्रहल काक का प्रस्तावना जाना पुष्ट करता है। बेबिलन में प्रहलो के अवलोकन की विधियों सम्भवतः ७४७ ई पू में हुए नबोनेझार दूपति के काल में निश्चित हुई प्रतीत होती हैं। इसके पश्चात् ई पू ५८० में नेबुकडनेझर † (द्वितीय) (Nebuchadnezzar II 605-562 B C) के राज्यकाल तक कब्र और सिंघन में उत्पत्ति तथा चन्द्रमा और ग्रहों के अवलोकन के प्रमाण मिलते हैं। इसके पश्चात् उत्तरोत्तर काल में ज्योतिष के विकास के प्रमाण मिलते हैं। नेबुकडनेझर के सम्बन्ध में एक ही ऐसे तथ्य हैं जो हमें डा प्राग्नाथ विद्यालय द्वारा प्राप्त प्रमाण पाठ्य के तात्पर्य के लक्ष्य, "बेबीलोन के दूपति नेबुकडनेझर ने रैबतगिरि के धाम मेसि के मंदिर का जीर्णोद्धार करवाया" † की ओर आकर्षित करता है। ये तथ्य इस प्रकार हैं :

"From his inscriptions we gather that Nebuchadnezzar was a man of peculiarly religious character" †

His peaceful energies were devoted to building magnificent palaces and temples and herein he excelled" †

परन्तु उपर्युक्त कोई पुष्ट प्रमाण नहीं है। इसके आधार पर हम भारत और बेबिलन का वर्तमान महावीर के तीर्थ से सम्बन्धित पुनर्जागरण से सम्बन्ध बतलाने चकें। इसके सम्बन्ध में भारतीय सिन्धु और न्याय प्रशासिका श्री बेबिलन के सिन्धु और न्याय प्रशासिका से जुड़ना सम्भवतः उपयोगी सिद्ध हो। अभी तक उपर्युक्त सामग्री के आधार पर यलित सम्बन्धी दुस्रना भावि हम अगले पृष्ठों में देंगे।

बेबिलन के उच्च रूप से विकसित बीजगणित की सम्भाव्यता के विषय में यह प्रमाण दिया जाता है कि उनके पास उत्कृष्ट धातुक प्रतीक प्रकृष्टता थी, जिससे सख्या और मिश्रों को वर्धाया जा सकता था और उनमें समानसंख्यापूर्वक गणनाएँ की जा सकती थी। इस प्रकार उन्हें एक तथा दो अक्षर वाले रेखीय और त्रै कोणीय प्रतीकों का इस्तेमाल की रीति ज्ञात थी। इनके विज्ञान (अ + ब)^२ जैसे बीबीय रूपों का आविष्कार प्रकृत समान्तर रेखाओं से बहुभुज अनुपात के सम्बन्ध, विवेगोरसक साध्य सिद्ध और सम्बन्ध बहुभुज का क्षेत्रफल आदि का ज्ञान सम्भवतः उन्हें पूर्ण प्रचलित परम्परा से था। सफ्यासिद्धान्त में अंशों का संकलन भी दृष्टिगत होता है। परन्तु यह सब ज्ञान विवेगोरस को धर्म और दर्शन में मलित के

* होडरमह में सर्वसंरक्षित में सर्व को इच्छा क्षेत्र काक और माय का प्रमाण निश्चित किया है।

† अथवा नेबुकडनेझर Cf. Encyclopaedia Britannica vol 16 p. 184 (1956)

‡ सु क्रांतिसागर समज संस्कृति और कला पृ. १० (१९५९) अथवा का वैभव भारतीय साहित्य काली पृ ११ (१९३) तथा Times of India 19-3-1935

† Encyclopaedia Britannica Vol 16 p. 185 (1956)

‡ J B Bury & others The Cambridge Ancient History P 216 Vol III,

प्रयुक्त करने, तथा गणित में गति लाने में कहा तक प्रेरक रहा होगा, इस पर हमें अभी विचार करना शेष है। उपर्युक्त गणित के प्रयोग हम प्राकृत ग्रंथों में देखते हैं, परन्तु विशेषरूप से दो तथ्य हमें आश्चर्य में डाल देते हैं:—

(१) तिलोय-पण्णत्ती के चतुर्थ अधिकार में गाथा १८० ओग १८१ में दिये गये सूत्र जीवा और धनुष का प्रमाण निकालने के लिए उद्धृत हुए हैं। गणना $\sqrt{१०}$ के आधार पर इन सूत्रों की सरचना का प्रमाण मिलता है। जीवा के विषय में विलकुल ऐसा ही सूत्र,

$$\text{जीवा} = \sqrt{४ \left[\left(\frac{\text{व्यास}}{२} \right)^२ - \left(\frac{\text{व्यास}}{२} - \text{बाण} \right)^२ \right]}$$

के रूप में, वेविलन के अभिलेखों के आधार पर २६०० ई० पूर्व (१) उपस्थित होना आश्चर्य जनक है। जहाँ π का मान ३ होना स्वीकृत हो चुका था वहाँ पियेगोरस के साध्य के आधार पर इस सूत्र का होना उपयुक्त प्रतीत होता है। धनुष के सम्बन्ध में दिया गया सूत्र, π का मान $\sqrt{१०}$ लेने के आधार पर है जो वेविलन में अप्राप्य है।†

(२) वीरसेन ने क्षेत्र प्रयोग विधिके आधार पर जो त्रिज्जीय समीकरणों का रैखिकीय निरूपण दिया है, वह भी क्या वेविलन अथवा यूनान से लिया गया है, अथवा पारपरिमित गणात्मक सख्याओं के निरूपण के लिये प्रचलित अनेक विधियों में से एक यह विधि भी जैनाचार्यों की मौलिक रूप से आविष्कृत विधि है, यह भी विचारणीय है।*

(३) षाष्टिका पद्धति का उद्गम स्थल वेविलन माना जाता है। ६० को आधार लेने के कई कारण प्रस्तुत किए गये हैं। यह पद्धति ज्योतिष में विशेष रूप से स्थान पाये हुए है। तिलोय पण्णत्ती में सूर्य का एक पूर्ण परिभ्रमण ६० मुहूर्तों में माना है। ६०, माने हुए १०९८०० गगन खंडों का एक गुणनखंड भी है। यह गणना भी वेविलन और चीन से सहसम्बन्ध खोजने में सम्भवतः सहायक सिद्ध हो सकती है।

अत्र हम यूनान में प्रवेश करते हैं। यहाँ, निस्संदेह, ज्योतिष गणना में राशि सिद्धान्त, १२ घंटे का दिन, छाया माप निरूपण (सूर्य घड़ी के रूप में Gnomon और Polos), चन्द्र और ग्रहों की गतियों का अवलोकन, वेविलनीय प्रभावों से अछूता नहीं है। परन्तु यह सब प्रभाव क्या पियेगोरस कालीन है, अथवा पियेगोरस पर ज्योतिष का भी प्रभाव किसी दूसरे देश का था, इस पर विचार करना है। इस में सन्देह नहीं कि उक्त प्रभाव पियेगोरस के बाद दृष्टिगत अवश्य होता है। परन्तु हमें पियेगोरस के काल का अध्ययन बड़ी सावधानी से करने की आवश्यकता है। इसके विषय में हम सर्वप्रथम कुछ किंवदंतियों और तथ्य पाठकों के सम्मुख रखना चाहेंगे।

(१) यूनान के “सात ज्ञानियों” में से थेलीज प्रथम था, जिनके विषय में कहा जाता था,

“Sayings such as the celebrated Delphic “Know thyself” were ascribed to them”†

(२) सूर्य ग्रहण के विषय में जो फलित थेलीज ने घोषित किया था, उसके विषयमें वाएडेंन का का यह कथन है—

“Herodotus reports (see p 84) that, during the battle on the Halys, day was suddenly turned into night and that Thales had pre-

‡ J L Coolidge A History of Geometrical Methods, pp 6, 7 (1940)

* षट् खडागम पु , ३, पृ ४२-४३।

† Science Awakening, p 85

dicated this event to the Delians for that year. According to Diogenes Laertius, Xenophanes voiced his admiration of Thales for this prediction. Thus, besides Herodotus, we have the older witness Xenophanes for this accomplishment. At present it is generally agreed that this event refers to the solar eclipse of 585 B. C.

How was it possible for Thales, who according to all our sources, is the first Greek astronomer, to predict a solar eclipse? Such a feat requires the experience of more than forty years no matter how one proceeds. It is not possible for one man alone to gather this experience. But Thales had no Greek predecessors. The conclusion is inescapable that he must have drawn upon the experience of Oriental astronomers.²⁰

(१) बेबीलन को सम्भवतः बैबिलन वासियों (१) से निम्नलिखित व्यापारिक फल प्राप्त हुए थे, जिनके स्थिर रहने उपपत्ति आपत्ति देने का प्रयत्न किया :

(अ) वृत्त का व्यास उसे समद्विभाजित करता है ।

(ब) सम विबाहु त्रिभुज के आधारीय कोण समरूप (similar) होते हैं ।

(ग) सुब्रीमस के अनुसार, उसने यह खोजा था कि दो सरल रेखाओं के प्रतिच्छेदन से प्राप्त कोण समान होते हैं । इत्यादि ।

(४) बेबीलन के काल में मिस्र और बैबिलन का गणित मूलमात्र ही युक्त था ।

(५) नीओ-प्लेटानिस्ट (Neo-Platonist) प्रोक्लस (Proclus, 412-485 A. D) ने पिटैगोरस की व्याप्ति के सम्बन्ध में यह उल्लेख किया है,

Pythagorus who came after him, transformed this science into a free form of education. he examined this discipline from its first principles and he endeavoured to study the propositions, without concrete representation by purely logical thinking. He also discovered the theory of irrationals (or of proportions) and the construction of the cosmic solids (i. e. of the regular polyhedra) †

उपरोक्त विवरण से पतीत होता है कि व्यापारिक और ज्योतिषीय सामग्री यूनान में इस काल में बाहरी देशों से आकर, सम्पूर्ण से अवलम्बित कर उसके पर आधारित गहन अध्ययन का विषय बन गईं । हमें मन्त्र हो नहीं कि उक्त सामग्री में इन विद्वानों को प्रभावित किया होगा क्योंकि बिना प्रभाव का, किसी विषय की धारा पान आइए जाना साधारणतः सम्भव प्रतीत नहीं होता । जो बात बीबरस से प्रभावित प्रतीत होता है वह "गणित द्वारा प्रतिपादित धर्म से आत्मा का उत्थान करना" दृष्टिगत

Ibid. p. 80

† Ibid. p. 89

‡ Ibid. p. 90

होती है। देखें कि प्रभाव का यह माध्यम पियेगोरस के वर्ग और वर्द्धमान महावीर के तीर्थ से कहीं तक सदृशता रखता है ?

(१) ऐसा प्रतीत होता है, कि ईसा से प्रायः (५८२-५०० ?) वर्ष पूर्व मिस्र में प्रबल स्वेच्छा से रहते हुए पियेगोरस ने जिनके संसर्ग में स्वतः को विभिन्न विज्ञानों से (a lot of knowledge without intellect)* परिचित किया था, उनके मिशन का प्रभाव उसके नैतिक जीवन में पशु के प्रति (मुक्ति हेतु), विशुद्ध दया की छाप छोड़ बैठा था,

“But this crazy crank Pythagorus had made quite a fuss when he saw one of the prominent citizens taking a stick to his dog. “Stop beating that dog ” he had shouted like a madman “In his howls of pain I recognize the voice of a friend who died in Memphis twelve years ago For a sin such as you are committing he is now the dog of a harsh master By the next turn of the Wheel of Birth, he may be the master and you the dog. May he be more merciful to you than you are to him Only thus can he escape the Wheel. In the name of Apollo my father, stop, or I shall be compelled to lay on you the tenfold curse of the tetractys.”†

(२) इस चतुर्चकमण (tetractys), चतुर्गति वधन (स्वस्तिक प्ररूपणा ?) से विमुक्ति हेतु पियेगोरस और आगे बढ़कर, हरे पौधों के प्रति भी, ममता प्रदर्शित करता है,

“Then, too, there was all this talk about what he ate, or rather about what he would not eat. What could the man possibly have against beans ? They were a staple of everyone’s diet, and here was Pythagorus refusing to touch them because they might harbour the souls of his dead friendsHe had even deterred a cow from trampling a patch of beans by whispering some magic word in its ear”‡

इसी प्रकार, (एकेंद्रिय जीव, वालों, से निर्मित) ऊनी कपड़ों से सम्बन्धित अभ्युक्ति निम्न प्रकार है,

“He also tells that the Pythagoreans did not bury their dead in woollen clothing.² This looks more like religious ritual than like mathematics. The Pythagoreans, who were held up to ridicule on the stage, were presented as superstitious, as filthy vegetarians,³ but not as mathematicians” □

* Ibid p 13

† E T Bell, The Magic of Numbers, p 87, (1946)

‡ The Magic of Numbers pp 91, 92 -

□ Science Awakening p 92

(३) पुनः मांस मद्यग विषेय की शैली में आत्मा की नियत संख्या के रूप में गणित का प्रवेश है,

"The thought of all the souls they might have left shivering in the void by devouring their own goats and swine made the good Samians extremely unhappy. A few weeks more of these upsetting suggestions, and they would all be strict vegetarians—except for beans.

Equally upsetting was the ghastly thought that some of their own children might be malicious little monsters with no souls to restrain their bestial instincts. For Pythagorus had assured them that the total number of souls in the universe is constant. ३

आत्माओं के पुनर्जन्म तथा आत्मा की अमरता का उपदेश देने वाले पियेगोरस के बर्गे कन्वुस में, गणित की महत्ता दर्शाने वाला उल्लेख निम्नलिखित भी है :

"The Pythagoreans thus have purification and initiation in common with several other mystery rites. Ascetic, monastic living, vegetarianism, and common ownership of goods occur also in other sects. But, what distinguishes the Pythagoreans from all others, is the road along which they believe the elevation of the soul and the union with God to take place, namely by means of mathematics. Mathematics formed a part of their religion. Their doctrine proclaims that God has ordered the universe by means of numbers. God is unity, the world is plurality and it consists of contrasting elements. It is harmony which restores unity to the contrasting parts and which moulds them into a cosmos. Harmony is divine it consists of numerical ratios. Whosoever acquires full understanding of this number harmony, he becomes himself divine and immortal. ४

अभी यह कहना कठिन है कि पियेगोरस ने बड़ी प्रतिपादन किया जो वर्तमान महावीर के तीर्थ में परमरा के आचार पर किया गया प्रतीत होता है। परन्तु, जबकि प्रबो (विनायक, परलंकार्य पु ३) का दर्शन पर यह अक्षर प्रतीत होता है कि इन दोनों बर्गों के अन्तर्गत एक से रहे हैं। इसकी पुष्टि पुनः, निम्नलिखित उद्धरण से होती है,

"According to Heraclides of Pontus, Pythagorus said that,

Beatitude is the knowledge of the perfection of the numbers of the soul. Mathematics and number mysticism mingle fantastically in the Pythagorean doctrine. Nevertheless it was from this mystical doctrine that the exact science of the later Pythagoreans developed. ५

* The Maple of Number p. 11

† Science Awakened p. 82.

‡ Ibid p. 84

(४) पियेगोरस के लिये “a lot of knowledge without intellect” से सम्बन्धित अम्युक्ति वाएर्डेन ने इस प्रकार दी है .

“This contemptuous remark cannot refer to a logically constructed theory of numbers and a geometry such as we find in the writings of the later Pythagoreans. But, if Pythagorus gathered into one lump, all kinds of half-assimilated learning about the gods and the stars, about musical scales, sacred numbers and geometrical calculations, and proclaimed such an omnium-gatherum to his followers as divine wisdom in a prophetic manner, then Heraclitus’ ridicule, as well as the veneration of mystics, such as Empedocles, become entirely understandable”.*

इसी प्रकार, एक और ऐसा उल्लेख है जो विचारणीय है .

“What inspiration laid forceful hold on Pythagorus when he discovered the subtle geometry of (the heavenly) spirals and compressed in a small sphere the whole of the circle which the aether embraces.”†

पियेगोरिय वर्ग ने ग्रहों को जीवित देवताओं की मान्यता दी है । एक और महत्वपूर्ण तथ्य है, “चन्द्र सम्बन्धी गणना में ५९ का आधार”, यथा,

“Firmly convinced of the mystic values of numbers, Pythagorus determined to a base a brand new cycle on a primary foundation of arithmetic. Fifty-nine was a “beautiful” number, since it was a prime. When to this was added the undoubted fact that, when we count the days and nights in every one of the moon’s months, the total is always 59, ...”‡

इस ५९ दिन और रात्रि प्रकरण से सम्बन्धित आधारभूत प्राकृत ग्रंथों में विशेष विस्तार से वर्णित चंद्र सम्बन्धी गणना है । यह ज्ञात है कि सूर्य की अपेक्षा से चंद्र एक मुहूर्त में ६२ गगनखंड पीछे रह जाता है, इसलिये १०९८०० गगनखंड अथवा एक परिभ्रमण पूर्ण करने में ५९ ३/४ दिन लगते हैं,

इस आधार पर चंद्र अर्द्धचक्र का synodio मास २९.५१२ दिन निकलता है । यहाँ बतलाना आवश्यक है कि हिन्दू ज्योतिष ग्रंथों की अथन प्रवृत्ति प्राकृत ज्योतिष ग्रंथों से भिन्न है ।()

(५) आगे, जहाँ परिमित, अपरिमित, एकत्व, अनेकत्व, सात, अनन्त आदि के विषय में रुचि लेने वाले पियेगोरस के वर्ग ने अपरिमेय राशियों को दृश्यरूप देकर परिमेय बनाया और इस प्रकार

* Ibid p 95

† Heath, Greek History of Mathematics, Vol. 1, p 163 (1921)

‡ A T Olmsted, History of Persian Empire, Chicago, p 209, (1948)

() जैन-सिद्धांत-भास्कर, भाग ८, किरण २, पृ. ७७, (१९४१)

ध्यामिति पर आधारित अद्वितीय साधन को प्रकाश में आया, उन्हीं प्रकार यहाँ भारत में बटलरामस्य जैसे सिद्धान्त प्रयोगों में न केवल दर्शन और धर्म को, बल्कि इन्हीं (बीज और पुत्रक) के प्रमाणों को इन्द्र, क्षेत्र, कर्म, मातृ विषय, अल्प बहुत्व के साधनों से इन्द्र रूप दिया। इसका बृहद विवेचन यहाँ देना सम्भव नहीं है। इसके हेतु सिद्धेय पत्रपत्री के गणित के विषय प्रथम प्रयोगों में मुख्यतः पुस्तक ३ और ४, के प्रयोग यहाँ अथवा टोडरमस की गोम्पटसार की टीका तथा सोपाश्वास बरेवा कृत पैन्तिखान्तदर्पण इन्द्रिय हैं।

यहाँ यह बात बटलरामस्य का ध्यान है कि पिथेगोरस ने यहाँ अपरिमितको परिमित बनाने के सिद्धे ध्यामिति आधुनिकों का आश्रय किया है, यहाँ प्राकृत प्रयोगों में परिमित का बोध देने के परभाव उन्हीं अपरिमित रूप में भी प्रस्तुत किया है। यहाँ सामान्यकरण का बीज दिया है। इनके प्रदर्शन के सिद्धे प्राकृत प्रयोगों में यहाँ परमाणु द्वारा अकल्पित आकाश-प्रदेश (किन्तु) को मूळमूत किया है, यहाँ पिथेगोरस का किन्तु भी उन्हींखानीय है,

"Points are the primary elements of space for Pythagorus, and a point is that which has position only Unlike material things a point has neither parts nor magnitude These defects are shared by 1 when the latter is regarded as the Monad or the generative element of number If Pythagorus thought of space as being made up of points, then points generated his space But whatever he imagined space to be he identified a point with 1"

(१) १ को संख्या राशि में समन्वित न करने वाले और सम्भवतः भारतीय पण्डितों को ध्यान करने वाले पिथेगोरस का किन्तु हमें एकमात्र निवासी जीनों के चार अठकड़ों (विरोधामाओं) की ओर भी आह्वान करता है। प्रेरा ने उल्लेख किया है कि यह कर्म प्रुषा या कि किसी वस्तु को समान और अलगमान, एक और अनेक, रिपर और गतिवान् कैसे सिद्ध करना।

पौनो के "सन्त थी अनन्त विमासता के लंडन" और अविभागी "समय" (now) अथवा "वर्तमान काल" वैसी अवधारणाओं (concepts) में हम किनामय प्रतीत "प्रदेश" और "समय" सम्बन्धी मान्यताओं का स्पष्ट विवर दे सकते हैं। इस सम्बन्ध में देना प्रतीत होता है मानो स्वाभाव पर आधारित अनेकध्यामय वस्तु स्वरूप विषयक ज्ञान का बीजो ने आधार लेकर सम्भवतः इन अठकड़ों आदि का लक्ष्यन बरत अनेक आराम्य पारमेनिडीस (Parmenides, fl 5th century B. C.) क सिद्धान्तों की तथा क सिद्धे विचारोत्सुक विद्वानों को विद्वान्ता में आने के हेतु किया हो। इसकी पुष्टि निम्नलिखित अवतरण से होती प्रतीत होती है :

"Yes, Socrates' said Zeno, 'but though you are as keen as a Spartan hound you do not quite catch the motive of the piece, which was only intended to protect Parmenides against ridicule"

The Magic of Numbers p. 161.

† Science Awakening, Plate 13 p. 11.

‡ T Heath Greek History of Mathematics vol. (1) p 73.

§ The Dialogues of Plato by B Jowett vol. II p 634 (1055) Oxford.

इसके साथ ही सत्य के पुजारी और विष प्याले के ग्राहक सॉक्राटीज (Socrates, 469-399 B. C.) सम्बन्धी अभ्युक्ति भी विचारणीय है,

“Here we have, first of all, an unmistakable attack made by the youthful Socrates on the paradoxes of Zeno. He perfectly understands their drift, and Zeno himself is supposed of to admit this. But they appear to him, as he says in the *Philebus* also to be rather truisms than paradoxes”#

एरिस्टाटिल के शब्दों में प्रथम दो तर्क निम्नलिखित हैं :—

(१) डाइकोटोमी (Dichotomy) —कोई भी गमन नहीं होता, क्योंकि जिसे गति क्रिया रूप में परिणत किया जाता है उसे अत में पहुँचने के पूर्व (दूरी के) मध्य में पहुँचना पड़ेगा (और उस अर्द्ध भाग को तय करने के पूर्व अर्द्ध का अर्द्ध भाग तय करना होगा और इस प्रकार अनन्त तक ।)†

(२) आकिलीज (The Achilles) ‘कथन है कि मन्द गतिवान् को तीव्र गतिवान् कभी न पकड़ सकेगा, क्योंकि जिस स्थान को मन्द गतिवान् ने छोड़ा है वहाँ तक तीव्र गतिवान् को पहुँचना पड़ेगा और इसलिये मन्द गतिवान् आवश्यकीय रूप से सदा कुछ दूर आगे ही रहेगा ।’ ‡

स्पष्ट है कि ये दो तर्क परिमित अखण्ड महत्ताओं की अनन्त विभाज्यता का खंडन करते हैं । जिनागम के अनुसार अमूर्तिक आकाश द्रव्य को स्यात् अखण्ड और स्यात् अनन्त प्रदेशवान् माना गया है । प्रदेश (खण्ड) की अवधारणा पुद्गल परमाणु की अविभाज्यता या अत्य महत्ता के आधार पर मुख्य रूप से की गई है । इस प्रकार अमूर्त द्रव्य में भेद (विभाजन) की कल्पना को स्थान न देकर केवल मूर्त द्रव्य पुद्गल में भेद की सम्भावना की पुष्टि कर, और प्रदेश की परिभाषा, “जितने आकाश को एक अविभागी पुद्गल परमाणु को व्याप्त करे” रूप में देकर, लोकाकाश में असंख्यात प्रदेशों की मुख्य रूप से कल्पना की गई है । यहाँ तक ही नहीं, वरन् एक सूत्र्यगुल में प्रदेशों की सख्या का प्रमाण, सख्यामान और उपमामान में समीकरण स्थापित करते हुए, वह प्रमाण बतलाया गया है जो पल्योपम काल राशि में स्थापित समयों की सख्या के अर्द्धच्छेद प्रमाण का परस्पर गुणन करने पर प्राप्त हो । इस परम्परागत समीकरण के आधार पर प्रथम तर्क का समाधान होता प्रतीत होता है, क्योंकि सृष्टि में परमाणु को अत्य महत्ता प्राप्त करा देने पर, किसी परिमित दूरी में अर्द्धच्छेदों की सख्या का प्रमाण अधिक से अधिक असख्यात ही होने पर, अनन्त विभाज्यता का प्रश्न उठता प्रतीत नहीं होता । असंख्यात प्रमाण मुख्यरूप कल्पना के आधार पर, द्वितीय तर्क भी समाधानित होता प्रतीत होता है, क्योंकि परमाणु स्वरूप अत्यमहत्ता वाली वस्तुओं के भी गमनसम्बन्धी सद्भाव में किसी दूरी के अर्द्धच्छेद, त्रयच्छेद, चतुर्थच्छेद आदि सभी की सख्या, प्रदेश की कल्पना के आधार पर असंख्यात अथवा संख्यात ही होगी, अनन्त नहीं, और इस प्रकार “कभी नहीं” प्रश्न भी समाधानित होता प्रतीत होता है । ऐसा प्रतीत होता है मानो जीनो ने भौतिक ससार में होने वाली घटनाओं को ही वास्तविक आधार मानकर अमूर्तिक आकाश की विभाज्यता की कल्पना का खंडन किया है । ऐसा कहा जाता है कि ये तर्क पियेगोरीय सिद्धान्तों के खंडन के लिये नहीं थे,

* Ibid. p 638

† T Heath, Greek History of Mathmatics vol. I, p 275, (1921)

‡ Ibid pp 275 276.

क्योंकि विद्येगोलीय वर्ग ने किन्तु अथवा प्रदेश की परिमाप, "स्थिति बाधा एकक" (unit having position) के रूप में स्थापित की थी।

इन दो तर्कों के आधार पर, बीरसेन की शैली में, 'परन्तु देश है नहीं' यह कल्पना युक्ति लंडन (अनिष्ट प्रार्थन) विधि, विनागम प्रकीर्ण उक्त तथ्यों की पुष्टि करने की विधियों के समान प्रतीत होती है। अथवा ऐसा मान्य पड़ता है मानो सीमित क्षेत्र में संस्थापित वा अस्थायित (परिमित) प्रदेश संस्था राशि की पुष्टि करने के लिये ही ये तर्क प्रस्तुत किये गये हैं।

आगे, एरिस्टाटिक के शब्दों में चीनों के अंतिम दो तर्क ये हैं—

(१) बाण (The Arrow) :—“यदि, चीनों का कथन है, प्रत्येक वस्तु या तो स्थिर है या गति क्रिया में परिणत है (गमन में है) जब कि वह (वस्तु) के समान आकाश को स्पर्श करती है, जब कि वह गतिवान् वस्तु वही क्षण (in the now) में क्षण है, तो गतिवान् बाण स्थिर है (गतिवान् नहीं है)।”

(५) स्टीडियम (The Stadium) :—“चीना तर्क समान वस्तुओं की समान लम्बा वाली वा पट्टियों के सम्बन्ध में है जो किसी दीर्घकोण में समान प्रवेग से विरुद्ध दिशाओं में एक दूसरे का अतिक्रमण करती हैं, एक पट्टि क्षेत्र के अंत से तथा दूसरी मध्य से प्रस्थान करती हैं। यह, वह संचित है इस उपसंहार पर पहुँचाती है कि एक समय का अर्ध भाग, प्रियुषित के द्रव्य होता है।”

बीरसेनाचार्य ने व्यवहारकाळ की अल्प महत्ता को, अविभागी समय में परमाणु की गमनशीलता का आधार पर प्रस्तुत किया है,

“एक परमाणु का दूसरे परमाणु के अतिक्रमण करने में जितना काळ व्यता है, उसे समय कहते हैं। बीरसेन उक्त आकाश प्रदेशों का अतिक्रमण मात्र काळ से जो अतिक्रमण करने में समर्थ परमाणु है, उतक एक परमाणु अतिक्रमण करने के काळ का नाम समय है।”

इस प्रकार लोकान्त से अल्पकाल तक प्रत्येक किन्तु पर से जाने वाले परमाणु का गुजरने की घटना, प्रत्येक प्रदेश पर स्थित नहीं तथा गमनशील परमाणु में स्थित ऐसी ही नहीं है, बल्कि “एक अविभागीय समय उत्पन्न,” बतलावेगी जिस ‘एक समय’ में वह पुनः परमाणु, गमनक्रम क्रिया में परिणत हुआ, आकाश पर बाध, स्थिर पदार्थ का प्राप्त होता है। इस प्रकार प्रत्येक प्रदेश से गुजरने की एक समय काशीन घटना में युगपत्काल का सम्पादन है। व्यवहार से, काल का अनन्त समय, वर्तमान काळ को एक समय मानकर बतलाए गये हैं। निरन्तर नय से अनन्त, अल्पदेशी काळ द्रव्य वर्तना का कारण होने से, तथा प्रति समय अनन्त वर्तनाएँ होने से, मुख्य काळानु अनन्त समय काळ भी माना गया है। काळ की अल्प प्रमात्र छोटी पदार्थ से पिर हुए काळ का समय बतलाया गया है।

ऐसे अविभागी [क्योंकि कोई पदार्थ के बन्तन में स्थिति में होने वाली ‘पर्यायांतरी क्रिया में,

Ibid. p. 78

† Ibid. p. 76

‡ Ibid. p. 76

(१) पर लक्ष्मीनारायण पृ. ५४ ३१८।

□ लक्ष्मीनारायणवर्तिक, अध्याय ५, पृ. ३३४ (पञ्चाङ्गक वाक्योक्त)

एक समय से कम काल नहीं लगाता] समय में ऊर्ध्वगमनत्व स्वभाववाला सिद्धात्मा, मध्य लोक से लोकाग्र स्थित सिद्ध शिला पर पहुँच जाता है। इसी प्रकार एक ही समय में ईर्यापथ आस्रव में कर्मों का आना, आत्मा से स्पर्श करना और निर्जरित हो जाना, तथा चार समय से पहिले मरणातिक समुदात में आत्मा के प्रदेशों का अनुश्रेणि विग्रह गति से लोक में स्थित किसी भी प्रदेश स्थित जन्म स्थान का स्पर्श करना और चार समय में दड, कपाट, प्रतर एव लोकपूरण क्रिया का होना, ये सब क्रियाएँ, अथवा पर्यायों में अंतर आदि का एक समयवर्ती होने का ज्ञान जीनों के उक्त असद्भासों का विषय बन जाता है, कि क्या इन पर्यायों अथवा क्रियाओं से भी कोई सूक्ष्मतर पर्यायें नहीं होती हैं, जो ज्ञान में आ सकें, क्योंकि वे एक समय के अवक्तव्यम् भाग (!) में घटित होती हैं! क्रिया की परिभाषा श्री अकलक देव द्वारा निम्न रूप में प्रस्तुत है, “उभय निमित्तापेक्षः पर्याय विशेषो द्रव्यस्य देशातर प्राप्ति हेतुः क्रिया ॥”*

ऐसा समझा जाता है कि उपरोक्त तर्क सतत महत्ताओं की अविभाज्य तत्वों द्वारा संरचना की कल्पना के विरुद्ध हैं, परन्तु ऐसा प्रतीत होता है मानो तृतीय असद्भास अविभागी समय के खडन के लिए नहीं है, वरन् उस एक समय में “१४ राजु जो देशान्तर प्राप्ति है, वह केवल स्थिरता अथवा गतिवान् रूपादि अनेक अलग-अलग वर्तनाएँ रूप नहीं है, वरन् उन वर्तनाओं का एक समय में एक पर्याय परिवर्तन रूप होना है”, इस प्रकार के होने वाले पर्याय परिवर्तन की सम्भाव्यता की पुष्टि के लिए है। कारण यह है कि गतिवान् बाण की एक समय में स्थिरता और गमन रूप होना स्वाभाविक प्रतीत होता है, और एक-एक प्रदेश पर गुजरते हुए उसका गमन रूप रहते हुए स्थिर कहना न्याय सगत नहीं है, वरन् उस एक समय में सहसा ७-१४ राजु प्रमाण प्रदेश राशि का शीघ्र बाण के समान अतिक्रमण करते हुए लोकाग्र पर जाकर स्थिरता पर्याय का ग्रहण करना अस्वाभाविक इसलिये प्रतीत हो कि समय अविभाज्य है, पर इस वर्तमान काल रूप एक समय में ऐसा होता है—“नहीं तो वह बाण चलता ही नहीं”, तर्क से अवस्थित (established) आभासित होता है।

चतुर्थ तर्क सम्भवतः उक्त समय (now) के आधार पर उपस्थित हुआ प्रतीत होता है। हमारी समझ में यहाँ यह प्रश्न उठाया गया है कि एक परमाणु का दूसरे परमाणु का व्यतिक्रमण करते समय, अथवा १४ राजु में स्थित प्रदेशों का अतिक्रमण करते समय, उस एक समय में प्रदेश की सीमा का उल्लंघन करते समय, अथवा एक साथ असख्यात प्रदेशों का उल्लंघन करते समय, उक्त समय के विभाजित हो जाने की कल्पना न्यायसगत है, अथवा नहीं? ऐसा प्रतीत होता है, मानो बीनों ने ‘एक समय’ की अविभाज्यता की कल्पना को न्यायसगत बतलाने के लिए यह असद्भास उल्लिखित किया हो कि क्या कोई समय का अर्द्धमान उसके द्विगुणित प्रमाण के तुल्य होता है?

जो कुछ हो, वर्द्धमान महावीर के तीर्थ में परम्परागत अनुगमों में प्रचुर मात्रा में प्रयुक्त ये तथ्य हमें विश्ववधुत्व के प्राज्ञण में हुए सम्भावित आदान-प्रदान की शलकें प्रस्तुत करते प्रतीत होते हैं। हम अभी यह भी नहीं कह सकते कि यूनानियों द्वारा शंकु के छेद (काट) से प्राप्त विभिन्न छेदों (sections) के गहन अध्ययन की प्रेरणा सूर्य, चन्द्रादि के सुमेरु के परितः समापन, असमापन

* देखिये वही, पृ० ८४, अ० ५, सूत्र ७।

† T Heath Greek History of Mathematics, Vol. (1), p 278 (1921)

‡ तत्त्वार्थ राजवार्तिक, अ० ५, सू० २४।२६

क्योंकि विद्येगोतीय वर्ग ने किन्तु अथवा प्रदेश की परिभाषा, "स्थिति बाह्य एकक" (unit having position) के रूप में स्थापित की थी।

इन दो तर्कों के आधार पर, धीरे-धीरे ही शैली में, "परन्तु ऐसा है नहीं" यह अन्वया मुक्ति संकेत (अनिष्ट प्रदर्शन) विधि, बिनागम प्रणीत उक्त तर्कों की पुष्टि करने की विधियों के समान प्रतीत होती है। अथवा ऐसा माहस पड़ता है मानो सीमित क्षेत्र में संख्यात या अर्धसंख्यात (परिमित) प्रदेश संख्या राशि की पुष्टि करने के लिये ही ये तर्क प्रस्तुत किये गये हैं।

भाग, एरिस्थटिक के धर्मों में शून्य के अंतिम दो तर्क ये हैं—

(३) बाण (The Arrow) :—“यदि, शून्य का कथन है, प्रत्येक वस्तु या तो स्थिर है या गति क्रिया में परिक्रम है (गमन में है) जब कि वह (वस्तु) के समान आकाश को भ्रमण करती है, जब कि वह यतिबान् वस्तु तभी क्षण (in the now) में सरा है, तो गतिबान् बाण स्थिर है (गतिबान् नहीं है)।”

(४) स्त्रीद्वय (The Stadium) :—“शून्य तर्क समान वस्तुओं की समान संख्या वाली दो पट्टियों के सम्बन्ध में है जो किसी दीर्घरेख में समान प्रवेग से विरुद्ध दिशाओं में एक दूसरे का अतिक्रमण करती हैं, एक पट्टि क्षेत्र के अंत से तथा दूसरी मध्य से प्रस्थान करती हैं। यह, वह साबता है, इस उपसंहार पर पहुँचाती है कि इस समय का अर्ध माग, विद्युत् के द्रव्य होता है।”

धीरे-धीरे शैली में अन्वयात्काल की अन्वयात्काल को, अविभागी समय में परमाणु की गमनशीलता का आधार पर प्रस्तुत किया है,

“एक परमाणु का दूसरे परमाणु के अतिक्रमण करने में बितना काल लगता है, उसे समय कहते हैं। शीघ्र यत्न अन्वयात्काल प्रदेशों का अतिक्रमण मात्र काल से जो अतिक्रमण करने में समय परमाणु है, अथवा एक परमाणु अतिक्रमण करने का काल का नाम समय है।”

इस प्रकार सोचान्त से अन्वयात्काल एक प्रत्येक किन्तु पर से जाने वाले परमाणु का गुजरने की घटना, प्रत्येक प्रदेश पर स्थित नहीं तथा गमनशील परमाणु में स्थित एसी ही नहीं (1), बल्कि “एक अविभाज्य समय तत्त्व” बतलायेगी कि “एक समय” में वह पुत्रक परमाणु, गमनरूप क्रिया में परिक्रम दुग्ध, अन्वयात्काल पर बाध, स्थिर परमाणु को प्राप्त होता है। इस प्रकार प्रत्येक प्रदेश से गुजरने की एक समय काहीन घटना में युगपत्काल का अन्वयात्काल है। अन्वयात्काल से, काल का अनन्त समय वर्तमान काल को एक समय मानकर बतलाए गये हैं। निरन्तर नय से अमूर्त, अन्वयात्काली काल द्रव्य वर्तना का कारण होने से, तथा अन्वयात्काल अनन्त वर्तनाई होने से, मुख्य काहीन अनन्त समय बाह्य भी माना गया है। [काल की अन्वयात्काल छादी परमाणु से घिरे हुए काल का समय बतलाया गया है।

उत्ते अविभाज्य [क्योंकि जोई परमाणु के बतलने में स्थिति में होने वाली ‘परमाणुवरी क्रिया में’,

Ibid. p. ७७

† Ibid. p. ७७

Ibid. p. ७७

(1) अन्वयात्काल पु ४ २० ३१०।

[अन्वयात्कालवार्तिक, अन्वयात्काल ५, २ ३३४ (पञ्चाशक बाधकीबाध)

(१) एक ओर जहाँ यूनान में पौधों में जीव का अस्तित्व माना गया है, वहाँ चीन में भी इससे सम्बन्धित सिद्धान्त पर जोसेफ नीडेम द्वारा प्रकाश डाल गया है :

“Another case which seems to me comparable is the Aristotelian doctrine of the ‘ladder of souls’ in which plants were regarded as possessing a vegetative soul, animals a vegetative and a sensitive soul, and man a vegetative, a sensitive and a rational soul^c. I shall later show (sect 9 e) that a very similar doctrine was taught by Hsun Tzu (Hsun Chhing).² Aristotle lived from —384 to —322, Hsun Chhing from —298 to —238.”*

उपर्युक्त का सम्बन्ध प्राकृत ग्रंथों में वर्णित जीवों के गुणस्थान और मार्गणास्थानों से अनुरेखित करना उपयोगी प्रतीत होता है । इस ओर आकृष्ट करने वाले तथ्य निम्नलिखित हैं :—

“In the realm of philosophical theory and practice, determined efforts have been made to show that early Taoism owed much both to the Indian Upanishad literature for its theory^a, and to Indian yogism for some of its practices,^b further, that Chinese Chhan Buddhism was an importation from India^c. These views, however, as Creel says,^d have never been really convincing The Upanishads^e are metaphysical commentaries on the Vedas, and date from the —8th to the —4th centuries,^f so that they are little earlier than the first period of elaboration of Taoist doctrine. Their strongly marked metaphysical idealism, with its conception of the unity of the *brahman* and the *atman*, the absolute and the self, is not at all characteristic of the Taoists, though the latter, as we shall see, greatly emphasised the unity of nature, and the incorporation of the individual within it. For the influence of Yoga practices,^g especially the breathing exercises, which are certainly very ancient in India, upon early Taoism, a better case can be made out (Fillozat, 3). Some Taoist schools, at any rate, practised self-hypnosis by concentration on the inhaling and exhaling processes (Waley^h), but it was not universal as Chuang Tzu has a passage condemning it In any case the aims of this *samādhi* or *dhyāna* among the Taoists were entirely different from those of the Indian *rishis* Both wished to master organic life and to attain ‘supernatural’ powers, but while

* J Needham, Science and Civilization in China, p 155, vol I, Cambridge (1954)

सर्पिलों (spirals) में परिभ्रमण को आँसू पर आपतित सिर्यक् शुकु रूप में परिष्कृत (प्रेक्षित) करने का फलस्वरूप प्राप्त हुई हो। इतना अत्यन्त ही विद्योय पम्बती जैसे प्रथम में प्रहों के गमन का विवरण फलस्वरूप विनष्ट होना ही बतलाना है, परन्तु अपोलोनियस (Apollonius, circa 262-190 B. C.) और टॉलेमी की कृतियों से संरक्षण का प्रचार नहीं किया गया है।

अब हम देखेंगे कि क्या गणित इतिहास की शृंखला की मूल कड़ियों में से वर्तमान महावीर के तीर्थ में प्रतिपादित बौद्धिक गणित का विकास भी एक कड़ी है। मूलकड़ियों के विषय में उद्धृष्ट वाएटन की अभ्युक्ति यह है :

"We have no real proofs for the existence of such an uninterrupted tradition; too many connecting links are missing for this. It is rather a general impression of relatedness which makes itself felt when one knows the cuneiform texts and then looks through Heron or Diophantus, or the Chinese "classic of the maritime tale" or the Aryabhaytae of Aryabhata or the Algebra of Alkharizmi. According to all Arabic sources, Alkharizmi was the first writer on algebra, but his algebra is so mature that we cannot assume that he discovered everything himself. The algebra of Alkharizmi can hardly be accounted for on the basis of the Greek and Indian sources which we know; one gets more and more the impression that he has drawn on older sources which in some way or other are connected with Babylonian algebra." †

वेरिडन से चीन तक अत्यन्त लामबी पहुँचने अथवा वेरिडन और चीन के प्रयुक्त अनुपात सिद्धान्त से लक्ष्मणनिष्ठ मूल कड़ी का अनुसंधान करने में भी इतिहासज्ञों ने अपनी अत्यन्तमर्षता प्रकट की है :

"The oldest Chinese collection of problems on applied proportions' looks like an ancient Babylonian text, but it is next to impossible to prove their dependence or to trace the road along which they were transmitted. ‡

इसमें सन्देह नहीं है कि चीनियों ने हजारों वर्षों से ज्ञान का आदान प्रदान करते हुए भी अपने स्वभाव (character) और मूलकृता (originality) को अशुण्य रखा है। हम यहाँ केवल थोड़े से उदाहरणों द्वारा वर्तमान महावीर के तीर्थ से लक्ष्मणनिष्ठ ज्ञान, अहिंसा और गणित के प्रांगण में चीन और भारत का समान्तर रूप से विकसित तत्त्वों पर प्रकाश डालना चाहते हैं। ईस्वी पश्चात् ६५ का लगभग वर्ष में सर्वप्रथम बीस वर्ष प्रकट हुआ प्रतीत होता है। हम इसका कुछ धातात्रियों पूर्व उमड़ी विषय वस्तु की सहो से प्रमाणित होना, काठ, माष का अन्वयन करना उपयोजी समझते हैं :

• छद्म का "Arybhayta" है।

† Science Awakening, p. 280

‡ Ibid. p. 278

(१) एक ओर जहाँ यूनान में पौधों में जीव का अस्तित्व माना गया है, वहाँ चीन में भी इससे सम्बन्धित सिद्धान्त पर जोसेफ नीडेम द्वारा प्रकाश डाल गया है :

“Another case which seems to me comparable is the Aristotelian doctrine of the ‘ladder of souls’ in which plants were regarded as possessing a vegetative soul, animals a vegetative and a sensitive soul, and man a vegetative, a sensitive and a rational soul^c. I shall later show (sect 9 e) that a very similar doctrine was taught by Hsun Tzu (Hsun Chhing).² Aristotle lived from —384 to —322, Hsun Chhing from —298 to —238.”*

उपर्युक्त का सम्बन्ध प्राकृत ग्रंथों में वर्णित जीवों के गुणस्थान और मार्गणास्थानों से अनुरेखित करना उपयोगी प्रतीत होता है । इस ओर आकृष्ट करने वाले तथ्य निम्नलिखित हैं :—

“In the realm of philosophical theory and practice, determined efforts have been made to show that early Taoism owed much both to the Indian Upanishad literature for its theory^a, and to Indian yogism for some of its practices,^b further, that Chinese Chhan Buddhism was an-importation from India^c. These views, however, as Creel says,^d have never been really convincing. The Upanishads^e are metaphysical commentaries on the Vedas, and date from the —8th to the —4th centuries,^f so that they are little earlier than the first period of elaboration of Taoist doctrine. Their strongly marked metaphysical idealism, with its conception of the unity of the *brahman* and the *atman*, the absolute and the self, is not at all characteristic of the Taoists, though the latter, as we shall see, greatly emphasised the unity of nature, and the incorporation of the individual within it. For the influence of Yoga practices,^g especially the breathing exercises, which are certainly very ancient in India, upon early Taoism, a better case can be made out (Filliozat, 3). Some Taoist schools, at any rate, practised self-hypnosis by concentration on the inhaling and exhaling processes (Waley^h), but it was not universal as Chuang Tzu has a passage condemning it. In any case the aims of this *samādhi* or *dhyāna* among the Taoists were entirely different from those of the Indian *rishis*. Both wished to master organic life and to attain ‘supernatural’ powers, but while

* J Needham, Science and Civilization in China, p 155, vol I, Cambridge (1954)

the Indians sought for an ascetic virtue which would enable them to dominate the gods themselves (cf. Wilkins'), the Taoists sought a material immortality in a universe in which there were no gods to overcome, and asceticism was only one of the methods which they were prepared to use to attain their end.'*

उपर्युक्त दृष्टान्त में हम छुम्वर्चशाचार्न के 'अनाचंदा' की ओर पाठकों का ध्यान आकर्षित करते, वहाँ आत्मा के व्यक्तित्व के चरम विक्षय के सिद्धे (अंततः मुक्ति के लिए) प्राणायाम को विना का कारण निरूपित किया है—

सम्पद् समाप्ति सिद्धयर्थं प्रत्याहारः प्रथम्यते ।
 प्राणायामेन विक्षिप्तं मनः स्वास्थ्यं न विन्दति ॥ ४ ॥
 बायोः संचारं वातुर्मे मणि मापद्मं वाचनम् ।
 प्राणः प्रत्यहं शीघ्रं स्वान्मुनेर्मुक्तिमपीप्सतः ॥ ६ ॥
 प्राणस्यात्मने पीडा घस्यां स्वराचं सम्मदा ।
 तेन प्रथम्यते मूलं जातं ततोऽपि चक्षयतः ॥ ९ ॥
 नातिरिक्तं फलं एते प्राणायामाद्यकीर्तितम् ।
 अतस्तदर्थं मन्माभिर्नातिरिक्तः कृतः भवः ॥ ११ ॥

(प्रकरण संख्या १)

साय ही वर्तमान महावीर के तीर्थ में सिद्ध पद प्राप्त करने हेतु सम्पद् रूप को जो प्रधानता दी गई थी वह परम्परा से प्रपञ्चित प्रतिक्रमण में इस प्रकार दृष्टियत होती है ।

“तवसिद्धे व्यसिद्धे संस्रसिद्धे चरितसिद्धे च ।
 चापस्मि दंतवस्मि च सिद्धे सिरसा कनेचामि ॥”

(९) चीन और भारत के बीच सम्बन्ध जोड़ने वाला एक तथ्य और है, “परिमित क्षेत्र की अनन्त विभाष्यता का लक्षण ।” इसके साथ ही सम्बन्धित सुपरतल (simultaneity) और परमाणु सम्बन्धी तथ्य हैं जिनके सिद्धे वर्तमान महावीर के तीर्थ में एकत्रित सामग्री आदि का दृष्टान्तक अध्ययन कितना उपयोगी होगा वह निम्नलिखित उद्धरण से स्पष्ट हो जावेगा,

“Finally he discusses the relation between the paradoxes of Hui Shih² and the Eleatic paradoxes,⁴ without attaining any definite conclusion — the correspondence is indeed, another example of that extraordinary simultaneity between phenomena which we sometimes find at the two ends of the Old World. For the date of Hui Shih² is late—5th century, and Eleatic Zeno's flourish is placed about —460” †

Ibid. p. 153

† Ibid. p. 154.

आगे,

“One might take the theories of atomism as an example Its story in our own classical civilization, beginning with such men as Leucippus and Democritus of Abdera, of the -5th century, and culminating in Epicurus and Lucretius of the late -3rd and early -1st, is well known to us.¹ Indian atomism seems to be later in date, the Jaina System of Umāsvāti showing its greatest strength about +50, and the Vaiśeṣhika darśana (theory) of Kanāda flourishing in the second half of the +2nd Century¹. But there are reasons, as Rey² urges, for believing that the roots of the theory of *paramānu* (atoms) go much further back in the history of Indian thought Thirdly, in Chinese physics atomism never arose, as we shall see³, but the geometry of the *Mo Chung*¹ (the Mohist Canon, which must have been put together somewhere in the neighbourhood of -370) seems to define a point as a line which has been cut so short that it cannot be cut any further^b.”*

(३) आगे यह जानते हुए कि चीन और भारत में बौद्ध धर्म सम्बन्धी आदान प्रदान का प्रारम्भ ईसा की चौथी सदी से हुआ, हम इससे पूर्व का एक ऐसा उल्लेख भी पाते हैं जो सम्भवतः भारत से सम्बन्धित हो,

“The *Hua Nan Tzu* book (c. -200) contains^c a remark that Yü the Great ‘when he went to the country of the Naked People, left his clothes before entering it and put them on when he came out, thus showing that wisdom adapts itself to circumstances.’[†]”

(४) इसमें सन्देह नहीं कि चीनी गणित का प्रत्यक्ष सम्बन्ध भारतीय गणित के साथ दिखाई देता है, पर यह काल वर्तमान महावीर के शताब्दियों पश्चात् का है :

“The proof of the Pythagoras Theorem used by Chao Chün-Ching² in his +2nd-century commentary on the *Chou Pei*³ (the oldest mathematical classic) appears again in the work of Bhāskar (+1150). The rule for the area of the segment of a circle given in the *Chiu Chang Suan Shu*⁴ (Nine Chapters on the Mathematical Art) of the +1st-century appears again in the +9th-century work of Mahāvira Indeterminate problems of the *Sun Tzu Suan Ching*⁵ (Master Sun’s Mathematical Manual) of the +3rd century are found in Brahmagupta (+7th century). Āryabhaṭa (+5th century) has

* Ibid p 155

† Ibid p 206

geometrical survey material very like that of Liu Hui of the +3rd 'c

जहाँ ऐतिहासिक दृष्टि से केवल २० नक्षत्रों को मान्यता दी है, वहाँ चीन में २८ नक्षत्र माने गये हैं। सिध्मेय पञ्चमी में भी १ चंद्र के २८ नक्षत्र माने गये हैं (७-४६५), तथा चंद्र के कारकसूत्र सूत्र पक्ष और कृष्ण पक्ष में पाताल्लोके के पवन का बढ़ना और घटना बतलाया गया है (४-२४०१)। वहाँ इस तथ्य से समानता रखता हुआ यूनान और चीन से सम्बन्धित उल्लेख ध्यान देने योग्य है। वहाँ ईसा पूर्व सातवीं सदी के चीनी ठाकुर सिद्धान्त के ग्रन्थ कुआन त्सु (Kuan Tzu) में चंद्रमा के सूत्र और कृष्ण पक्ष में समुद्री जीवों का बढ़ना और घटना बतलाया है, वहाँ यूनान में एरिस्टोटिल (Aristotle) ने भी वही उल्लिखित किया है।† गणित सम्बन्धी अन्य तुलनाएँ सिध्मेय पञ्चमी के गणित तथा रोडरमक की गोम्मटसार टीका व्याखि से की जा सकती हैं। इस सम्बन्ध में उल्लिखित ग्रन्थ के अन्य भाग (१-२) भी इत्यन्त हैं।‡ वहाँ इतना कहना आवश्यक है कि वर्तमान महावीर के तीर्थ में अनन्तात्मक राधिका का अस्पृशकृत्य अन्वय कहीं देखने में नहीं आया है। इतने में गणित के प्रयुक्त करने की अनुपम प्रणाली "अस्य बहुत्व" में परिष्कृत होती है। केवलवर्षों की गोम्मटसार टीका में इस तथा अन्य विवरण प्रकृषा में प्रयुक्त मटीकों में शून्य, नन और शून्यादि के लिये एक से अधिक विह्व उपयोग में आने गये हैं, जो ऐतिहासिक दृष्टि से अत्यन्त महत्वपूर्ण हैं।

उपर्युक्त अन्वयोंकन से हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि पिथेगोरस काबीन आत्मिक विश्व में जो गणित युक्त दर्शन का पुनर्जागरण हुआ, उसके इतिहास की मात्र शृंखला की एक कड़ी वर्तमान महावीर का तीर्थ काबीन लोकेश्वर मन्दिर (वर्षमिठिही) भी है।

* Ibid. p. 213.

† Ibid. p. 150

‡ चीनी π के माप $\frac{22}{7}$ है ३२३ तथा वास्तविक पद्धति सहित सकारण गणन इत्यन्त हैं।



कृतज्ञता प्रकाशन

प्रस्तुत ग्रंथ के हिंदी अनुवाद की प्रेरणा मुझे डा० हीरालाल जैन ने प्रायः ग्यारह वर्ष पूर्व नागपुर में दी थी। इस सम्बन्ध में समय समय पर दिये गये उनके सुझावों के लिए मैं उनका आभारी हूँ। सस्कृत के विद्यार्थी होने का सौभाग्य मुझे प्राप्त नहीं हुआ, इसलिये प्रस्तुत अनुवाद मुख्यतः प्रोफेसर एम रंगाचार्य के सटीक आङ्ग्ल भाषानुवाद पर आधारित है। इस अनुवाद में शासन द्वारा प्रकाशित पारिभाषिक शब्दावलि का उपयोग किया गया है। सस्कृत के प्रूफ देखने का श्रेय डा. ए. एन. उपाध्ये को है।

इस कार्य में प्रयुक्त कतिपय ग्रंथों की पूर्ति पूज्य श्री १०५ क्षु० मनोहरलाल जी वर्णा "सहजानन्द" ने की, जिसके लिये मैं उनका चिर कृतज्ञ हूँ।

महाकौशल महाविद्यालय (राबर्टसन कालिज), जबलपुर के भूतपूर्व प्राचार्य स्वर्गीय श्री उमादास मुखर्जी का मैं आभारी हूँ, जिन्होंने मुझे अपनी सहज दया का पात्र बनाकर प्रस्तुत अनुवाद के कार्य को मली भौंति सम्पन्न करने हेतु संरक्षण प्रदान किया। इसी महाविद्यालय के गणित विभाग के भूतपूर्व अध्यक्ष प्रोफेसर श्री सी. एस. राघवन द्वारा प्रदत्त सुविधाओं के लिये भी मैं उनका आभारी हूँ।

मैं श्री वी. एस. पडित, एडवोकेट, जबलपुर, तथा श्री प्रबोधचंद्र जैन, एडवोकेट, छिंदवाडा का आभारी हूँ जिनकी अप्रत्यक्ष सहायता के बिना यह कार्य न हो सका होता। अप्रकट रूप से सहायक विद्यार्थी वर्ग भी धन्यवाद का पात्र है।

अंत में, मैं उन ग्रंथकारों के प्रति कृतज्ञ हूँ, जिनके ग्रंथों की सहायता लेकर यह कार्य निष्पन्न हुआ है।

३० जनवरी, १९६३
गवर्नमेंट साइंस कालिज,
जबलपुर।

{

लक्ष्मीचंद्र जैन



महावीराचार्यप्रणीतः गणितसारसंग्रहः

१. संज्ञाधिकारः

मङ्गलाचरणम्

अलङ्घ्य त्रिजगत्सारं यस्यानन्तचतुष्टयम् । नमस्तस्मै जिनेन्द्राय महावीराय तायिने ॥ १ ॥
संख्याज्ञानप्रदीपेन जैनेन्द्रेण महात्विषा । प्रकाशित जगत्सर्वं येन तं प्रणमाम्यहम् ॥ २ ॥
प्रीणित. प्राणिसस्यौघो^३ निरीतिर्निरवग्रहः । श्रीमतामोघवर्षेण येन स्वेष्टहितैपिणा ॥ ३ ॥
पापरूपा^४ परा यस्य चित्तवृत्तिहविर्मुजि । भस्मसाद्भावमीयुस्तेऽवन्ध्यकोपोऽभवेत्तत् ॥ ४ ॥
वशीकुर्वन् जगत्सर्वं स्वयं नानुवश. परैः । नाभिभूत. प्रभुस्तस्मादपूर्वमकरध्वज ॥ ५ ॥
यो विक्रमक्रमाक्रान्तचक्रिचर्ककृतक्रियः । चक्रिकाभञ्जनो नाम्ना चक्रिकाभञ्जनोऽञ्जसा ॥ ६ ॥

१ MB मह^० । २ M प्रणीतः । ३ M सर्गो^० । ४ MK सद्भा । ५ KPB भवेत् । ६ B योऽय ।
७ M क्री^० । ८ MB ग^० ।

१. संज्ञा (पारिभाषिक शब्द) अधिकार

मङ्गलाचरण

जिन्होंने तीनों लोकों में सारभूत एव मिथ्या दृष्टियों द्वारा अलङ्घ्य अनन्त दर्शन, अनन्त ज्ञान, अनन्त वीर्य और अनन्त सुख नामक अनन्त चतुष्टय को प्राप्त किया, ऐसे रक्षक जिनेन्द्र भगवान् महावीर को मैं नमस्कार करता हूँ ॥ १ ॥ मैं महान् विभूति को प्राप्त जिनेन्द्र को नमन करता हूँ जिन्होंने संख्या-ज्ञान के प्रदीप से समस्त विश्व को प्रकाशवान किया है ॥ २ ॥ धन्य हैं वे अमोघवर्ष (अर्थात् वे जो वास्तव में उपयोगी वृष्टि की वर्षा करते हैं,) जो हमेशा अपने प्रियपात्रों के हितचिन्तन में रहते हैं और जिनके द्वारा प्राणी तथा वनस्पति, महामारी और दुर्मिक्ष आदि से मुक्त होकर सुखी हुए हैं ॥ ३ ॥ जिन (अमोघवर्ष) के चित्त की क्रियायें अग्निपुत्र सदृश होकर समस्त पापरूपी वैरियों को भस्म में परिणत करने में सफल हैं, और जिनका क्रोध व्यर्थ नहीं जाता ॥ ४ ॥ जिन्होंने समस्त ससार को अपने वश में कर लिया है और जो किसी के वश में न रहकर शत्रुओं द्वारा पराजित नहीं हो सके हैं, अपूर्व मकरध्वज की तरह शोभायमान हैं ॥ ५ ॥ जिनका कार्य, अपने पराक्रम द्वारा पराभूत राजाओं के चक्र (समूह) द्वारा होता है, और जो न केवल नाम से चक्रिका भजन हैं वरन् वास्तव में भी चक्रिका भजन (अर्थात् जन्म और मरण के चक्र के नाशक^१) हैं ॥ ६ ॥ जो अनेक ज्ञान सरिताओं के अधिष्ठाता

१ भविष्य की अपेक्षा से ।

नारकाणां च सर्वेषां श्रेणीबन्धेन्द्रकोत्कराः । प्रकीर्णकप्रमाणाद्या बुध्यन्ते गणितेन ते ॥१४॥
 प्राणिनां तत्र संस्थानमायुरष्टगुणादयः । यात्राद्या' संहिताद्याश्च सर्वे ते गणिताश्रयाः ॥१५॥
 बहुभिर्विप्रलापैः किं त्रैलोक्ये सचराचरे । यत्किंचिद्वस्तु तत्सर्वं गणितेन विना न हि ॥१६॥
 तीर्थकृद्भ्य कृतार्थेभ्यः पूज्येभ्यो जगदीश्वरैः । तेषां शिष्यप्रशिष्येभ्यः प्रसिद्धाद्गुरुपर्वत ॥१७॥
 जलधेरिव रत्नानि पाषाणादिव काञ्चनम् । शुक्तेर्मुक्ताफलानीव सख्याज्ञानैर्महोदधे ॥१८॥
 किंचिदुद्धृत्य तत्सार वक्ष्येऽहं मतिशक्तित् । अल्प ग्रन्थमनल्पार्थं गणितं सारसंग्रहम् ॥१९॥
 सञ्ज्ञाम्भोभिरर्थो पूर्णं परिकर्मोऽसौ वैदिके । कलासवर्णमसृष्टलुठत्पाठीनसंकुले ॥२०॥
 प्रकीर्णकमहाग्राहे त्रैराशिकतरङ्गिणि । मिश्रकव्यवहारोद्यत्सूक्तिरत्नाशुपिञ्जरे ॥२१॥
 क्षेत्रविस्तीर्णपाताले खाताख्यसिकताकुले । करणस्कन्धसंबन्धच्छायावैलाविराजिते ॥२२॥
 गुणकैर्गुणसंपूर्णैस्तदर्थमणयोऽमला । गृह्यन्ते करणोपायैः सारसंग्रहवारिधौ ॥२३॥

अथ संज्ञा

न शक्यतेऽर्थो बोद्धुं यत्सर्वस्मिन् संज्ञया विना । आदावतोऽस्य शास्त्रस्य परिभाषाभिधास्यते ॥२४॥

१ KMB बद्धे^० । २ M वसु । ३ KP ज्ञान के स्थान में नव । ४ MB अल्प^० । ५ K सज्ञातोयसमा^० ।
 ६ M द्व (सम्भवतः त्य को लिखने में भूल हुई है ।) ७ MB सकटे । ८ P च ।

(श्रेणिरहित) निवास-स्थानों के माप और अन्य सब प्रकार के विभिन्न माप—सभी गणित के द्वारा जाने जाते हैं ॥१३-१४॥ उन स्थानों में रहने वाले जीवों के संस्थान, आयु, उनके आठ गुण आदि, उनकी गति (यात्रा) आदि, उनका साथ रहना आदि, इन सबका आधार गणित है ॥१५॥ और व्यर्थ के प्रलापो से क्या लाभ है ? जो कुछ इन तीनों लोकों में चराचर (गतिशील और स्थिर) वस्तुएँ हैं उनका अस्तित्व गणित से विलग नहीं ॥१६॥ मैं, तीर्थ को उत्पन्न करने वाले, कृतार्थ और जगदीश्वरो से पूजित (तीर्थङ्करों) की शिष्य प्रशिष्यात्मक प्रसिद्ध गुरु परम्परा से आये हुए सख्याज्ञान महासागर से उसका कुछ सार एकत्रित कर, उसी तरह, जैसे कि समुद्र से रत्न, पाषाणमय चट्टान से स्वर्ण और शुक्त (oyster shell) से मुक्ताफल प्राप्त करते हैं, अल्प होते हुए भी अनल्प अर्थ को धारण करने वाले सारसंग्रह नामक गणित ग्रन्थ को अपनी बुद्धि की शक्ति के अनुसार प्रकाशित करता हूँ ॥१७-१८-१९॥ तदनुसार, इस सारसंग्रह के सागर से, जो पारिभाषिक शब्दावलि रूपी जल से परिपूर्ण है और जिसकी आठ गणित की क्रियाएँ किनारे रूप हैं, पुन जो भिन्न की क्रियाओं रूपी निर्भय गतिशील मछलियों से युक्त है और विविध प्रश्नों के अध्यायरूपी महाग्राह (मगर) से व्याप्त है, पुन जो त्रैराशिक की अध्यायरूपी लहरों से आंदोलित है और मिश्र प्रश्नों के अध्याय-सम्बन्धी उत्कृष्ट भाषारूपी मोतियों की आभा से रजित है, और पुन. जो क्षेत्रफल-सम्बन्धी प्रश्नों के अध्याय द्वारा पाताल तक विस्तृत है तथा घनफल के अध्याय रूपी रेत से पूर्ण है, और जो ज्योतिर्लोकिय व्यावहारिक गणना से सम्बन्धित छाया-सम्बन्धी अध्याय रूपी बढते हुए ज्वार से चमकता है—(ऐसे ज्ञानसागर से) सम्पूर्ण गुण सम्पन्न गणितज्ञ गणित की सहायता से अपनी इच्छानुसार निर्मल मोती प्राप्त कर सकेंगे ॥२०-२३॥ इस विज्ञान के आरम्भ में आवश्यक पारिभाषिक शब्दावलि दी जाती है क्योंकि विना शुद्ध परिभाषाओं के विषय तक पहुँच सम्भव नहीं है ॥२४॥

यो विद्यान्वयविद्यानो मर्यादाधर्मवेदिक । रत्नगर्भो यथाख्यातचारित्रजलधिर्गहाम् ॥ ७ ॥
विष्वस्तेकान्तपक्षस्य स्याद्वाद्यन्वयवादिने । वृषस्य नृपतुङ्गस्य वर्धतां वस्य द्वासनम् ॥ ८ ॥

गणितशास्त्रप्रदर्शना

श्रौतिके वैदिके धापि तथा सामायिकेऽपि य । व्यापारस्तत्र सर्वत्र संख्यानसुपयुज्यते ॥ ९ ॥
कामतन्त्रेऽर्धघात्रे च गाघये नाटकेऽपि वा । सूयशास्त्रे धर्मो वैशे वास्तुविद्यादिवस्तुषु ॥ १० ॥
छन्दोऽलङ्कारकाव्येषु तर्कव्याकरणविषु । कलागुणेषु सर्वेषु प्रस्तुतं गणितं परम् ॥ ११ ॥
सूर्याग्निप्रहाराण्येषु ग्रहणेषु ग्रहसंयुतौ । त्रिप्रदने चन्द्रवृक्षौ च सर्वत्राङ्गीकृतं हि तम् ॥ १२ ॥
द्वीपस्तारक्षीयानां सख्याख्यासपरिक्षिप्यं । मवनव्यम्बरयोर्विद्योःकृत्स्नाधिवासिनाम् ॥ १३ ॥

१ P वेदिना । २ B स्यात् । 3 धापि । १ B च । 4 B B महा° । ५ B B दृष्टा° । ६ B B पुत्र ।
७ B B विपा ।

होकर सत्परिष्ठा की ब्रह्ममयी मर्यादा बाधे हैं और जो धर्म-धर्म कपी रस को हृदय में रखते हैं
इसस्थिति में यथापत्यात चारित्र के महात् सागर के समान सुप्रसिद्ध हुए हैं ॥ ७ ॥ एकान्त पक्ष को
नष्ट कर जो स्याद्वाद्यन्वयवादिने के बादी हुए हैं ऐसे महाराज नृपतुंग का शासन फले-फूल ॥ ८ ॥

गणितशास्त्रप्रदर्शना

सांसारिक वैदिक तथा धार्मिक आदि सब कार्यों में गणित उपयोगी है ॥ ९ ॥ कामशास्त्र में
अपघात में संगीत व नाट्यशास्त्र में पाकशास्त्र (सूपशास्त्र) में और इसी तरह औपनिषद्-शास्त्र में तथा
वास्तु-विद्या (निर्माण-कला) में छन्द लङ्कार, काव्य तर्क व्याकरण आदि इतनी कलाओं में
गणना का विज्ञान भेद माना जाता है ॥ १०-११ ॥ सर्वे तथा अन्य ग्रह-नक्षत्रों की गति के संबंध में
ग्रहण और ग्रह-संयुति (संयोग) के सम्बन्ध में त्रिप्रदने के विषय में और चन्द्रमा की गति के विषय
में—संबंध इसे उपनाम में करते हैं ॥ १२ ॥ द्वीपों समुद्रों और पर्वतों की संख्या व्याप्त और परिमित
मवनवामी चन्द्रमर व्यापिकोःकवासी कल्पवासी इतों के तथा नारकी जीवों के भोजनक और इंसक

(८) 'सान्' शब्द निपाठ है जो एकान्त का नियन्त्रण करके अनेकान्त का प्रतिपादन करता है ।
यह शब्द 'कर्मवित्' का पर्यायवाची है और एक निमित्त अपेक्षा को निकषित करता है । इत प्रकार,
वैरानिक एवं युक्तियुक्त रसाशास्त्र आ धर्म-दर्शन एवं तावतान की नींव है, वस्तु क संधार्य स्वरूप को
प्रकट करन के हेतु उसका अन्त-धर्मों में से एक समय में एक धर्म का प्रतिपादन करता है । प्रत्येक
धर्म का वर्णन उसके प्रतिपत्ती विरोधी धर्म की अपेक्षा से शत्रुमैत्री में किया जाता है । उदाहरणार्थ—
आ तत्त्व एक धर्म है और नास्तिकत्व उसका प्रतिपत्ती धर्म है । अपने प्रतिपत्ती सापेक्ष अस्तित्व धर्म की
अपेक्षा में शत्रुमैत्री इस प्रकार बनगी—(१) धर्म कर्मवित् है, (२) धर्म कर्मवित् नहीं है, (३) धर्म
कर्मवित् है और नहीं है (४) धर्म कर्मवित् अदृश्य है, (५) धर्म कर्मवित् है और अदृश्य है,
(६) धर्म कर्मवित् नहीं है और अदृश्य है (७) धर्म कर्मवित् है नहीं है और अदृश्य है ।

(११) त्रिप्रदने साङ्ख्य के त्रैलोक्यिक विज्ञान विषयक धर्मों में वर्णित एक अध्याय का नाम
है आ तीन धर्मों के विषय में प्रतिपादन करने के कारण इस नाम से प्रसिद्ध है ।

य प्रश्न महर्षि स्यात्विद्योः कल्पय मे निष् (विद्या), दद्या (रिपति) एवं कास (समय)
रिपयक इति है ।

सख्या तावलिरुच्छ्वासः स्तोकस्तूच्छ्वाससप्तक' । स्तोका' सप्त लवस्तेपां सार्धाष्टात्रिगता घटी ॥३३॥
घटीद्वयं मुहूर्तोऽत्र मुहूर्तैस्त्रिंशता दिनम् । पञ्चत्रैस्त्रिदिनैः पक्षः पक्षौ द्वौ मास इष्यते ॥३४॥
ऋतुर्मासद्वयेन स्यात्त्रिभिस्तैरयनं मतम् । तद्द्वय वत्सरो वक्ष्ये धान्यमानमत परम् ॥३५॥

अथ धान्यपरिभाषा

विद्धि षोडशिकास्तत्र चतस्र' कुडहो भवेत् । कुडहोश्चतुरः प्रस्थश्चतुः प्रस्थानथाढकम् ॥३६॥
चतुर्भिराढकैर्द्रोणो मानी द्रोणैश्चतुर्गुणैः । खारी मानी चतुष्केण खार्यं पञ्च प्रवर्तिकाः ॥३७॥
सेयं चतुर्गुणा वाह' कुम्भ पञ्च प्रवर्तिका । इत' परं सुवर्णस्य परिभाषा विभाष्यते ॥३८॥

अथ सुवर्णपरिभाषा

चतुर्भिर्गण्डकैर्गुञ्जा गुञ्जा' पञ्च पणोऽष्ट ते । धरण धरणे कर्ष' पल कर्षचतुष्टयम् ॥३९॥

अथ रजतपरिभाषा

धान्यद्वयेन गुञ्जैका गुञ्जायुग्मेन माषक' । माषषोडशकेनात्र धरण परिभाष्यते ॥४०॥

१ KB वो । २ IC वा । ३ सम्पूर्ण धान्य परिभाषा के लिए, P और B में निम्नलिखित रूप में विशेष उल्लेख है । M का पाटान्तर, कोष्ठकों में अंकित किया गया है । आद्य षोडशिका तत्र कुड (ड्रु) व. प्रस्थ आढकः । द्रोणो मानी ततः खारी क्रमेण (मशः) चतुराहता. ॥ (सहस्रैश्च त्रिभिष्ण्डु-भिश्शतैश्च त्रीहिमिस्समम् । यस्सम्पूर्णोऽभवत्सोय कुडुव परिभाष्यते ॥) प्रवर्तिकात्र ता' पञ्च वाहस्तस्या-श्चतुर्गुणः । कुम्भस्सपादवाहस्यात् (पञ्च प्रवर्तिकाः कुम्भ') स्वर्णसजाथ वर्ण्यते ॥

संख्यात आवलियों से उच्छ्वास बनता है, सात उच्छ्वासका एक स्तोक और सात स्तोक का एक लव होता है तथा साढे अढतीस लव मिलकर एक घटी बनती है ॥३३॥ दो घटी का एक मुहूर्त, तीस मुहूर्त का एक दिन, पद्मह दिन का एक पक्ष और दो पक्ष का एक मास होता है ॥३४॥ दो मास मिलकर एक ऋतु, तीन ऋतुयें मिलकर एक अयन और दो अयन मिलकर एक वर्ष बनता है । इसके पश्चात् में धान्य के माप के विषय में उल्लेख करता हूँ ॥३५॥

धान्य-परिभाषा [धान्यमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि]

चार षोडशिका मिलकर एक कुडहा बनता है, चार कुडहा मिलकर एक प्रस्थ बनता है और चार प्रस्थ का एक आढक होता है ॥३६॥ चार आढक का द्रोण, चार द्रोण की एक मानी, चार मानी की एक खारी और पाँच खारी की प्रवर्तिका होती है ॥३७॥ चार प्रवर्तिका का एक वाह और पाँच प्रवर्तिका का एक कुम्भ होता है । इसके पश्चात् स्वर्णमाप-सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि दी जाती है ॥३८॥

सुवर्ण-परिभाषा [स्वर्णमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि]

चार गडक मिलकर एक गुजा बनती है, पाँच गुजा मिलकर एक पण बनता है और इसका आठगुणा एक धरण होता है । दो धरण मिलकर एक कर्ष बनता है और चार कर्ष मिलकर एक पल बनता है ॥३९॥

रजत-परिभाषा [रजतमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि]

दो धान्य मिलकर एक गुजा बनती है, दो गुजा मिलकर एक माशा और सोलह माशा मिलकर एक धरण बनता है ॥४०॥ ढाई धरण का एक कर्ष एव चार पुराण (या कर्ष) का एक दल होता है ।

तत्र तावत् क्षेत्रपरिमाया

अथान्यथाविमिनोशं यो न पाति स पुत्रकः । परमाणुरनन्तैस्त्वैणुं सोऽत्रादिरुच्यते ॥२५॥

प्रसरेणुरत्तस्त्रमात्रवरेणुं क्षिरोरुहं । परंमभ्यजघन्यास्या मोगमूर्ध्नीमुमुषाम् ॥२६॥

सीक्षा विद्वत्स पवेह सवैपोऽर्धं यवोऽङ्गुलम् । कमेजाष्टगुणान्येतद्वपवहाराङ्गुलं मतम् ॥२७॥

तत्पञ्चकदशं प्रोक्तं प्रमाणं मानवेविभिः । वर्तमाननराणांमङ्गुलमात्रमाङ्गुलं भवेत् ॥२८॥

व्यवहारप्रमाणे द्वे राजान्ते छौकिके पितुः । आस्माङ्गुलमिति त्रेधा तिर्यक्पाद् पङ्क्तुलैः ॥२९॥

पाद्द्वयं पितवस्ति स्यात्ततो हस्तो द्विसङ्गुणः । दण्डो हस्तचतुष्केण क्रोस्ततद्विंसहस्रकम् ॥३०॥

योजनं चतुरः क्रोशान्त्राङ्गु द्वेत्रविंशस्रुणा । दक्ष्यतेऽस परं कालपरिमाया यथाक्रमम् ॥३१॥

अथ कालपरिमाया

अणुरण्वन्तरं काले व्यतिक्रामति यावति । स कालः समयोऽसंख्यैः ममयैरावच्छिर्भेवत् ॥३२॥

१ KP गु। २ MB व°। ३ PB स्त। ४ P पि। ५ M ज्ये।

क्षेत्र परिमाया [क्षेत्रमाप सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि]

पुत्रक का अन्वयार्थो सूक्त वह भाग जो न तो पानी द्वारा न क्षिति द्वारा और न अन्य किसी ऐसी वस्तुओं द्वारा मासके प्राप्त है परमाणु कहलाता है। ऐसे अन्वय परमाणुओं द्वारा उत्पन्न एक-एक अणु क्षेत्रमाप में प्रथम माप है। इससे उत्पन्न क्रमसः आठ-आठ गुणे प्रसरेणु रवरेणु नाकमाप एवं माप विह्व या सरसो माप भव माप तथा अंगुल माप हैं। अंगुल माप आदि उनके स्थि हैं जो भोग भूमि और कर्मभूमि में उत्पन्न होते हैं। ये उत्कृष्ट मध्यम अधम्य प्रकार के होते हैं। यह अंगुल व्यवहार-अंगुल भी कहलाता है ॥२५-२७॥ जो माप की विधियों से परिचित हैं कथन करते हैं कि इस व्यवहार-अंगुल का ५ गुणा प्रमाणांगुल होता है। वर्तमान काल के मनुष्यों की अंगुली का माप आत्मांगुल कहा जाता है ॥२८॥ वे कहते हैं कि संसार के स्थापित व्यवहारों में अंगुल तीन प्रकार का होता है प्रथम व्यवहार-अंगुल द्वितीय प्रमाणांगुल और तृतीय उनका आत्मांगुल। छः अंगुल मिळकर पाद्-माप बनता है जो आत्मारूप से नापा जाता है ॥२९॥ जो ऐसे पाद् मिळकर विवस्ति बनाते हैं और दो विवस्ति मिळ कर एक हस्त बनता है। चार हस्त से एक दण्ड बनता है और दो दण्ड एक मिलकर एक प्रोस बनता है ॥३०॥ जो क्षेत्रफल के मापज्ञान में सिद्धहस्त हैं कहते हैं कि चार प्रोस मिलकर एक योजन होता है ॥३१॥ इसके पश्चात् में समय के माप के सम्बन्ध में क्रमवार पारिभाषिक साम्प्रदायिक का उल्लेख करता हैं।

काल-परिमाया [काल-सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि]

वह काल जिसमें एक (गतिशील) अणु किसी प्रदेशविन्दु से दूसरे निकटतम प्रदेशविन्दु तक जाता है समय कहलाता है। अरुध्य समय मिळकर एक आबधि बनती है ॥३२॥

(२१-२२) क्षेत्रमाप-सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि को स्पष्ट रूप से समझने के स्थि परिशिष्ट १ देखिये।

अणु स आठ गुना प्रसरेणु, प्रसरेणु स आठगुना रवरेणु, रवरेणु स आठगुना नाकमाप इत्यादि का माप बंभित किये गए हैं। वे क्रमवार ऐसे हैं कि प्रत्येक पूर्वाजुगामी माप से आठगुना है तथा प्रत्येक उन्मूह मध्यम आर अधम्य प्रकार का है।

१ यहाँ अणु का आशय परमाणु से है।

ऋणयोर्धनयोर्घाते भजने च फलं धनम् । ऋणं धनर्णयोस्तु स्यात्स्वर्णयोर्विवर युतौ ॥५०॥
 ऋणयोर्धनयोर्योगो यथासंख्यमृणं धनम् । शोध्य धनमृण राशे, ऋण शोध्यं धन भवेत् ॥५१॥
 धन धनर्णयोर्वर्गो मूले स्वर्णं तयो, क्रमात् । ऋण स्वरूपतोऽवर्गो यतस्तस्मान्न तत्पदम् ॥५२॥

अथ संख्यासंज्ञा

शैशो सोमश्च चन्द्रेन्दू प्रालेयांशू रजनीकरः । श्वेत हिमगु रूप च मृगाङ्कश्च कलाधरः ॥५३॥
 द्वि द्वे द्वावुभौ युगलयुग्म च लोचन द्वयम् । दृष्टिर्नेत्राम्बकं द्रन्द्मक्षिचक्षुर्नय दृशौ ॥५४॥
 हरनेत्र पुर लोक त्रै (त्रि) रत्न भुवनत्रयम् । गुणो वह्निः शिखी ज्वलन, पावकश्च हुताशन ॥५५॥
 अम्बुधिर्विषधिर्वार्धिः पयोधि सागरो गतिः । जलधिर्वन्धश्चतुर्वेद, कपाय सलिलाकरः ॥५६॥
 इषुर्बाण शर शस्त्र भूतमिन्द्रियसायकम् । पञ्च व्रतानि विषय, करणीयस्कन्तुसायकः ॥५७॥
 ऋतुजीवो रसो लेख्या द्रव्य च षट्क खरम् । कुमारवदन वर्णं शिलीमुखपदानि च ॥५८॥
 शैलमद्रिर्भय भूध्रो नगाचलमुनिर्गिरिः । अश्वान्ध्रिपन्नगा द्वीप वातुर्व्यसनमातृका ॥५९॥
 अष्टौ तनुर्गज कर्म वसुवारणपुष्करम् । द्विरद दन्ती दिग्दुरितं नागानीक करी यथा ॥६०॥

१ केवल ५३ में ५३ से ६८ तक गाथाएँ प्राप्त हुई हैं । ये मूल में यत्र तत्र अशुद्ध हैं ।

दो ऋणात्मक या दो धनात्मक राशियाँ एक दूसरे से गुणित करने पर या भाजित होने पर धनात्मक राशि उत्पन्न करती है । परन्तु, दो राशियाँ जिनमें एक धनात्मक तथा दूसरी ऋणात्मक एक दूसरे से गुणित अथवा भाजित होने पर ऋणात्मक राशि उत्पन्न करती हैं । धनात्मक और ऋणात्मक राशि जोड़ने पर प्राप्त फल उनका अन्तर होता है ॥५०॥ दो ऋणात्मक राशियों या दो धनात्मक राशियों का योग क्रमशः ऋणात्मक और धनात्मक राशि होता है । किसी दी हुई सख्या में से धनात्मक राशि घटाने के लिये उसे ऋणात्मक कर देते हैं और ऋणात्मक राशि घटाने के लिये उसे धनात्मक कर देते हैं (ताकि दोनों क्रियाओं में केवल योग से इष्ट फल की प्राप्ति हो जावे ।) ॥५१॥

धनात्मक तथा ऋणात्मक राशि का वर्ग धनात्मक होता है, और उस वर्ग राशि के वर्गमूल क्रमशः धनात्मक और ऋणात्मक होते हैं । चूँकि वस्तुओं के स्वभाव (प्रकृति) में ऋणात्मक राशि, वर्गराशि नहीं होती इसलिये उसका कोई वर्गमूल नहीं होता ॥५२॥ अगले दस सूत्रों में कुछ वस्तुओं के नाम दिये गये हैं जो वारवार अंकों और सख्याओं को प्रदर्शित करने के लिये अकगणित सकेतना में प्रयुक्त किये

तब वह वास्तव में अपरिवर्तित नहीं रहती है । भास्कर ने ऐसे शून्य भागों को खहर कहा है और उसका मान अयथार्थ अनन्त दिया है । महावीराचार्य स्पष्टतः सोचते हैं कि शून्य द्वारा भाजन, भाजन ही नहीं । डाक्टर हीरालाल जैन ने इस पर यह सुझाव दिया है कि सम्भवतः ग्रंथकार का ऐसे भाजन से निम्नलिखित अभिप्राय हो—

मानलो २० वस्तुएँ ५ व्यक्तियों में बँटना है, तब प्रत्येक व्यक्ति को ४ वस्तुएँ उपलब्ध होंगी । यदि इन २० वस्तुओं का विभाजन ० (शून्य) व्यक्तियों में करना हो तब कोई व्यक्ति ही न रहने से वह सख्या अपरिवर्तित रहेगी ।

(५२) यह सूत्र महावीराचार्य की सूक्ष्म अतर्दृष्टि का प्ररूपक है । इसके विषय में हम प्रस्तावना में ही सकेत कर चुके हैं । साधारणतः किसी धनात्मक राशि का वर्गमूल निकालने पर (धनात्मक एव ऋणात्मक) दो राशियाँ उत्पन्न होती हैं, उनमें से इष्ट फल प्राप्ति के लिये धनात्मक या ऋणात्मक वर्गमूल ग्रहण करना उपयुक्त होता है । इस प्रकार ग्रंथकार द्वारा निर्दिष्ट यह नियम भी उनकी प्रतिभा का निरूपक है ।

तद्द्वयं सार्धकं कथं पुराणाश्चतुरः पटम् । रूप्ये मागधमानेन प्राहुः संख्यानकोविदाः ॥४१॥

अथ लोहपरिमाणा

कदा नाम चतुष्पादाः सपादाः पटकला यवः । धवैश्चतुर्मिरंशः स्याद्भागोऽज्ञाना चतुष्टयम् ॥४२॥

श्रद्धयो भागपटकेन दीनारोऽस्माद्द्विसकुणः । द्वौ दीनारौ सत्तरं स्यात्प्राहुर्लोहइत्र सूर्यः ॥४३॥

पत्तेश्चाशुभिः मार्घे प्रथम फलदातद्वयम् । तुळादशतुळामार्गः संख्यावक्षाः प्रथमते ॥४४॥

वक्षामरणचत्राणा युगलान्यत्र विशतिः । कोटिकानन्तरं माप्ये परिकर्मणि नामतः ॥४५॥

अथ परिकर्मनामानि

भादिमं गुणकारोऽत्र प्रस्तुतपत्रोऽपि वज्रनेत् । द्वितीयं भागहारारूपं तृतीयं कृदिकुष्यते ॥४६॥

चतुर्थं वाममूळं हि माप्यते पञ्चमं धनः । धनमूळं सतः षष्ठं मत्तमं च षितिः स्तूतम् ॥४७॥

तरसंकलितमप्युक्तं व्युत्कलितमतोऽष्टमम् । तद्य स्येपमिति प्रोक्तं मिश्राम्यष्टाधमम्यपि ॥४८॥

अथ धनर्णशून्यविषयक्रमामान्यनियमाः

तादृशं येन राशिं स्वं सोऽधिकारी हनो युतः । हीनोऽपि खवधादिः स्वं योगं स्वं योग्यरूपकम् ॥४९॥

१ अ सतरास्यम् । २ अ २ । ३ अ ३ । ४ अ ४ । ५ अ क्वात्कला सवर्षस्य । यहाँ चौथी संसुक्ति और चतुर्थाप्य है ।

गणना में कुशल स्पष्टि कहते हैं कि मागध माप के अनुसार उपयुक्त रजत-माप हैं ॥४१॥

स्येह-परिमाणा [स्येह पातुमाप-सम्बन्धी पारिभाषिक शब्दावलि]

एक कला में चार पाद होते हैं; सबा छ कला का एक पद होता है; चार पद का एक अंस तथा चार अंस का एक भाग होता है ॥४२॥ छ भाग का एक द्रक्षूप दो द्रक्षूप का एक दीवार और दो दीवार का एक सतर होता है । मोह जातु के माप के सम्बन्ध में बिहान् ऐसा कहते हैं ॥४३॥ साढ़े बारह पद मिलकर एक प्रथम हाता है । सौ पद मिलकर एक तुळा और दस तुळा मिलकर एक धार होता है । ऐसा गणना में दश विशन् कहत हैं ॥४४॥ इस माप में वेत जपवा आमरण जपवा बद्धों के बीस युगों (राशियाँ) की एक कोटिका हानी है । इसके पश्चात् में गणित की मुख्य क्रियाओं के नाम बता हैं ॥४५॥

परिकर्म नामावलि [गणित की मुख्य क्रियाओं के नाम]

इन क्रियाओं में प्रथम गुणकार (गुणा) है और वह प्रस्तुतपत्र भी कहलाता है । दूसरी भागहार (भाग या भाजन) कहलाती है और कृति (बर्ण करना) तीसरी क्रिया का नाम है ॥४६॥ चौथी नामावलि: वाममूळ है और चौथी धन कहलाती है । छठवीं धनमूळ और सातवीं षिति (पाग) कहलाती है ॥४७॥ इस संकलित भी कहत हैं । आठवें व्युत्कलित (पूरी श्रेणि में से व्यरम्भ से की गईं उर्णों की कुल भाग घटा देना) है जो शप भी कहलाती है ॥४८॥

च तद्य आद त्रिषासं भिन्नं में भी प्रयुक्त होती है ।

न्य तथा धनमूळ पर्यं क्रमक्रमक राशियों सम्बन्धी सामान्य नियम

बाई भी संख्या शून्य से गुणित होना पर शून्य हो जाती है और वह चाहे शून्य के द्वारा विभाजन जपवा शून्य द्वारा घटाई जाव का शून्य में जाती जावे कहलती नहीं है ।

गुणा तथा अन्व त्रिषासं शून्य के सम्बन्ध में शून्य की उत्पत्ति करती है और पाग की क्रिया में शून्य बरी से का हा जाता है जिसमें वह जाता जाता है ॥४९॥

(४) ५८ गणितसारसंग्रह इत्या आ गणना है कि बाई संख्या जब शून्य द्वारा भाजित की जाती है

ऋणयोर्धनयोर्घाते भजने च फलं धनम् । ऋणं धनर्णयोस्तु स्यात्स्वर्णयोर्विवरं युतौ ॥५०॥
 ऋणयोर्धनयोर्योगो यथासंख्यमृणं धनम् । शोध्य धनमृण राशे ऋणं शोध्यं धनं भवेत् ॥५१॥
 धन धनर्णयोर्वर्गो मूले स्वर्णे तयो. क्रमात् । ऋण स्वरूपतोऽवर्गो यतस्तस्मान्न तत्पदम् ॥५२॥

अथ संख्यासंज्ञा

शैशी सोमश्च चन्द्रेन्दू प्रालेयांशू रजनीकरः । श्वेत हिमगु रूप च मृगाङ्कश्च कलाधर. ॥५३॥
 द्वि द्वे द्वावुभौ युगलयुग्म च लोचन द्वयम् । दृष्टिर्नेत्राम्ब्रक द्वन्द्वमक्षिचक्षुर्नय दृशौ ॥५४॥
 हरनेत्र पुर लोक त्रै (त्रि) रत्न भुवनत्रयम् । गुणो वह्निः शिखी ज्वलन. पावकश्च हुताशन ॥५५॥
 अम्बुधिर्विषधिर्वाधिः पयोधि. सागरो गतिः । जलधिर्वन्धश्चतुर्वेद कषाय सलिलाकरः ॥५६॥
 इषुर्बाण शर शस्त्र भूतमिन्द्रियसायकम् । पञ्च व्रतानि विषय करणीयस्कन्तुसायक. ॥५७॥
 ऋतुजीवो रसो लेख्या द्रव्य च षट्क खरम् । कुमारवदन वर्णं शिलीमुखपदानि च ॥५८॥
 शैलमद्रिर्भय भूधो नगाचलमुनिगिरिः । अश्वश्विपन्नगा द्वीप धातुर्व्यसनमावृका ॥५९॥
 अष्टौ तनुर्गज कर्म वसुवारणपुष्करम् । द्विरद दन्ती दिग्दुरितं नागानीक करी यथा ॥६०॥

१ केवल M में ५३ से ६८ तक गाथाएँ प्राप्त हुई हैं । ये मूल में यत्र तत्र अशुद्ध हैं ।

दो ऋणात्मक या दो धनात्मक राशियाँ एक दूसरे से गुणित करने पर या भाजित होने पर धनात्मक राशि उत्पन्न करती हैं । परन्तु, दो राशियाँ जिनमें एक धनात्मक तथा दूसरी ऋणात्मक एक दूसरे से गुणित अथवा भाजित होने पर ऋणात्मक राशि उत्पन्न करती हैं । धनात्मक और ऋणात्मक राशि जोड़ने पर प्राप्त फल उनका अन्तर होता है ॥५०॥ दो ऋणात्मक राशियों या दो धनात्मक राशियों का योग क्रमशः ऋणात्मक और धनात्मक राशि होता है । किसी दी हुई संख्या में से धनात्मक राशि घटाने के लिये उसे ऋणात्मक कर देते हैं और ऋणात्मक राशि घटाने के लिये उसे धनात्मक कर देते हैं (ताकि दोनों क्रियाओं में केवल योग से इष्ट फल की प्राप्ति हो जावे ।) ॥५१॥

धनात्मक तथा ऋणात्मक राशि का वर्ग धनात्मक होता है, और उस वर्ग राशि के वर्गमूल क्रमशः धनात्मक और ऋणात्मक होते हैं । चूँकि वस्तुओं के स्वभाव (प्रकृति) में ऋणात्मक राशि, वर्गराशि नहीं होती इसलिये उसका कोई वर्गमूल नहीं होता ॥५२॥ अगले दस सूत्रों में कुछ वस्तुओं के नाम दिये गये हैं जो वारवार अंकों और संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिये अकगणित सकेतना में प्रयुक्त किये

तत्र वह वास्तव में अपरिवर्तित नहीं रहती है । भास्कर ने ऐसे शून्य भागों को खहर कहा है और उसका मान अयथार्थ अनन्त दिया है । महावीराचार्य स्पष्टतः सोचते हैं कि शून्य द्वारा भाजन, भाजन ही नहीं । डाक्टर हीरालाल जैन ने इस पर यह सुझाव दिया है कि सम्भवतः ग्रंथकार का ऐसे भाजन से निम्नलिखित अभिप्राय हो—

मानलो २० वस्तुएँ ५ व्यक्तियों में बाँटना है, तब प्रत्येक व्यक्ति को ४ वस्तुएँ उपलब्ध होंगी । यदि इन २० वस्तुओं का विभाजन ० (शून्य) व्यक्तियों में करना हो तब कोई व्यक्ति ही न रहने से वह संख्या अपरिवर्तित रहेगी ।

(५२) यह सूत्र महावीराचार्य की सूक्ष्म अतर्हृष्टि का प्ररूपक है । इसके विषय में हम प्रस्तावना में ही सकेत कर चुके हैं । साधारणतः किसी धनात्मक राशि का वर्गमूल निकालने पर (धनात्मक एव ऋणात्मक) दो राशियाँ उत्पन्न होती हैं, उनमें से इष्ट फल प्राप्ति के लिये धनात्मक या ऋणात्मक वर्गमूल ग्रहण करना उपयुक्त होता है । इस प्रकार ग्रथकार द्वारा निर्दिष्ट यह नियम भी उनकी प्रतिभा का निरूपक है ।

नव नन्द च रन्ध्रे च पद्मार्धे लम्बकेन्द्रौ । निधिरमं प्रहाणं च दुर्गोनाम च संख्यया ॥६१॥
आकाशं गगनं दृश्यमन्वरां तं नमो विषयम् । अनन्तमन्तरिक्षं च विष्णुपार्षं विधि स्मरेत् ॥६२॥

अथ स्थाननामानि

एकं तु प्रथमस्थानं द्वितीयं वृक्षसंज्ञिकम् । तृतीयं शतमित्याहुः चतुर्थं तु सहस्रकम् ॥६३॥
पञ्चमं दशसाहस्रं षष्ठं स्यादष्टमेव च । सप्तमं दशलक्षं तु अष्टमं कोटिरुच्यते ॥६४॥
नवमं दशकोट्यस्तु दशमं शतकोटय । अयुर्दं रुद्रसंयुक्तं स्युर्दं द्वादशं मषेत् ॥६५॥
अथ त्रयोदशस्थानं महास्यर्वं चतुर्विंशत् । पञ्च पञ्चदशं चैव महापञ्चं तु षोडशम् ॥६६॥
सोणो सप्तदशं चैव महासोणो दशाष्टकम् । शतं नवदशं स्थानं महास्यर्वं तु विंशकम् ॥६७॥
त्रिंशत्येकविंशतिस्थानं महाशित्या द्विविंशकम् । त्रिविंशकमथ क्षीमं महाक्षीमं चतुर्दशम् ॥६८॥

अथ गणकगुणनिरूपणम्

सधुकरणोद्घापोद्धानात्मस्यमहणधारणोपाये । व्यक्तिकराङ्कविक्षिष्टोणकोऽङ्गभिर्गुणैर्ज्ञेय ॥६९॥
इति संज्ञा समाप्तेन भाषिता मुनिपुङ्गवे । विस्तरेणागमाद्भेदं षट्छयं भवित् परम् ॥७०॥

इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराभाष्यस्य कृती संज्ञाधिकार समाप्तः ॥

गये ई । ये यहाँ अनुबाधित नहीं किये गये ई ०५३-९२५

स्थान-नामावलि [संकेतनामक स्थानों के नाम]

प्रथम स्थान यह है आ एक (इकाई) कहलाता है दूसरा स्थान दश (दहाई) तीसरा स्थान शत (सैकहा) और चौथा सहस्र (हजार) कहलाता है ०९३॥ पाँचवा दस सहस्र (दस हजार) छठवाँ लक्ष (लाख) सातवाँ दसलक्ष (दस लाख) और आठवाँ कोटि (करोड़) कहलाता है १९३॥ नौवाँ दशकोटि (दस करोड़) और दसवाँ सतकोटि (सौ करोड़) कहलाता है । ग्यारहवाँ स्थान अरब (अरब) और बारहवाँ स्वयं (दस अरब) कहलाता है १९५॥ तेरहवाँ स्थान लख (लख) और चौदहवाँ महालख (दस लख) कहलाता है । इसी तरह पंद्रहवाँ पच और सोलहवाँ महापच कहलाता है १९६॥ पुनः सत्रहवाँ क्षोणी अठारहवाँ महाक्षोणी कहलाता है । नब्बीसवाँ स्थान सङ्घ और बीसवाँ महासङ्घ कहलाता है १९७॥ इन्हीं सब स्थान सित्या बाईसवाँ महाक्षिप्वा कहलाता है । तईसवाँ क्षीम और बीबीसवाँ महाक्षीम कहलाता है १९८॥

गणकगुणनिरूपण

विभक्तियुक्त आठ गुणां से गणितज्ञ की परिचयन होती है—

- (१) धुपकरण—इस करने में शीघ्र गति (२) कट—अप्रतिकल्प कि इच्छित फल प्राप्त हो सकेगा
- (३) अरोह—अप्रतिकल्प कि इच्छित फल प्राप्त नहीं होगा (४) अनात्मस्य—प्रमाद न होना (५) महज—गमन की शक्ति (६) धारण—स्मरण रखने की शक्ति (७) उपाय—साधन करने की नई रीतियों की शक्ति (८) व्यक्तिकारा—इन संपत्तियों तक पहुँचने का सामर्थ्य रखना जो अज्ञात राशियों को ज्ञान बना सक ०९ ॥ इस प्रकार मुनि पुत्रों में सेक्षेप में परिभाषाओं का कथन किया है । जो कुछ इष्ट विषय में आगे विस्तार रूप से कहा जाना चाहिये उस आगम^१ के अन्वयन न ज्ञात करना चाहिये । इस प्रकार महावीराभाष्य की इति सारसंग्रह नामक गणित शास्त्र में, संज्ञा अधिकार समाप्त हुआ १० ॥

१ यहाँ आगम वा भाग्य सम्भारतः त्रिनागम प्रदीय अनात्मस्य गणित सं हो विभक्त विषय में उक्तान् ३३३ गणित नहीं कथन किया गया प्रतीत होता है ।

२. परिकर्मव्यवहारः

इतः पर परिकर्माभिधानं प्रथमव्यवहारमुदाहरिष्यामः ।

प्रत्युत्पन्नः

तत्र प्रथमे प्रत्युत्पन्नपरिकर्मेणि करणसूत्रं यथा—

गुणयेद्गुणेन गुण्यं क्वाटसंधिक्रमेण संस्थाप्य । राश्यर्घखण्डतस्थैरनुलोमविलोममार्गाभ्याम् ॥१॥

१ ५ तत्र च । २ ५ और B विन्यस्योभो राशी । ३ ५ ओर B सङ्गणयेत् ।

२. परिकर्म व्यवहार [अङ्कगणित सम्बन्धी क्रियाएँ]

इसके पश्चात्, हम परिकर्म नामक प्रथम व्यवहार प्रकट करते हैं ।

प्रत्युत्पन्न (गुणन)

परिकर्म क्रियाओ में प्रथम गुणन के क्रिया-सम्बन्धी नियम निम्नलिखित हैं—

जिस तरह दरवाजे की कोरें रहती हैं, उसी प्रकार गुण्य और गुणक को एक-दूसरे के नीचे रखकर, गुण्य को गुणक से दो रीतियों (अनुलोम अथवा विलोम क्रम से हल करने की विधियों) में से किसी एक द्वारा गुणित करना चाहिये । प्रथम विधि में गुण्य के खंड द्वारा गुण्य को विभाजित और गुणक को गुणित करते हैं । द्वितीय विधि में, गुणक के खंड द्वारा गुणक को विभाजित तथा गुण्य को गुणित करते हैं । तृतीय विधि में उन्हें उसी रूप में लेकर गुणन करते हैं ॥ १ ॥

(१) प्रतीक रूप से यह नियम इस प्रकार है—

‘अव’ को ‘सद’ से गुणा करने पर गुणनफल (१) $\frac{\text{अव}}{\text{अ}} \times (\text{अ} \times \text{सद})$, या (ii) $(\text{अव} \times \text{स}) \times$

$\frac{\text{सद}}{\text{स}}$ या (iii) $\text{अव} \times \text{सद}$ होता है । यह स्पष्ट है कि प्रथम दो विधियों को उपर्युक्त गुणनखण्डों के चुनाव द्वारा क्रिया को सरल करने के उपयोग में लाते हैं ।

अनुलोम, अथवा हल करने की सामान्य विधि वह है जो व्यापक रूपसे उपयोग में लाई जाती है । विलोम विधि निम्नलिखित है—

१९९८ में २७ का गुणा करने के लिये—

१९९८

२७

प्रत्येक स्तम्भ का योग करने पर
उत्तर ५३९४६ प्राप्त होता है

२ × १	२				
२ × ९	१	८			
२ × ९		१	८		
२ × ८			१	६	
७ × १		७			
७ × ९		६	३		
७ × ९			६	३	
७ × ९				५	
० × ८					६
	५	३	९	४	६

अत्रोद्देशकः

वृत्ताभ्येकैकस्मै' जिनमवनीयाम्बुमानि वान्यष्टौ । वसतीनां चतुरस्रस्वारिंशच्छताश्चै कति ॥२॥
 नव पञ्चरागमणय' समर्षिता एकजिनगृहे दृष्टा । साष्टाशीतिद्विसासीमितवसतिपु ते किमन्व' स्तु ॥३॥
 चैत्वारिंशच्चैकोनश्रुवाभिःपुष्परगमणयोऽर्था ।
 एकस्मिन् जिनमवने सनवशते ब्रूहि कति मणय' ॥ ४ ॥
 पद्यानि सप्तविंशतिरेकस्मिन्' जिनगृहे प्रवृत्तानि ।
 साष्टानवतिसहस्रे सतवशते वानि कति कथय ॥ ५ ॥
 एकैकस्या' वसवावष्टोचरश्रुतसुवर्णैपद्यानि । एकाष्टशत' सप्तकनवचदपञ्चाष्टकानां किम् ॥ ६ ॥
 शशिबसुक्षरद्वन्द्वनिधिनवपदाब्जमयनयसमूहमारवाप्य ।
 द्विमकरविषयनिधिगतिमिर्गुणिते किं' राक्षिपरिमाणम् ॥ ७ ॥
 द्विमगुणयानिभिगविष्ठाक्षिवह्निप्रवनिचममत्र संस्थाप्य' ।
 सैकाशीत्या त्व' मे गुणयित्वाचक्ष्व' तस्संख्याम् ॥ ८ ॥
 छत्रिन्मुक्षरमयेभ्रियशशाख्युन्नराक्षिमत्र संस्थाप्य' ।
 रघैर्गुणयित्वा मे कथय सस्ते राक्षिपरिमाणम् ॥ ९ ॥

१ B स्व हि । २ B नखा । ३ B शठस्य कति भवनानाम् । ४ M B पत्वारिंशद्वन्वा
 दृष्टाभिः । ५ M अन्वा । ६ M ते किमन्वत्स्तुः । ७ M एकैकजिनानाम् पद्यानि । ८ M मगु-
 नवचतस्रहानां किम् । ९ (यह स्तोत्र केवल M और B में प्राप्त है) । १ M और B किन्तुत्व ।
 ११ M प्यम् । १२ M अहो । १३ M मे हीम् । १४ B विन्वत्स्य ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रत्येक जिनमन्दिर में धान-काठ कमर पुष्प चढ़ाये गये । वतकाओ कि १४४ मंदिरों को कितने
 दिने गये ? ॥ २ ॥ नौ पञ्चराग मणि केवल एक जिनमन्दिर में पूजन में अर्पित किये हुए दखे जाते हैं ।
 २८८ मंदिरों में (उसी दर से) कितने अर्पित किये गये ? ॥ ३ ॥ एक जिनमंदिर में १३९ पुष्परागमणि
 पूजन में भेंट किये जाते हैं । वतकाओ १९ मंदिरों में कितने मणि भेंट किये गए ? [मूळ गाना
 में १३९ को १ +४ - १ रूप में लिखा हुआ है] ॥ ४ ॥ २० कमर के पूर एक जिनमंदिर में
 भेंट किये गए । वतकाओ कि इस दर से १९९८ मंदिरों में कितने कमर भेंट किये गये ? [मूळ गाना
 में १९९८ को १ ९८ + ९ लिखा है] ॥ ५ ॥ प्रत्येक मंदिर को १८ स्वर्ण कमर भेंट की दर
 से ८५१९०४८१ मंदिरों में कितने दिने जायेंगे ? ॥ ६ ॥ १ ८ ९ ४ ९ ९ ० और ९ अंकों को
 हवाई के स्थान से संकर ऊपर के स्थानों तक रखने से बनाई गई संख्या को ४४१ से गुणित करने पर
 क्या फल प्राप्त होगा ? ॥ ७ ॥ इस प्रश्न में १ ४ ४ १ ३ और ५ अंकों को हवाई के स्थान से
 संकर ऊपर के स्थानों तक रखकर प्राप्त की हुई संख्या को ८१ से गुणित करो और वतकाओ कि कौन
 सी संख्या प्राप्त होती ? ॥ ८ ॥ इस प्रश्न में १५०९८३ संख्या लिखकर उसे ९ से गुणित करो और तब
 दे मित्र ! मुझे वतकाओ कि गुणनफल शानि क्या होगी ? ॥ ९ ॥ इस प्रश्न में १२३४५६७९ संख्या को
 ९ से गुणित करत है । यह गुणनफल शानि आचार्य महाशय के कथनानुसार, वरपाक के अष्ट आचरण

नन्दाद्युत्तुशरचतुस्त्रिद्वन्द्वैकं स्थाप्यमत्र नवगुणितम् ।
 आचार्यमहावीरैः कथितं नरपालकण्ठकाभरणम् ॥१०॥
 षट्त्रिकं पञ्चषट्कं च सप्त चादौ प्रतिष्ठितम् । त्रयस्त्रिंशत्संगुणितं कण्ठाभरणमादिशेत् ॥११॥
 हुतवहगतिशशिमुनिभिर्वसुनयगतिचन्द्रमत्र संस्थाप्य ।
 शैलेन तु गुणयित्वा कथयेद् रत्नकण्ठकाभरणम् ॥१२॥
 अनलाब्धिहिमगुमुनिशरदुरिताक्षिपयोधिसोममास्थाप्य ।
 शैलेन तु गुणयित्वा कथय त्वं राजकण्ठकाभरणम् ॥१३॥
 गिरिगुणदिविगिरिगुणदिविगिरिगुणनिकरं तथैव गुणगुणितम् ।
 पुनरेवं गुणगुणितम् एकादिनवोत्तरं विद्धि ॥१४॥
 सप्त शून्य द्वयं द्वन्द्व पञ्चैकं च प्रतिष्ठितम् । त्रयः सप्ततिसंगुण्यं^१ कण्ठाभरणमादिशेत् ॥१५॥
 जलनिधिपयोधिशशधरनयनद्रव्याक्षिनिकरमास्थाप्य ।
 गुणिते तु चतुषष्टया का संख्या गणितविद्धहि ॥१६॥
 शशाङ्केन्दुखैकेन्दुशून्यैकरूप निधाय क्रमेणात्रै राशिप्रमाणम् ।
 हिमांश्वप्ररन्ध्रैः प्रसंताडितेऽस्मिन् भवेत्कण्ठका राजपुत्रस्य योग्या ॥१७॥

इति परिकर्मविधौ प्रथमः प्रत्युत्पन्नः समाप्तः ।

१ श्लोक १० से १५ तक केवल M और B में प्राप्य है । २ सभी हस्तलिपियों में 'स्थाप्य तत्र' पाठ है । ३ B शे । ४ B नवं १० सभी हस्तलिपियों में छद् रूपेण अशुद्ध पाठ "कण्ठाभरण विनिर्दिशेत्" है ।

की रचना करती है ॥१०॥ ३ को छः बार, ६ को पाँच बार, और ७ को एक बार अवरोही क्रम से (इकाई के स्थान की ओर) लिखकर, इस सख्या का ३३ से गुणन करने पर एक प्रकार के हार की संख्या प्राप्त होती है ॥११॥ इस प्रश्न में, ३, ४, १, ७, ८, २, ४ और १ अंकों को इकाई के स्थान से ऊपर की ओर के क्रम में लिखने पर संख्या का ७ से गुणन करो, और तब कहो कि वह रत्न कठिका नामक आभरण है ॥ १२ ॥ १४२८५७१४३ संख्या को लिखकर उसे ७ से गुणित करो, और तब कहो कि वह राजकण्ठका आभरण है ॥१३॥ इसी तरह, ३७०३७०३७ को ३ से गुणित करो । इस गुणनफल को फिर गुणित करो ताकि गुणक क्रमशः एक से लेकर ५ तक हों ॥१४॥ ७, ०, २, २, ५ और १ अंकों को (इकाई के स्थान से ऊपर की ओर के क्रम में) रखते हैं । और इस संख्या को ७३ से गुणित करते हैं । प्राप्त संख्या को कण्ठ आभरण कहते हैं ॥१५॥ इकाई के स्थान से ऊपर की ओर अंक ४, ४, १, २, ६ और २ क्रमानुसार लिखकर, प्ररूपित संख्या को ६४ से गुणित करने पर हे गणित विद्धहि, वतलाओ कि कौन सी संख्या प्राप्त होगी ? ॥१६॥ इस प्रश्न में, इकाई के स्थान से ऊपर की ओर १, १, ०, १, १, ०, १ और १ अंकों को क्रमानुसार रखने से एक विशेष संख्या का मान होता है, और तब इस संख्या में ९१ का गुणा करने पर राजपुत्र के योग्य कण्ठहार प्राप्त होता है ॥१७॥

इस प्रकार, परिकर्म व्यवहार में, प्रत्युत्पन्न नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

(१०) इसमें तथा अन्य गाथाओं में कुछ संख्याएँ विभिन्न प्रकार के हारों की रचना करती हुई मानी गई हैं, क्योंकि उनमें एक से अंकों का शीघ्र ही दृष्टिगोचर होनेवाला सम्मितीय विन्यास रहता है ।

(११) यहाँ गुण्य ३३३३३३६६६६७ है ।

(१४) यह प्रश्न, स्वतः, इस रूपमें अवतरित हो जाता है : ३७०३७०३७ × ३ को १, २, ३, ४,

भागहारः

द्वितीये भागहारकर्मणि करणसूत्रं यथा—

विन्यस्य मास्यमानं वस्त्राधक्ष्येन भागहारेण । सदृशापवर्तविधिना मार्गं कृत्वा फलं प्रवक्षेत् ॥१८॥
अथवा—

प्रतिशोमपथेन भजेद्भ्राम्यसपथ्येन भागहारेण । सदृशापवर्तनविधिर्यद्यस्ति विधाय तमपि वयो ॥१९॥

अत्रोद्देशकः

दीनाराष्टसहस्रं दानवक्तियुतं क्षतेन संयुक्तम् । चतुरस्ररपट्टिनरैर्मैत्रं कौण्ड्यो नुरेकस्य ॥२०॥
रूपाप्रसन्नविशतिश्रवानी कनकानि यत्र भास्यन्ते । सप्तत्रिंशत्पुरैरेकस्वार्शं ममावक्ष्य ॥२१॥
दीनारवत्सहस्रं त्रिंशत्तयुतं सप्तवर्गंतिमश्रम् । नवसप्तत्या पुरुषैर्मैत्रं किं छम्भमकस्य ॥२२॥
अयुतं चत्वारिंशत्तुत्सहस्रैश्चतयुतं हेमाम् । नवसप्तविंशसतीनां वृत्तं विवृतं किमेकस्याः ॥२३॥
सप्तवृत्त्रिंशत्तयुतान्येकत्रिंशत्सहस्रजम्बूनि । मच्छानि नवत्रिंशत्त्रैवैकस्य मार्गं त्वम् ॥२४॥

१ यह श्लोक F में प्राप्य नहीं है । २ H स । ३ B कौण्ड्यो नुरेकस्य । ४ यह श्लोक F में प्राप्य नहीं है । ५ B और H हेमम् । ६ इस श्लोक में दिये गये फल का पाठ B में निम्न प्रकार है—

त्रिंशत्तयुतैकत्रिंशत्सहस्रमुक्ता दशाधिकाः सप्त ।

मच्छाश्चत्वारिंशत्पुरैरेकोनैस्तत्र दीनारम् ॥

भागहार [भाग]

परिकर्म क्रियाओं में द्वितीय भागहार क्रिया का नियम निम्नलिखित है—

भाग्य को लिखकर उसे उभयविह (साधारण) गुणवर्तकों को अलग करने के रीति के अनुसार भाजक द्वारा भाजित करो । भाजक को भाग्य के नीचे रखो और तब परिणामी भाजकको को प्राप्त करो ॥१८॥ अथवा—यदि सम्भव हो तो उभयविह गुणवर्तकों को निरसित करने की विधि से भाग्य के नीचे भाजक को रखकर भाग्य को प्रतिशोम विधि से अर्थात् चारों से चारों भाजित करना चाहिये ॥१९॥

उदाहरणार्थ मश

१४ व्यक्तियों में ८१९९ दीनार बँटि गये हैं । प्रत्येक व्यक्ति के हिस्से में कितने आये हैं ? ॥२०॥
मुझे एक व्यक्ति का हिस्सा बतलाओ जब कि २० १ स्वर्ण के टुकड़े ३० व्यक्तियों में बँटि जाते हैं । ॥२१॥
१ ३७९ दीनार ७९ व्यक्तियों में बँटि जाते हैं । बतलाओ एक व्यक्ति को क्या प्राप्त होगा ? ॥२२॥
१४१४१ स्वर्ण के टुकड़े ७९ मंदिरों में दिये जाते हैं । बतलाओ प्रत्येक मंदिर में कितना धन दिया जाता है ? ॥२३॥ ३१३१० जम्बू चक्र (गुब्बारी सेब) ३९ व्यक्तियों में बँटि गये हैं । प्रत्येक का अंश (हिस्सा) बतलाओ ? ॥२४॥ ३१३१३ जम्बू चक्र १८१ व्यक्तियों में बँटि गये हैं । प्रत्येक का अंश

- (१) मूल भाग्य में ८१९९ को ८ + ९२ + १ द्वारा विहित किया गया है ।
(२) मूल भाग्य में १ ३४ को १ + १ + (०)² द्वारा निरदिष्ट किया गया है ।
(३) यहाँ १४१४१ का १ + (४ + ४ + ० + १ + १) द्वारा कथित किया गया है ।
(४) यहाँ ३१३१३ को १० + ३ + ३² द्वारा दर्शाया गया है ।

त्र्यधिकदशत्रिंशत्तयुतान्येकत्रिंशत्सहस्रजम्बूनि । सैकाशीतिशतेन प्रहृताति नरेर्वदैकांशम् ॥२५॥
 त्रिदशसहस्री सैकाषष्टिद्विशतीसहस्रषट्कयुता । रत्नानां नवपुंसा दत्तैकनरोऽत्र किं लभते ॥२६॥
 एकादिषडन्तानि क्रमेण हीनानि हाटकानि सखे । विधुजलधिवन्धसंख्यैर्नैर्हृतान्येकभागः कः ॥२७॥
 त्र्यशीतिमिश्राणि चतुःशतानि चतुस्सहस्रघ्ननगान्वितानि ।
 रत्नानि दत्तानि जिनालयानां त्रयोदशानां कथयैकभागम् ॥२८॥

इति परिकर्मविधौ द्वितीयो भागहारः समाप्तः ॥

वर्गः

तृतीये वर्गपरिकर्मणि करणसूत्रं यथा—

द्विसमवधो घातो वा स्वेट्रो नयुतद्वयस्य सेष्टकृति । एकाद्विचयेच्छागच्छयुतिर्वा भवेद्वर्गः ॥२९॥

१ यह श्लोक केवल M में प्राप्य है ।

२ M एकद्वित्रिचतुःषष्टकैर्हीनाः क्रमेण सभक्ताः ।
 सैकचतुःशतसयुतचत्वारिंशजिनालयाना किम् ॥

बतलाओ ? ॥२५॥ ३६२६१ मणि ९ व्यक्तियों को बराबर-बराबर दिये जाते हैं । एक व्यक्ति कितने मणि प्राप्त करता है ? ॥२६॥ हे मित्र, एक से आरम्भ कर ६ तक के अंकों को इकाई के स्थान से ऊपर की ओर के क्रम में रखकर और फिर क्रमानुसार हासित अंकों द्वारा सरचित संख्या की सुवर्ण-मुद्राएँ ४४१ व्यक्तियों में वितरित की जाती हैं । प्रत्येक को कितनी मिलती हैं ? ॥२७॥ २८४८३ मणि १३ जिन मंदिरों में भेंट स्वरूप दिये जाते हैं । प्रत्येक मंदिर को कितना अंश प्राप्त होता है ? ॥२८॥

इस प्रकार, परिकर्म व्यवहार में, भागहार [भाग] नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

वर्ग

परिकर्म क्रियाओं में तृतीय [वर्ग करने की क्रिया] के नियम निम्नलिखित हैं—

दो सम राशियों का गुणनफल, अथवा दो सम राशियों में से किसी एक चुनी संख्या को प्रथम राशि में से घटाकर प्राप्त फल तथा दूसरी राशि में उस चुनी हुई संख्या को जोड़ने से प्राप्त फल, इन दोनों फलों के गुणनफल में उस चुनी हुई संख्या का वर्गफल जोड़ने पर प्राप्तफल, अथवा, गुणोत्तर श्रेढि (जिसमें प्रथमपद १ है और प्रचय २ है) का अ पदों तक का योगफल, उस इच्छित राशि का वर्ग होता है ॥२९॥ दो या तीन या इससे अधिक संख्याओं का वर्ग, उन सब संख्याओं के वर्ग के योग

(२५) यहाँ ३१३१३ को $१३ + ३०० + ३१०००$ द्वारा दर्शाया गया है ।

(२६) यहाँ ३६२६१ को $३०००० + १ + (६० + २०० + ६०००)$ द्वारा दर्शाया गया है ।

(२७) यहाँ दिया गया भाज्य, स्पष्ट रूप से, १२३४५६५४३२१ है ।

(२८) यहाँ २८४८३ को $८३ + ४०० + (४००० \times ७)$ द्वारा निरूपित किया गया है ।

(२९) बीजगणित द्वारा बतलाये जाने पर यह नियम इस तरह का रूप लेता है—

(१) $अ \times अ = अ^२$ (111) $(अ + क) (अ - क) + क^२ = अ^२$ (111) $१ + ३ + ५ + ७ + \dots$

अ पदों तक = $अ^२$

द्विसप्तानप्रसूतीनां राक्षीनां सवैषगैसंयोगः । तेषां क्रमघातेन द्विगुणेन विभिन्नितो वर्गो ॥३०॥
 कृत्वान्त्यकृतिं ह्यस्याच्छेषवैद्विगुणमन्त्यमुत्सार्य । घोषानुस्सार्यैर्बं करणीयो विधिरत्यं वर्गो ॥३१॥

अत्रोद्देशकः

एकादिनयान्तानां पञ्चदशानां द्विसंगुणाष्टानाम् । षष्ठयुगयोश्च रसाम्न्योः शरनगयोर्वर्गमाचक्ष्व ॥३२॥
 साष्टात्रिंशद्विधौ चतुःसहस्रैकपष्टिपद् द्वितिका । द्विकटी पदपञ्चाशत्त्रिंशत्तु वर्गोऽकृता किं स्यात् ॥३३॥
 ऐक्यागुणेषु बाणद्व्याणां शरगतिस्त्रिसूर्याणाम् । गुणरत्नामिपुराणां वर्गं भयं गणक यदि वेत्सि ॥३४॥

तथा उक्त संख्याओं को एक बार में दो लेकर उनके दोगुने गुणनफल के योग को निकालने के बराबर होता है ॥३॥ वाहिनी ओर से बाईं ओर को बढ़ गिनने के क्रम में संख्या के अन्तिम अङ्क का वर्ग प्राप्त करो और तब इस अङ्क को द्विगुणित कर तथा एक संकेतना के स्थान तक वाहिनी ओर हटा देने के पश्चात् इस अन्तिम अङ्क को दोप स्थानों के अङ्कों द्वारा गुणित करो । इस तरह संख्या के दोप अङ्कों में प्रत्येक को एक-एक स्थान तक इसी विधि से हटाते जाओ । यह वर्ग करने की विधि है ॥३१॥

उदाहरणार्थ मस

१ से लेकर ९ तक तथा १५ १६ १५ १४ और ७५—इन संख्याओं के वर्ग का मास निकालो ॥३१॥ ३३८ ४६६१ और ९५६ का वर्ग करने पर क्या-क्या प्राप्त होगा ? ॥३३॥ हे गणितज्ञ ! यदि तुम जानते हो तो यह जानो कि ६५५३६ १२३४५ और ६३३६ के वर्ग क्या होंगे ? ॥३४॥

(३) यहाँ स्थान शब्द का स्पष्ट अर्थ संकेतना स्थान होता है । यहाँ एक टीकर के निर्बचन व अनुसार वह योग के विषयों का भी पोटक है, क्योंकि योग में प्रत्येक ऐसे मास का स्थान होता है । इन दोनों निर्वचनों व अनुसार नियम ठीक उतरता है ।

$$\text{धैतः } (१९३४)^२ = (१^२ + २^२ + ३^२ + ४^२) + २ \times १ \times २ + २ \times १ \times ३ + २ \times १ \times ४ + २ \times २ \times ३ + २ \times २ \times ४ + २ \times ३ \times ४$$

$$\text{इसी तरह, } (१ + २ + ३ + ४)^२ = (१^२ + २^२ + ३^२ + ४^२) + २(१ \times २ + १ \times ३ + १ \times ४ + २ \times ३ + २ \times ४ + ३ \times ४)$$

(३) निम्नलिखित लघित उदाहरणों द्वारा वाहिनी ओर हटाने का उल्लिखित नियम स्पष्ट हो जायेगा । यह महाबीर की मौखिक विधि है । इन गणनाओं में स्तम्भी वर योग इस प्रकार किया जाये कि किसी भी स्तम्भ व दहाइ क अंक बाईं ओर क स्तम्भ में जोड़े जायें ।

१३१ का वर्ग निकालना १३२ का वर्ग करना ५५५ का वर्ग करना ।

$१^२ = १$ $२ \times १ \times १ = २$ $२ \times १ \times १ = २$ $३^२ = ९$ $२ \times ३ \times १ = ६$ $२ \times ३ \times १ = ६$ $४^२ = १६$	$१^२ = १$ $२ \times १ \times २ = ४$ $२ \times १ \times २ = ४$ $३^२ = ९$ $२ \times ३ \times २ = १२$ $२ \times ३ \times २ = १२$ $४^२ = १६$	$५^२ = २५$ $२ \times ५ \times ५ = ५०$ $२ \times ५ \times ५ = ५०$ $६^२ = ३६$ $२ \times ६ \times ५ = ६०$ $२ \times ६ \times ५ = ६०$ $७^२ = ४९$
१ ६ १ ६ १	१ ७ ४ २ ४	३ ८ २ ५

(३३) मूक गणना में ४६६१ को ४ + ६१ + ६ द्वारा निरूपित किया गया है ।

सप्ताशीतित्रिंशत्सहितं षट्सहस्रं पुनश्च पञ्चत्रिंशच्छतसमधिकं सप्तनिघ्नं सहस्रम् ।
द्वाविंशत्या युतदशशतं वर्णितं तत्रयाणां ब्रूहि त्वं मे गणकगुणवन्संगुणय्य प्रमाणम् ॥३५॥
इति परिकर्मविधौ तृतीयो वर्गः समाप्तः ।

वर्गमूलम्

चतुर्थे वर्गमूलपरिकर्मणि करणसूत्रं यथा—

अन्त्यौजादपहृतकृतिमूलेन द्विगुणितेन युग्महतौ । लब्धकृतिस्त्याज्यौजे द्विगुणदलं वर्गमूलफलम् ॥३६॥

१ P, K और B राशिरेतत्कृतीनाम् ।

६३८७ और तब ७१३५ और तब १०२२, इनमें से प्रत्येक सख्या का वर्ग किया जाता है । हे कुशल गणितज्ञ ! अच्छी तरह गणना करने के पश्चात् मुझे बतलाओ कि इन तीनों के वर्ग क्या होंगे ? ॥३५॥

इस तरह, परिकर्म व्यवहार में, वर्ग नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

वर्गमूल

परिकर्म क्रियाओं में वर्गमूल नामक चतुर्थे क्रिया के सम्बन्ध में निम्नलिखित नियम हैं—

अंको द्वारा प्रदर्शित सख्या की इकाई के स्थान से वाई ओर के अन्तिम अयुग्म (विपम) अंक में से बड़ी से बड़ी वर्ग सख्या (अंक) घटाई जाती है, तब इस वर्ग की हुई संख्या को द्विगुणित कर प्राप्त फल द्वारा, शेष सख्या के साथ दाहिने युग्मस्थान की सख्या उतार कर रखने के पश्चात् प्राप्त हुई संख्या में भाग देते हैं । और तब, इस तरह प्राप्त भजनफल का वर्ग, शेष सख्या के साथ दाहिने अयुग्म स्थान की सख्या उतार कर रखने के पश्चात् प्राप्त हुई संख्या में से घटा देते हैं । तब, प्रथम वर्गसंख्या का वर्गमूल और द्वितीय वर्गसंख्या का वर्गमूल, (एक के बाद दूसरी) दाहिनी ओर रखने से प्राप्त संख्या को द्विगुणित कर शेष सख्या के नीचे उतारी हुई संख्या रखकर प्राप्त सख्या में भाग देते हैं, और फिर शेष सख्या के साथ उतारी हुई संख्या रखकर प्राप्त सख्या में से सबसे बड़ी वर्गसख्या घटाते हैं । इस प्रकार, यह क्रिया अंत तक की जाती है और अन्तिम द्विगुणित भाजक सख्या की अर्द्ध सख्या, परिणामी वर्गमूल होता है ॥३६॥

(३५) यहाँ ७१३५ को $१३५ + (१००० \times ७)$ द्वारा दर्शाया गया है ।

(३६) इस नियम को स्पष्ट करने हेतु निम्नलिखित उदाहरण नीचे साधित किया जाता है ।

६५५३६ का वर्गमूल निकालना—६।५५।३६

$$2 \times 2 = 4 \quad \begin{array}{r} 2^2 = 4 \\ \underline{25} \quad (5 \\ 20 \\ \underline{44} \end{array}$$

$$25 \times 2 = 50 \quad \begin{array}{r} 4^2 = 25 \\ \underline{303} \quad (6 \\ 300 \\ \underline{36} \end{array}$$

$$256 \times 2 = 512 \quad \begin{array}{r} 6^2 = 36 \\ \underline{512} \quad (0 \\ 0 \\ \underline{\quad} \end{array}$$

$$\therefore \text{वर्गमूल} = 253 = 256 ।$$

अत्रोद्देशकः

एकादिनवाभ्यानां वर्गगतानां वशात्तु मे मूलम् । ऋतुविषयलोचनानां द्रव्यमहीध्रेन्निर्वाणां च ॥३७॥
 एकामपट्टिसमधिकपञ्चशतोपेतपदमहस्त्राणाम् । पङ्क्तौपञ्चपञ्चकपण्णामपि मूलमाकलय ॥३८॥
 द्रव्यपदार्थेनयाचललेस्यालम्प्यभिर्निषिनयाग्नीनाम् ।
 शशिनैत्रेन्निर्वाणनयस्त्रीषानां चापि किं मूलम् ॥३९॥
 चन्द्रादिघण्टिकपायद्रव्यतुष्टुवासान्तुरासीनाम् ।
 विभुलेख्येन्निर्वाहिकरमुनिगिरिस्थशिनां च मूलं किम् ॥४०॥
 द्वादशशतस्य मूलं पण्णवतियुतस्य क्वचय संधिस्त्य । शतपट्टकस्यापि सत्ते पञ्चकवर्गेण मुक्तस्य ॥४१॥
 अङ्कभकर्मास्वरशोकराणां सोमाक्षिवैश्वामरभास्कराणाम् ।
 चन्द्रतुष्टुषाणादिघण्टिद्विषानामाचक्ष्व मूलं गणकाप्रणीत्वम् ॥४२॥

इति परिकर्मविधौ चतुर्थं वर्गमूलं समाप्तम् ॥

घनः

पञ्चमे घनपरिकर्मणि करणसूत्रं यथा—

त्रिसमाहृतिघनं स्याद्विद्योतयुताम्यराक्षिषातो वा । अस्पगुमितेष्टकस्या ककितो वृद्धेन चेटस्य ॥४३॥
 इष्टादिद्विगुणेष्टप्रचयेष्टपद्मान्ययोऽथ वेष्टकृतिः । व्येकेष्टसैकापिद्विचयेष्टपदैक्ययुक्ता वा ॥४४॥

१ ४ और ५ वर्गगतानां घनं रूपादिनवाभ्यानां यस्मिन् । मूलं घनय सत्ते त्वं । २ ५ नय ।

उदाहरणार्थं पद्यं

दे मित्र ! मुझे धीरे बतलाओ कि १ से लेकर ९ तक की वर्गसंख्याओं तथा २५६ और ५०६ के वर्गमूल क्या हैं ? ३३०३ ६५९१ और ६५५३६ के वर्गमूल निकालो ०३८० ७२९७९६०२९६ और ६२९५२१ के वर्गमूल क्या हैं ? ३३ ३ ३३६६७७७१ और १००१५६१ के वर्गमूल क्या हैं ? ३३ ३ दे मित्र ! महीभक्ति सोचकर मुझे बतलाओ कि १२९६ और ६२५ के वर्गमूल क्या हैं ? ३७१० दे गणितज्ञा में अग्रणी ! ११ ८८ १२३२१ और ८७७५६१ के वर्गमूल बताओ ? ॥३९॥

इस प्रकार परिकर्म व्यवहार में वर्गमूल नामक परिकरके समाप्त हुआ ।

घन

परिकर्म द्विषाओं में पद्यम घन नामक शिवा का निबन्ध निम्नलिखित है—

काई तीन बराबर राशिवां का गुणनफल उस द्वा राशि का घन होता है । अथवा कोई ही हुई राशि का किसी चुनी हुई राशि को द्वा राशि में जोड़ने से प्राप्त फल का तथा चुनी हुई राशि को द्वा राशि में स बटान का प्राप्त फल का गुणनफल प्राप्त करते हैं । इसमें चुनी हुई राशि के घन को द्वा राशि में से चुनी हुई राशि को बटाने से प्राप्त फल से गुणित करने पर प्राप्त गुणनफल और चुनी हुई राशि का घन जानने पर भी द्वा राशि का घन प्राप्त होता है ॥३३०

अथवा जिसका प्रथम पद ही गई राशि है तथा प्रचय ही गई राशिका दुगुणा है और जिसके पदों की संख्या ही हुई राशि के बराबर है ऐसी समाप्तर श्रेढ़ि का योग ही हुई राशि के घन को उत्पन्न करता है । अथवा जिस राशि का घन प्राप्त करता है उसके वर्ग में ही गई राशि में से द्वा बटाकर प्राप्त राशि तथा ही गई राशि के बराबर जिसके पदों की संख्या है (और जिसका प्रथम पद एक है और प्रचय द्वा है) ऐसी समाप्तर श्रेढ़ि के योग का गुणनफल निकालकर उस ही हुई राशि का घन प्राप्त करते हैं ॥३३॥

(४१) प्रतीक रूप में यह नियम (निरूपित करने पर) इस तरह साधित होता है :—

(i) अ × अ × अ × अ = अ^४ (ii) अ (अ + अ) (अ - अ) + अ^३ (अ - अ) + अ^३ = अ^४
 (iv) बीजगणित में नियम का अर्थ : (i) अ^३ = अ × अ + अ × अ + अ × अ + अ पदों तक ।
 (ii) अ^३ = अ^३ + (अ - अ) (१ + १ + १ + ० + अ पदों तक)

एकादिचयेष्टपदे पूर्वं राशिं परेण संगुणयेत् । गुणितसमासस्त्रिगुणश्चरमेण युतो घनो भवति ॥४५॥
 अन्त्यान्यस्थानकृतिः परस्परस्थानसगुणा त्रिहता । पुनरेवं^३ तद्योगः^३ सर्वपदघनान्वितो वृन्दम् ॥४६॥
 अन्त्यस्य घनः कृतिरपि सा त्रिहतोत्सार्यं शेषगुणिता वा ।
 शेषकृतिस्त्र्यन्त्यहता स्थाप्योत्सार्यैवमत्र विधिः ॥४७॥

१ P में यह श्लोक प्राप्य नहीं है । २ M^०रपि । ३ M^०गो वा । ४ यह श्लोक M में छूट गया है । P K B में निम्नलिखित श्लोक पाठान्तर रूप में प्राप्य है । उपर्युक्त दो विधियों का उल्लेख इसमें भी है ।

त्रिसमगुणोऽन्त्यस्य घनस्तद्वर्गस्त्रिगुणितो हतः शेषैः ।

उत्सार्यं शेषकृतिरथ निष्ठा त्रिगुणा घनस्तथाग्रे वा ॥

समान्तर रूप से बढ़ती हुई श्रेढि में (जिसका प्रथम पद एक है तथा प्रचय भी एक है और पदों की संख्या कोई दी गई राशि के बराबर है), प्रत्येक पिछले पद को अगले पद से गुणा कर प्राप्त गुणनफलों का योग प्राप्त कर प्राप्त योगफल को तीन से गुणित करते हैं । इस प्रकार प्राप्त गुणनफल में श्रेढि का अन्तिम पद जोड़ने पर, दी हुई राशि का घन प्राप्त होता है ॥४५॥ (जिन दो अथवा अधिक राशियों के योग का घन निकालना है, उन्हें अलग-अलग स्थानों में स्थापित करते हैं ।) प्रथम तथा अन्य स्थानों के वर्ग निकालकर उनमें प्रत्येक को अन्य स्थानों की राशियों से गुणित कर त्रिगुणा करते हैं और जोड़ देते हैं । इस प्रकार प्राप्त योगफल में सब स्थानों की राशियों में से प्रत्येक के घन को मिलाते हैं तो दत्त राशियों के योग का घनफल प्राप्त होता है । (इस सूत्र द्वारा ग्रन्थकार का अभिप्राय २३६ जैसी संख्या का घनफल, उसे (२०० + ३० + ६) रूप में परिवर्तित कर इन तीन राशियों के योग का घनफल निकालकर प्राप्त करना है ।) ॥४६॥ अथवा, दी गई संख्या में दाहिनी ओर से बाईं ओर की गिनती में अन्तिम अंक का घन, और अन्तिम अंक के वर्ग की त्रिगुनी राशि को केवल एक संकेतना स्थान द्वारा दाहिनी ओर हटाया जाता है और शेष स्थानों में पाये जाने वाले अंकों द्वारा गुणित किया जाता है, तब ऊपर की भाँति शेष स्थानों में पाये जाने वाले अंकों का वर्ग केवल एक संकेतना दाहिनी ओर हटाया जाता है और ऊपर कथित अन्तिम अंक की त्रिगुनी राशि द्वारा उसे गुणित कर एक स्थान हटा कर रखा जाता है । ये राशियाँ इसी स्थिति में जोड़ दी जाती हैं । यह नियम यहाँ प्रयोज्य होता है ॥४७॥

$$(४५) ३ [१ \times २ + २ \times ३ + ३ \times ४ + ४ \times ५ + \dots + अ - १ \times अ] + अ = अ^३]$$

(४६) ३ $अ^२ब + ३ अब^२ + अ^३ + ब^३ = (अ + ब)^३$ । इस नियम को दो से अधिक स्थान वाली संख्याओं के लिये प्रयोज्य बनाने के हेतु यहाँ स्पष्ट अर्थ निकलता है कि ३ $अ^२(ब + स) + ३ अ(ब + स)^२ + अ^३ + (ब + स)^३ = (अ + ब + स)^३$, और यह स्पष्ट है कि कोई भी संख्या दो अन्य उपयुक्त रूप से चुनी हुई संख्याओं के योग द्वारा प्ररूपित की जा सकती है ।

(४७) ग्रन्थकारद्वारा दिये गये सूत्र का अभिप्राय प्रदर्शित विधि से स्पष्ट हो जावेगा—

मान लो १५ घन का प्राप्त करना है । इसे दो स्थानों से स्थापित करके, निरूपित रीति से घनफल निकालते हैं । सूत्र में ग्रन्थकार ने अन्तिम अंक ५ के घन के योग का कथन नहीं किया है ।

	१	५		
१ ^३ =	१			
१ ^२ × ३ × ५ =	१	५		
५ ^२ × ३ × १ =		७	५	
५ ^३ =		१	२	५
	३	३	७	५

अत्रोद्देशकः

एकादिनवान्तानां पञ्चदशानां क्षरेक्षणस्यापि । रसबहुयोगिर्गिरिनगयो कथय धनं द्रव्यलम्ब्योऽथ ॥४८॥
हिमकरगगनेन्दूनां नयगिरिक्षिपिना श्वरेन्दुबाणानाम् ।

वद् मुनिचन्द्रयतीनां वृन्दं चतुर्दशगुणघातिनाम् ॥४९॥

राक्षिर्षनीकृतोऽयं क्षतद्वयं मिमितं त्रयोदशमि । तद्विद्वगुणोऽस्मात्त्रिगुणघ्नगुणं पञ्चगुणितम् ॥५०॥
क्षतमष्टपष्टियुक्तं दृष्टमभीष्टे धने विशिष्टतमे । एकादिभिरष्टान्त्यैर्गुणितं यद् दत्तं न क्षीयम् ॥५१॥

बन्धाम्बरतुंगगनेन्द्रियकेशानां संख्यां क्रमेण विनिधाय धनं गृहीत्वा ।

आधत्स्व छद्मधनुना करणानुयोगमन्मीरसारशरसागरपारदम् ॥५२॥

इति परिकर्मविधौ पञ्चमो धन समाप्तः ॥

धनमूलम्

पद्ये धनमूलपरिक्रमेण करणसूत्रं यथा—

अन्त्यधनात्पहृतधनमूलकृतित्रिहृतिमात्रिते भाष्ये ।

प्राक्त्रिहृतास्तस्य कृतिं शोभ्या शोभ्ये धनेऽयं धनम् ॥५३॥

१ ४८ और ४९ में श्लोकों के स्थान में, ५१ में निम्न पाठ है—

एकादिनवान्तानां सप्तानां हिमकरेन्दूनाम् ।

वद् मुनिचन्द्रयतीनां वृन्दं चतुर्दशगुणघातिनाम् ॥

उप्याहरणार्थं प्रथम

एक से लेकर ९ तक संख्याओं और १५, २५, ३५, ४० और ९९ के धन क्या होंगे ? ॥४८॥
१ १, १०१, ५१९, १०१० और १३४४ के धन क्या होंगे ? ॥४९॥ संख्या २१३ का धन क्या होता है ।

इस संख्या की तुलसी त्रिगुणी चातुसी और पञ्चगुणी राशिधा के भी धन करने पर प्राप्त होने वाली राशिधौ प्राप्त करो ॥५॥ यह ज्ञात जाया है कि १९८ में एक से लेकर अष्ट तक की समस्त संख्याओं का गुणन करने पर प्राप्त राशिधौ धन राशिधौ से सम्बन्धित है । उन धन राशिधौ को क्षीय पतनानामो ॥५१॥ है करणाद्युपयोग रागिण के क्रियाओं के सम्बन्धकारी पद्यों तथा उद्देश्य समुच्चय के पारदर्शक । दक्षिणी ओर से चार्त्त और ४ १ ५ और ९ क्रमानुसार चिह्न कर प्राप्त संख्या का चक्रक क्षीय पतनानामो ॥५२॥ इन प्रकार परिकर्म व्यवहार में धन नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

धनमूलम्

परिकर्म क्रियाओं में प्रथम धनमूल क्रिया सम्बन्धी निम्नलिखित निबन्ध है—

अभिधम धन स्थान तक के शंको द्वारा निरूपित संख्या में से सबसे अधिक सम्भव धन संख्या घटाओ ।
तब (अभिधम) भाग्य स्थान द्वारा निरूपित शंक को रिक्त में रखने के पश्चात् उसे धन धन के धनमूल के धनी की त्रिगुणी राशि द्वारा भाजित करा । तब (अभिधम) शोष्य स्थान द्वारा निरूपित शंक को रिक्ति में रखने के पश्चात् उसमें से उपयुक्त अन्ततम के धनी की त्रिगुणित राशि को उपयुक्त (सबसे अधिक सम्भव धन के) मूल द्वारा गुणित करने से प्राप्त राशि को घटाओ । और तब (अभिधम) धन स्थान द्वारा निरूपित शंक की रिक्ति में रखने के पश्चात् उसमें से ऊपर प्राप्त हुए अन्ततम के धनी का घटाओ ॥५३॥

घनमेकं द्वे अघने घनपदकृत्या भजेत्रिगुणयाघनतः ।
पूर्वत्रिगुणाप्तकृतिस्त्याज्याप्तघनश्च पूर्ववल्लब्धपदै ॥५४॥

अत्रोद्देशकः

एकादिनवान्तानां घनात्मनां रत्नशशिनवावधीनाम् । नैगरसवसुखर्तुगजक्षपाकराणां च मूलं किम् ॥५५॥
गतिनयमदशिखिशशिनां मुनिगुणखर्त्वेक्षिनवैखरात्रीनाम् ।
वैसुखयुगाखाद्रिगतिकरिचन्द्रतूना गृहाण पदम् ॥५६॥

१ यह श्लोक **M** में प्राप्य नहीं है । २ **M** गिरि । ३ **M** रसा । ४ **M** विधुपुरखरस्वरर्तुज्वलनघराणा ।

तीन अंकों के विभिन्न समूह में से एक अंक घन (cubic) और दो अघन (non-cubic) होते हैं । अघन अंक में घनमूल के वर्ग की तिगुनी राशि का भाग दो । अग्रिम अघन अंक में से, ऊपर प्राप्त हुए भजनफल को वर्णित करने से प्राप्त हुई राशि तथा पिछले घन अंक में से (घटाई गई अधिक से अधिक घनसख्या के) घनमूल की तिगुनी राशि का गुणनफल घटाओ । और तब अग्रिम घन अंक को स्थिति में लाकर, उसमें से ऊपर प्राप्त हुए भजनफल का घन घटाओ । इस तरह स्थिति में लाकर प्राप्त हुए घनमूल अंकों की सहायता से पूर्व विधि उपयोग में लाओ ॥५४॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

१ से लेकर ९ तक की घन सख्याओं के घनमूल क्या होंगे ? ४९१३ और १८६०८६७ के घनमूल बतलाओ ? ॥५५॥ १३८२४, ३६९२६०३७ और ६१८४७०२०८ के घनमूल निकालो ॥५६॥

(५३-५४) जिसका घनमूल निकालना होता है ऐसी दी गई सख्या में अंक नियमानुसार समूहों में विभक्त कर दिये जाते हैं । प्रत्येक समूह में अधिक से अधिक ३ अंक होते हैं, उनके नाम क्रमशः दाहिनी ओर से बाँई ओर : घन (अथवा वह जो घनात्मक होता है अर्थात् जिसमें से घन राशि घटाना होती है), शोध्य (अथवा वह जो घटाया जाता है) और भाज्य हैं । बाँई ओर का अंतिम समूह हमेशा तीन अंकमय नहीं होता । उसमें एक, दो, या तीन अंक तक रहते हैं । निम्नलिखित साधित उदाहरण से नियम स्पष्ट हो जावेगा ।

७७३०८७७६ का घनमूल निकालना—

शो घ.	भा. शो. घ.	भा शो. घ
७ ७	३ ० ८	७ ७ ६
घ . . . ४ ^३ =	६ ४	
भा.. .. ४ ^२ × ३	= ४८) १३३ (२	
	९६	
शो . २ ^३ × ३ × ४ .	३७०	
	= ४८	
घ.....२ ^२	३२२८	
	= ८	
भा . . ४२ ^२ × ३	= ५२९२) ३२२०७ (६	
	३१७५२	
	४५५७	
शो . ६ ^२ × ३ × ४२.....	= ४५३६	
	२१६	
घ . . ६ ^३	= २१६	
	×	

∴ घनमूल = ४२६ ।

यह नियम उल्लेख नहीं करता कि कौन से अंक घनमूल की सरचना करते हैं । पर यह अर्थ किया जाता है कि क्रिया में घन किये गये अंकों को क्रम से बाँई ओर से दाहिनी ओर रखने सख्या (घनमूल) प्राप्त होती है ।

चतुःपयोभ्यमिन्द्राग्निश्चिह्नयेमस्तम्भोममभेक्षणस्य ।
 बद्वाष्टकर्मोत्पिस्सपातिभावद्विबह्विरज्जुनगास्य मूळम् ॥५७॥
 प्रत्याश्रयैःकुरितस्तवहृषत्रिमस्यस्य षड्द पनमूळम् ।
 नवचन्द्रमिन्द्रागुमुनिशक्तिस्त्रयम्बरस्त्रभुगस्यापि ॥५८॥
 गतिगजविपयेपुषिद्युस्वरात्रिस्त्रगतिभुगस्य भण मूळम् ।
 ऐक्याश्वनगनवाचसुरस्त्ररनयमीषचन्द्रमसाम् ॥५९॥
 गतिस्त्रापुरितेभाम्भोपितास्त्र्यम्भजास्तुष्टिद्वितिनवपदात्रैद्रव्यवहोनुचन्द्र-
 अक्षरपरभरभ्रेष्वष्टकानां घनानां गणक गणितवक्ष्याप्तस्व मूळं परीक्ष्य ॥६०॥

इति परिकर्मविधौ षष्ठे घनमूलं समाप्तम् ।

सकलितम्

सप्तमे सकलितपरिकर्मणि करणसूत्रं यथा—

रूपेभ्योनां गणको दत्तकृत् प्रथयद्याद्वितो मित्र । प्रसवेण पदाम्यस्त संकलितं भवति सर्वेषाम् ॥६१॥
 प्रकरणान्तरेण घनानयनसूत्रम्—

एकविंशतीनां गणक प्रथयगुणोद्विगुणितादिसयुक्त । गणकाम्यस्तो विद्वतः प्रसवेस्सर्वत्र सकलितम् ॥६२॥

१ यह श्लोक ३३ में समाप्त है ।

२० ८०२५३३३ और ७९३२९४ ४८८ क घनमूल प्राप्त करो ॥५७॥ ७०३ ८००९ और २९ ९१०११५
 के भी घनमूल निकालो ॥५८॥ २४२००१५५८४ और १६२६३०९००६ के घनमूल निकालो ॥५९॥
 है गणक ! यदि तुम गणित में कुशल हो तो ८५९ ११३९९४५९४८८९४ चरराशि का घनमूल परीक्षा
 से निकालकर बतलाओ ॥६०॥

इस प्रकार परिकर्म व्यवहार में घनमूल नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

सकलित [भेदियों का सकलन]

परिकर्म क्रियाओं में सप्तम सकलित क्रिया सम्बन्धी निम्न विमल्लिखित है—

प्रेडि के पदों की संख्या को एक द्वारा बढ़ाया जाता है और तब प्राप्त एक को भाग्य कर प्रथम द्वारा गुणित किया जाता है । इसे जब प्रेडि के प्रथम पद के साथ निष्कलन पदों की संख्या से गणित करत है ता समान्तर प्रेडि के समस्त पदों का योग प्राप्त होता है ॥६१॥

दूसरी तरह से प्रेडि का योग प्राप्त करने का नियम—

प्रेडि के पदों की संख्या को एक द्वारा हासित कर प्रथम द्वारा गुणित करते हैं । प्राप्त एक में प्रेडि के प्रथम पद की दुगुनी राशि मिलात है और जब इस योग को प्रेडि के पदों की संख्या से गणित कर दो से भाजित करत है तो सर्वत्र प्रेडि का योग उत्पन्न होता है ॥६२॥

(६१) यह नियम बीजीयरूप से निम्नलिखित रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है—

$$\left(\frac{n-1}{2}n + 1 \right) n = n$$
 जहाँ n प्रथम पद है n प्रत्यय है, n पदों की संख्या है और n समस्त प्रेडि का योग है ।

(६२) इसी तरह $\left\{ \frac{(n-1)n + 2n}{2} \right\} n = n$ होता है ।

आद्युत्तरसर्वधनानयनसूत्रम्—

पदहतमुखमादिधनं व्येकपदार्थप्रचयगुणो गच्छ. ।

उत्तरधनं तयोर्योगो धनमूनोत्तरं मुखेऽन्त्यधने ॥६३॥

अन्त्यधनमध्यधनसर्वधनानयनसूत्रम्—

चैयगुणितैकोनपदं साद्यन्त्यधनं तदादियोगार्थम् । मध्यधनं तत्पदवधमुद्दिष्टं सर्वसंकलितम् ॥६४॥

१ M तदूना सैक (व ?) पदासा युतिः प्रभावः । २ यह श्लोक M में छूट गया है ।

आदिधन, उत्तरधन और सर्वधन निकालने का नियम—

प्रथम पद में श्रेढि के पदों की सख्या का गुणन करने से प्राप्त राशि आदिधन कहलाती है । प्रचय द्वारा गुणित श्रेढि के पदों की सख्या तथा एक कम पदों की सख्या की आधी राशि का गुणनफल उत्तर धन कहलाता है । इन दोनों का योग सर्वधन अर्थात् समस्त श्रेढि के पदों का योग होता है । वही ऐसी श्रेढि के योग के तुल्य भी होता है जो श्रेढि के पदों का क्रम उलट दिया जाने से प्राप्त होती है, जहा अंतिम पद प्रथम पद हो जाता है तथा प्रचय ऋणात्मक हो जाता है ॥६३॥

अन्त्यधन, मध्यधन तथा सर्वधन निकालने की विधि—

श्रेढि के पदों की सख्या एक द्वारा हासित की जाती है और प्राप्त संख्या प्रचय द्वारा गुणित की जाती है । तब इसे प्रथम पद में जोड़ने पर अन्त्यधन प्राप्त होता है । अन्त्यधन और प्रथम पद के योग की आधी राशि मध्यधन कहलाती है । इस मध्यधन और श्रेढि के पदों की सख्या का गुणनफल, श्रेढि के समस्त पदों का योग होता है ॥६४॥

(६३-६४) इन नियमों में समान्तर श्रेढि का प्रत्येक पद, प्रथम पद में प्रचय का गुणक जोड़ने पर प्राप्त हुआ माना जाता है । इस गुणक का मान श्रेढि में पद विशेष की स्थिति पर निर्भर रहता है । इस अवधारणा के अनुसार हमें श्रेढि के प्रत्येक पद में प्रथम पद के साथ-साथ प्रचय का गुणक भी निकालना पड़ता है । इस तरह प्राप्त प्रथम पदों के योग को आदिधन कहते हैं । प्रचय के ऐसे गुणकों के योग को उत्तरधन कहते हैं । सर्वधन जो कि इन दोनों का योग होता है, श्रेढि का भी योग होता है । अन्त्यधन, समान्तर श्रेढि का अंतिम पद होता है । मध्यधन का अर्थ मध्यपद होता है जो इस श्रेढि के प्रथम पद और अंतिम पद का समान्तर-मध्यक (arithmetical mean) होता है । इस तरह, जब श्रेढि में $(२n + १)$ पद होते हैं तब $(n + १)$ वॉ पद मध्यधन कहलाता है । परंतु, जब $२n$ पद होते हैं, तो (n) वें और $(n + १)$ वे पद के समान्तर-मध्यक के तुल्य मध्यधन होता है । इस तरह, (१) आदिधन = $n \times अ$, (२) उत्तरधन = $\frac{n-१}{२} \times n \times ब$, (३) अन्त्यधन = $(n-१) \times ब + अ$,

$$(४) \text{ मध्यधन} = \frac{\{(n-१)ब + अ\} + अ}{२}, (५) \text{ सर्वधन} = (१) + (२) = (n+अ) + \left(\frac{n-१}{२} \times n \times ब\right),$$

$$\text{अथवा, सर्वधन} = (४) \times n = n \times \frac{\{(n-१) ब + अ\} + अ}{२} \text{ होता है ।}$$

आगे यह बिलकुल स्पष्ट है कि ऋणात्मक प्रचय वाली समान्तर श्रेढि घनात्मक प्रचय वाली समान्तर श्रेढि में बदल जाती है जब कि पदों का क्रम पूरी तरह उल्टाया जाता है जिससे प्रथम पद अंतिम पद हो जाता है ।

अत्रोद्देशकः

आदिद्वौ प्रचयोऽष्टौ द्वौरूपेणा त्रयात्कमाद्द्वौ ।

साद्वौ रसाद्रिनेत्र खेन्दुहरा वित्तमत्र को गच्छ ॥७१॥

आदि पञ्च चयोऽष्टौ गुणरत्नाग्निधनमत्र को गच्छः ।

पट् प्रभवश्च चयोऽष्टौ खद्विचतुः स्वं पद किं स्यात् ॥७२॥

उत्तराद्यानयनसूत्रम्—

आदिधनोनं गणित पदोनपदकृतिदलेन सभजितम् । प्रचयस्तद्धनहीन गणितं पदभाजित प्रभवः ॥७३॥

आद्युत्तरानयनसूत्रम्—

प्रभवो गच्छाप्राधनं विगतैकपदार्धगुणितचयहीनम् । पदद्वतधनमाद्यूनं निरेकपददलहतं प्रचयः ॥७४॥

प्रकारान्तरेणोत्तराद्यानयनसूत्रम्—

द्विहत संकलितवनं गच्छहृतं द्विगुणितादिना रहितम् ।

विगतैकपद्विभक्त प्रचय स्यादिति विजानीहि ॥७५॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

प्रथम पद २ है, प्रचय ८ है, इन दोनों को उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ाते जाते हैं जिससे ३ श्रेणियाँ बन जाती हैं । इन तीन श्रेणियों के योग क्रमशः ९०, २७६ और १११० हैं । प्रत्येक श्रेणिके पदों की संख्या क्या है ? ॥७६॥ प्रथम पद ५ है, प्रचय ८ है, श्रेणिके योग ३३३ है । पदों की संख्या क्या है ? अन्य श्रेणिके प्रथमपद ६ है, प्रचय ८ है और योग ४२० है । पदों की संख्या क्या है ? ॥७७॥

प्रचय और प्रथम पद को निकालने का नियम—

श्रेणिके योग आदिधन द्वारा हासित किया जाता है, और इसे, पदों की संख्या द्वारा हासित पदों की संख्या के वर्ग द्वारा निरूपित राशि की आधी राशि द्वारा विभाजित करने पर प्रचय प्राप्त होता है ।

श्रेणिके योग को उत्तरधन द्वारा हासित करने पर प्राप्त फल को पदों की संख्या द्वारा विभाजित करने पर श्रेणिके प्रथम पद प्राप्त होता है ॥७३॥

प्रथम पद और प्रचय प्राप्त करने का नियम—

श्रेणिके पदों की संख्या द्वारा भाजित श्रेणिके योग, जब प्रचय और एक कम पदों की संख्या की आधी राशि के गुणनफल द्वारा हासित कर दिया जाता है तो श्रेणिके प्रथम पद प्राप्त होता है । योग को, पदों की संख्या से भाजित कर प्रथम पद द्वारा हासित करते हैं । प्राप्तफल को एक कम पदों की संख्या की आधी राशि द्वारा विभाजित करने पर प्रचय प्राप्त होता है ॥७४॥

प्रचय और प्रथम राशि को अन्य विधि द्वारा निकालने के दो नियमः—

श्रेणिके योग को २ से गुणित कर और पदों की संख्या से विभाजित कर प्रथम पद की दुगुनी राशि से हासित करते हैं । प्राप्तफल को एक कम पदों की संख्या की आधी राशि द्वारा विभाजित करने पर प्रचय प्राप्त होता है ॥७५॥ श्रेणिके योग की दुगुनी राशि को पदों की संख्या से विभाजित कर

(७३) आदि-धन और उत्तरधन के लिये इस अध्याय के ६३ और ६४ वें सूत्र की पाद टिप्पणी देखिये । इस सूत्र को प्रतीक रूपसे प्रदर्शित करने पर वह निम्नरूप में साधित होता है—

$$b = \frac{y - n a}{(n^2 - n)/2} \quad \text{और} \quad a = \frac{y - \frac{n(n-1)}{2} b}{n}$$

(७४) बीजीय रूप से : $a = \frac{y}{n} - \frac{n-1}{2} b$, और $b = \frac{(y/n) - a}{(n-1)/2}$

(७५) प्रतीक रूप से : $b = \frac{(2y/n) - 2a}{n-1}$

द्विगुणितमन्त्रकक्षिपनं गच्छद्वयं रूपरहितगच्छेन । राहितवचयेन रहितं द्वयेन संभावितं प्रमथ ॥७९॥

अत्रोद्देशकः

नववदनं तत्त्वपर्यं भावाधिकशतभनं क्रियाप्रथमम् ।

पञ्च चयोऽष्ट पर्यं वदपञ्चाशच्छतभनं सूक्तं कथय ॥७९॥

स्वेषाद्युत्तरगच्छानपनसूत्रम्—

संकक्षिते स्नेष्टहते हारो गच्छोऽत्र छव्य इद्योने । अन्वितभावि स्नेये द्व्येकपदार्थोद्भूते प्रथम ॥७९॥

अत्रोद्देशकः

पत्वारिंशत्सहिवा पञ्चदशती गणितसत्र संष्टम् । गच्छप्रथमप्रमथान् गणितक्षिरोमणे कथय ॥७९॥

आद्युत्तरगच्छ सर्वमिभनविश्लेषणे सूत्रत्रयम्—

उत्तरमनेन रहितं गच्छेनैकेन संयुतेन द्वयम् । मिभनं प्रमथ स्यादिति गणकक्षिरोमणे विशि ॥८०॥

१. ३५ विगल्य तले ममाचक्ष ।

एक कम पदों की संख्या की आधी राशि द्वारा हासित करते हैं । प्राप्तकक्ष को प्रथम पद प्राप्त होता है ॥७९॥

उदाहरणार्थ प्रथम

प्रथम पद ९ है पदों की संख्या ७ है और श्रेणि का योग १ ५ है । प्रथम का मात्र क्या है ?

कक्ष श्रेणि का प्रथम ५ है पदों की संख्या ८ है और योग १ ५९ है । क्याकाओ प्रथम पद क्या है ? ॥७९॥

कक्ष योग दिया गया हो तो इच्छासुसार प्रथम पद प्रथम और पदों की संख्या निकालने का नियम—

कक्ष योग को किसी जुनी हुई संख्या द्वारा विभाजित करते हैं तो मात्रक श्रेणि क पदों की संख्या बन जाता है । कक्ष इस मात्रकको को किसी फिर से जुनी हुई संख्या द्वारा हासित करते हैं तो वह पदों की संख्या श्रेणि का प्रथम पद बन जाती है । बदले के बाद प्राप्त कक्ष कक्ष एक कम पदों की संख्या की आधी राशि द्वारा विभाजित किया जाता है तो प्रथम उत्पन्न होता है ॥७८॥

उदाहरणार्थ प्रथम

इस प्रथम में योग ५७ है । है गणितकों के क्षिरोमणि ! पदकाओ कि पदों की संख्या प्रथम और प्रथम पद क्या होगे ? ॥७९॥

प्रथम पद से संयुक्त कक्षका प्रथम कक्षका पदों की संख्या से कक्षका इन सभी से संयुक्त समांतर श्रेणि के योग को विभलेषित करने के लिये तीन नियम—

है मात्रक क्षिरोमणि । मिभनन को उत्तर कक्ष से हासित कर एक अधिक पदों की संख्या द्वारा विभाजित किया जाता है तो प्रथम पद प्राप्त होता है—ऐसा समझो ॥८॥ मिभनन को

(७९) बीबीन रूप से : $bx = \frac{(२ ५/n) - (n - १)}{१}$

(७८) प्रतीक रूप से, इस प्रथम से कक्ष व दिया गया होता है और व तथा न को किसी भी तरह चुनना होता है तब व का मूल निकालना पड़ता है । हतकिये लिये गये व के लिये व क क्षित्वे हो मान हा लयने हैं जो म और न के चुने जाने पर निर्भर हो । कक्ष व और न चुन किये जान हैं ती व को निश्चयन के लिये नहीं किया गया नियम सूत्र ७९ से मिलता है ।

आदिधनोनं मिश्रं रूपोनपदार्धगुणितगच्छेन । सैकेन हृतं प्रचयो गच्छविधानात्पदं मुखे सैके ॥८१॥
मिश्रादपनीतेष्टौ मुखगच्छौ प्रचयमिश्रविधिलब्धः । यो राशिः स चयः स्यात्करणमिदं सर्वसंयोगे ॥८२॥

अत्रोद्देशकः

द्वित्रिकपञ्चदशाग्रा चत्वारिंशन्मुखादिमिश्रधनम् । तत्र प्रभवं प्रचयं गच्छं सर्वं च मे ब्रूहि ॥८३॥

१ M पदोनपदकृतिदलेन सैकेन । भक्त प्रचयोऽत्र पदं गच्छविधानान्मुखे सैके ॥

आदिधन से हासित कर और तब पदों की संख्या तथा एक कम पदों की संख्या की आधी राशि के गुणनफल में एक जोड़कर प्राप्त हुई राशि द्वारा विभाजित करते हैं तो प्रचय प्राप्त होता है । मिश्रधन में से पदों की संख्या विपाटित (भङ्ग) करने में पदों की संख्या को प्राप्त करने का नियम ही प्रयुक्त करते हैं, जब कि सब पदों को संवादरूप से (correspondingly) बढ़ाने के लिये प्रथम पद को एक द्वारा बढ़ा हुआ मान लिया जाय ॥८१॥ मिश्रधन को विश्लेषित करने की विधि इस प्रकार है— मिश्रधन को मन से चुने हुए प्रथम पद और पदों की संख्या द्वारा हासित करते हैं और तब उत्तर-मिश्रधन को भङ्ग करने वाले नियम को इस अंतर में प्रयुक्त करने पर प्रचय प्राप्त होता है ॥८२॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

४० में क्रमश २, ३, ५ और १० जोड़कर आदि मिश्रधन और अन्य मिश्रधन बनाते हैं । मुखे बतलाओ कि इन दशाओं में प्रथम पद, प्रचय, पदों की संख्या और कुल तीनों, क्रमश क्या-क्या होंगे ? ॥८३॥

(दृष्ट) ज्ञात योग से दी हुई समान्तर श्रेढि का प्रथम पद और प्रचय, द्वितीय श्रेढि के प्रथम पद और प्रचय, जहाँ मन से चुना हुआ योग दी हुई श्रेढि के ज्ञात योग का दुगुना, तिगुना, आधा, तिहाई अथवा इसी तरह का गुणक अथवा भिन्नीय रूप है, निम्नलिखित नियम से प्राप्त करते हैं—

(८०-८२) मिश्रधन का अर्थ मिला हुआ योग होता है । जब प्रथम पद अथवा प्रचय अथवा पदों की संख्या अथवा इन सब तीनों को समान्तर श्रेढि के योग में जोड़ते हैं तब मिश्रधन प्राप्त होता है । इस तरह, यहाँ चार प्रकार के मिश्रधन का कथन किया है और वे क्रमशः आदि मिश्रधन, उत्तर मिश्रधन, गच्छ मिश्रधन और सर्व मिश्रधन हैं । आदिधन और उत्तरधन के लिये सूत्र ६३ और ६४ की पाद टिप्पणी

देखिये । बीजीय रूप से सूत्र ८० इस तरह साधित होता है—
$$अ = \frac{य' - \frac{(न)(न-१)}{२} ब}{न+१}$$
 जहाँ 'य'

आदि मिश्रधन है, अर्थात् $य + अ$ है । सूत्र ८१ में $ब = \frac{य' - नअ}{\{न(न-१)/२\} + १}$ है जहाँ 'य'' उत्तर

मिश्रधन है अर्थात् $य + ब$ है । आगे, जब गच्छ मिश्रधन $य'''$ अर्थात् $य + न$ होता है तो न का मान निकाला जा सकता है, क्योंकि, $य = अ + (अ + ब) + (अ + २ ब) + \dots$ न पदों तक,

और $य''' = (अ + १) + (अ + १ + ब) + (अ + १ + २ ब) + \dots$ न पदों तक, होता है ।

चूँकि सूत्र ८२ में, अ और न का मान किसी भी तरह चुन सकते हैं, अ, न और ब का मान अथवा सर्व मिश्रधन $य''''$ (जो $य + अ + न + ब$ के तुल्य होता है) निकालने का प्रश्न 'य'' के किसी दिये गये मान से ब का मान निकालने के समान हो जाता है ।]

(८३) प्रतीक रूप से प्रश्न यह है : (१) अ का मान निकालो जब $य' = ४२$, $ब = ३$, $न = ५$ हो । (२) ब का मान निकालो जब कि $य'' = ४३$, $अ = २$ और $न = ५$ हो । (३) न का मान बतलाओ जब कि $य + न = ४५$ $अ = २$ और $ब = ३$ हो । (४) अ, ब और न का मान निकालो जब कि $य + अ + ब + न = ५०$ हो ।

दृष्टयनाद्युत्तरतो द्विगुणत्रिगुणद्विभागत्रिभागादीष्टघनाद्युत्तरानयन्सूत्रम्—
 दृष्टयिमत्केष्टघनं द्विष्टं सप्तप्रथयताद्विष्टं प्रथय । तत्प्रथयद्युर्णं प्रथमो गुणभागस्येष्टधित्तय ॥८४॥

अत्रादेशक

समगाष्टस्यत्वारः पष्टिमुंलसुत्तरं ततो द्विगुणम् । तद्द्विधादि हवविभक्तप्रखेष्टस्याद्युत्तरे ऋदि ॥८५॥

इष्टयाष्टयोर्व्यस्ताद्युत्तरमसषनद्विगुणत्रिगुणद्विभागत्रिभागादिघनानयन्सूत्रम्—

ध्येकात्महतो गण्डः स्वैष्टो द्विगुणितान्यपवहीन ।
 सुलमात्मीनान्यकृतिद्विकेष्टपदघातवर्जिता प्रथय ॥८६॥

१ अ गुणमागाधवरेच्छायाः । २ अ गुण^० ।

सरकटा के द्विये पुने हुए योग को शत योग द्वारा विभाजित कर दो स्थानों में रखते हैं । इस सज्जकक को जब शत प्रथय द्वारा गुणित करते हैं तो इष्ट प्रथय प्राप्त होता है । वही सज्जकक जब शत प्रथय पद से गुणित किया जाता है तो बाधा हुआ प्रथय पद उस श्रेष्ठि का प्राप्त होता है किस्का कि योग शत श्रेष्ठि के योग का या तो अद्वयत्वं अथवा मिश्रात्मक अंश (भाग) होता है ॥८५॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

१ शत प्रथय पद है शत प्रथय उससे दुगुना है और पदों की संख्या (शत ही हुई श्रेष्ठि में तथा इष्ट समस्त श्रेष्ठियों में) ७ है । शत योग को २ से भाग्य हमें बाकी संख्याओं द्वारा गुणित अथवा भाजित करने पर प्राप्त हुए पाणों बाकी श्रेष्ठियों के प्रथम पद और प्रथय निकलते ॥८५॥

जिनके पदों की संख्या मूल से पुनी आती है ऐसी दो श्रेष्ठियों के पारस्परिक विनिमित्त प्रथम पद और प्रथय तथा उन श्रेष्ठियों के योगों (जो बराबर हो अथवा जिनमें से एक दूसरे का दुगुना त्रिगुना अथवा तिहाई अथवा पैमा ही कोई अथवाय या भाग रूप हो) को निकालने का नियम—

किमी एक श्रेष्ठि के पदों की संख्या दत्त स गुणित होकर तथा एक द्वारा भाजित होकर और फिर पुन हुए (दो श्रेष्ठियों के योग के) अनुपात द्वारा गुणित होकर और तब दूसरी श्रेष्ठि के पदों की संख्या की दुगुनी राशि द्वारा भाजित होकर कोई एक श्रेष्ठि क (परस्पर पदरूपे योग) प्रथम पद को प्राप्त होती है । दूसरी श्रेष्ठि क पदों की संख्या की बगलगी पदों की संख्या द्वारा ही स्वतः भाजित होकर और तब पुनी हुई निर्यात द्वारा तथा प्रथम श्रेष्ठि के पद की संख्या के गुणनपद की दुगुनी राशि द्वारा भाजित होकर उक्त श्रेष्ठि क परस्पर पदरूपे योग प्रथय को उत्पन्न करती है ॥८६॥

(८४) प्रतीक रूप में $a_1 = \frac{y_1}{y}$ अ $a_2 = \frac{y_2}{y}$ प; जहाँ y_1, a_1, y_2 ऐसी श्रेष्ठि के क्रमशः शत, प्रथम पद और प्रथय हैं जिनका योग पुन लिय जाता है । यदि a_1 श्रेष्ठियों या बाका रिया गया हो, तो a_1 प्रथम पदों की निर्यात (ratio) और a_1 प्रथयों या अनुपात $\frac{y_1}{y}$ ही सर्वथा नहीं रहता । वहाँ का इत (पद) है व हुए निमित्त तथाओं से प्रयुक्त होता है ।

(८६) प्रतीक रूप में $a = n(n-1) \times p - 2n$, और $b = (n_1)^2 - n_1 - 2pn$; जहाँ, a व और n क्रमशः प्रथम पद प्रथय और श्रेष्ठि क पदों की संख्या हैं; n_1 श्रेष्ठियों के पदों की संख्या है और p या पाणों की निर्यात है । a और b इन तरह निष्पादन क बाद दूसरी श्रेष्ठि क प्रथम पद और प्रथय क्रमशः b और a होत ।

अत्रोद्देशकः

पञ्चाष्टगच्छपुंसोर्व्यस्तप्रभवोत्तरे समानधनम् ।

द्वित्रिगुणादिधनं वा ब्रूहि त्व गणक विगणय्य ॥८७॥

द्वादशषोडशपदयोर्व्यस्तप्रभवोत्तरे समानधनम् ।

व्यादिगुणभागधनमपि कथय त्व^१ गणितशास्त्रज्ञ ॥८८॥

असमानोत्तरसमगच्छसमधनस्याद्युत्तरानयनसूत्रम्—

अधिकचयस्यैकादिश्चाधिकचयशेषचयविशेषो गुणितः ।

विगतैकपदार्धेन सरूपश्च मुखानि मित्र शेषचयानाम् ॥८९॥

अत्रोद्देशकः

एकादिषडन्तचयानामेकत्रितयपञ्चसप्तचयानाम् ।

नवनवगच्छानां समवित्तानां चाशु वद मुखानि सखे ॥९०॥

१ M गणकमुखतिलक ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

दो मनुष्यों के धन क्रमशः दो समान्तर श्रेढियों के योग से ज्ञात होते हैं । श्रेढियों-सम्बन्धी पदों की सख्या ५ और ८ है । दोनों श्रेढियों के प्रथम पद और प्रचय परस्पर बदलने योग्य हैं । श्रेढियों के योग बराबर है अथवा उनमें से एक का योग दूसरे का दुगुना, तिगुना, आधा अथवा ऐसा ही कोई अपवर्त्य है । हे गणितवेत्ता, शुद्ध गणना के पश्चात् बतलाओ कि इन योगों के तथा परस्पर बदलने योग्य प्रथमपद और प्रचय के मान क्या हैं ? ॥८७॥ दो समान्तर श्रेढियों के सम्बन्ध में, जिनके पदों की सख्या १२ और १६ है, प्रथमपद और प्रचय परस्पर बदलने योग्य है । श्रेढियों के योग बराबर है अथवा उनमें से एक का योग दुगुना अथवा कोई ऐसा ही अपवर्त्य अथवा भाग है । हे गणितशास्त्रज्ञ बतलाओ कि इन योगों के तथा परस्पर बदलने योग्य प्रथमपद और प्रचय के मान क्या होंगे ? ॥८८॥

असमान प्रचयो, समगच्छ और समयोग धनवाली समान्तर श्रेढियों के प्रथम पद प्राप्त करने का नियम—

जिसका प्रचय सबसे बड़ा है ऐसी श्रेढि का प्रथमपद एक ले लिया जाता है । इस सबसे बड़े प्रचय और शेष प्रचय के अन्तर को एक से हासित गच्छ की आधी राशि द्वारा गुणित करते हैं । जब इस गुणन-फल में एक मिलते हैं तो हे मित्र हमें शेष प्रचय वाली श्रेढियों के प्रथमपद प्राप्त होते हैं ॥८९॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

हे सखे ! बराबर योग वाली दो श्रेढियों के प्रथमपदों को बतलाओ जब कि उनमें से प्रत्येक में ९ गच्छ है तथा प्रचय क्रमशः १ से आरम्भ होकर ६ तक एक दशा में और १, ३, ५ और ७ दूसरी दशा में हो ॥९०॥

(८९) यहाँ दिया गया हल साधारण नियम की विशेष दशा है । $a_1 = \frac{n-1}{2} (b_1 - b) + a$,

जहाँ a और a_1 दो श्रेढियों प्रथमपद हैं, b और b_1 उनके सवादी प्रचय हैं । इस सूत्र (formula) में, जहाँ b , b_1 और n दिये गये हैं, a_1 का मान a के किसी मान को चुन लेने पर निकाला जा सकता है । इस नियम में a का मान १ लिया गया है ।

विमट्टादिमट्टात्ताच्छममधनानामुत्तरानयनसूत्रम्—
अधिकमुगम्यैरुपयम्नाधिकमुगशेषमुगयिदोषो भक्तः ।
विगतैरुपदायेन मरूपम् नया भवन्ति शेषमुगानाम् ॥९१॥

अत्रादिशुक्र

एकत्रिंशत्प्रथमत्रयैकादशवदनपञ्चदशदानाम् ।
गमवित्तानां कयपात्तराणि गतिज्ञाप्तिवारहम्बन् गणक ॥९॥

अथ गुणयनगुणमंजुलिपनया सूत्रम्—
पद्मिनगुणहतिगुणितप्रभक्त स्याद्गुणयने वदाहृतम् ।
पठानगुणविभक्तं गुणमंजुलिं विजानीयाम् ॥९३॥

येही समान्तर भेदियों के प्रथमों को निष्क्रमक का नियम जिनमें प्रथम पद विमट्टा पर्दा की
गणना करता और बाग बताकर ही—

त्रियका प्रथमपद गणना वदा हा उम भेदिका प्रथम एक संत है । इस गणना वद प्रथम
पद और तब भेदियों में तब प्रत्येक के प्रथमपद के अन्तर का एक कम पदों की संख्या की आधी
तमि द्वारा विभाजित करत है और इस प्रकार प्रत्येक गुण में प्राप्त भजकत्व में एक मिलता है ।
इस तरह निम्न भिन्न तब भेदियों के प्रथमों को प्राप्त करत है ॥९३॥

उदाहरणभ प्रभ

८ गणितकारी गणुद् के दूरर विचार का द्वाग करत बाह गणक । उन गण बताकर पायावाली
भेदियों के प्रथमों का निष्क्रमक नियम प्रथमपद १३५७९ और ११ ही तथा पदों की संख्या
(प्रत्येक में) ५ हा ॥ ९३

गुणयन और गुणयन भेदिका का पाग विचारक का विधि—

गुणयन भेदिका के प्रथमपद का अब यही बारबार गणना से गुणित साधारण नियमित द्वारा गुणित
बात है अर्थात् इस गुणयन में भेदिका के पदों की संख्या द्वारा साधारण नियमित की बारबारता
(१३५७९) का आग आता है तब गुणयन प्राप्त होता है । वह गुणयन जब प्रथमपद द्वारा
द्विगुण विचार आता है तथा एक कम साधारण नियमित द्वारा विभाजित विचार आता है तब गुणयन भेदिका
का पाग प्राप्त होता है ॥९३॥

। इस तरह म साधारण दूर (१३५७९) वद है । व = $\frac{2-2}{(n-1)}$ + व वहाँ (१३५७९) का

साथ इस उदा में मिलता है ।

। १३५७९ का गुणयन ५ का गुणयन (५ + १) ये वद व दूर होता है जबकि १३५७९ का
गुणयन १३५७९ का गुणयन ही वहाँ (१३५७९) न गुणन लरी तब $\times ५$ अर्थात्
६७५३५ है वही (१३५७९) का गुणयन ही है । इसकी लम्बा गुणयन १३५७९ है ।

१३५७९ का गुणयन ही वद है—

१३५७९ का गुणयन ही वद है । गुणयन ही वद है ५ + १ पदों का गुणयन है ।

गुणसंकलिते अन्यदपि सूत्रम्—

समदलविषमस्वरूपो गुणगुणितो वर्गताडितो गच्छ ।
रूपोन. प्रभवघ्नो व्येकोत्तरभाजित. सारम् ॥९४॥

गुणोत्तर श्रेढि का योग निकालने का अन्य नियम—

एक अलग स्तम्भ मे श्रेढि के पदो की संख्या को शून्य और एक द्वारा क्रमश दर्शाया जाता है । जब संख्या का मान युग्म (even) हो तो उसे आधा किया जाता है और मान अयुग्म (odd) हो तो उससे से एक घटा कर प्राप्त फल को आधा किया जाता है—यह तब तक किया जाता है जब तक कि शून्य प्राप्त नहीं होता । तब यह निरूपित श्रेढि जो शून्य और एक द्वारा बनी हुई होती है, क्रम से अंतिम 'एक' से प्रयोग में लायी जाती है । वहाँ जहाँ एक प्ररूपक होता है साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित वह एक पुन साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित किया जाता है, और जहाँ शून्य प्ररूपक होता है वहाँ भी गुणित किया जाता है ताकि वर्ग प्राप्त हो । जब यह फल एक द्वारा हासित होकर, प्रथम-पद द्वारा पुन गुणित किया जाता है और एक कम साधारण निष्पत्ति द्वारा विभाजित किया जाता है तब वह श्रेढि के योग को उत्पन्न करता है ॥९४॥

(९४) यह नियम पिछले नियम से केवल इसलिये भिन्न है कि इसमें वर्ग और सरल गुणन की

विधियों को उपयोग में लाकर (r^n) को नई रीति से निकाला गया है । निम्नलिखित उदाहरण द्वारा रीति स्पष्ट हो जावेगी—

मान लो r^n में n का मान १२ है । ($n = १२$)

१२ युग्म राशि है, इसलिये इसे २ के द्वारा विभाजित करते हैं और ० द्वारा प्रदर्शित करते हैं ।

$१२ \div २ = ६$ भी युग्म राशि है, " २ के " " " " " " " " " " ।

$६ \div २ = ३$ अयुग्म राशि है, इसलिये इसमें से १ घटाते हैं और १ " " " " " " ।

$३ - १ = २$ युग्म राशि है, इसलिये इसे २ द्वारा विभाजित करते हैं और ० " " " " " " ।

$२ \div २ = १$ अयुग्म राशि है, इसलिये इसमें से एक घटाते हैं और १ " " " " " " ।

$१ - १ = ०$, जो क्रिया के इस भाग को समाप्त करती है ।

० अब, निरूपक स्तम्भ में (जिसमें अङ्क उपर्युक्त विधि द्वारा निकालते हैं) अंतिम

० एक को २ द्वारा गुणित करते हैं, जिससे २ प्राप्त होता है, क्योंकि इस अंतिम एक

१ में ० उसके ऊपर है, २ को ऊपर की तरह प्राप्त कर वर्गित करते हैं जिससे $२^२$ प्राप्त होता

० है, क्योंकि इस ० के ऊपर १ है, $२^२$ जो प्राप्त होता है अब २ के द्वारा गुणित करने पर

१ $२^३$ देता है, चूँकि इस १ के ऊपर ० है, इस $२^३$ को वर्गित करते हैं जो $२^६$ देता है, और

चूँकि फिर से इस ० के ऊपर दूसरा शून्य है, इस $२^६$ को वर्गित करते हैं जो $२^{१२}$ देता है । इस तरह

२ का मान सरल वर्ग करने और गुणन करने की क्रियाओं द्वारा प्राप्त होता है । इस विधि का उपयोग

केवल r^n के मान को सरलता से प्राप्त करने हेतु होता है । और, यह सरलतापूर्वक देखा जाता है कि

यह रीति n की समस्त धनात्मक और अभिन्नात्मक (integral) अर्थात् (values) के लिये

प्रयुक्त की जा सकती है ।

गुणसकृद्विद्याभ्यधनानयने तत्सकृद्विधनानयने च सूत्रम्—

गुणसकृद्विद्याभ्यधनं विगतैरुपपत्स्य गुणधनं भवति । तद्गुणगुणं मुखोनं व्येकोत्तरमाञ्जितं सारम् ॥१५॥

गुणधनस्पोदाहरणम्—

स्वर्णद्वयं गृहीत्वा त्रिगुणधनं प्रविपुर संभारैवति । यं पुरयोऽष्टनगर्यां तस्य क्रियद्विचत्माचक्ष्व ॥१६॥

गुणधनस्याधुत्तरानयनसूत्रम्—

गुणधनमाविधिभक्तं अत्यधमितभधसमं स एव चय । गच्छप्रमगुणधातप्रहृतं गुणितं भवेत्प्रभव ॥१७॥

गुणधनस्य गच्छानयन सूत्रम्—

मुखमक्ते गुणधिते यथा निरप्रं तथा गुणेन हृते । याधत्योऽत्र षाळाकास्तावान् गच्छो गुणधनस्य ॥१८॥

१ ३३ समर्थयति ।

गुणोत्तर भेदि के अंतिम पद तथा योग को निकालने का नियम—

गुणोत्तर भेदि का अंतिम पद भवता अन्त्यधन (जिसमें पदों की संख्या एक कम होती है वही) दूसरी भेदि का गुणधन होता है । यह अन्त्यधन साधारण नियति द्वारा गुणित किया जाये पर प्रथमपद द्वारा ह्रासित किया जाता है तथा एक कम साधारण नियति द्वारा विभाजित किया जाता है तो भेदि का योग प्राप्त होता है ॥१५॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी नगर में २ स्वर्ण मुद्राएँ प्राप्त कर एक मनुष्य एक नगर से दूसरे नगर को जाता है और प्रत्येक स्थान में पिछले स्वर्णों से प्राप्त मुद्राओं से विगुनी मुद्राएँ प्राप्त करता है । बतलाओ कि अन्त में नगर में उसे कितनी मुद्राएँ मिलेंगी ? ॥१६॥

किसी विद्ये गये गुणधन सम्बन्धी प्रथमपद और साधारण नियति निकालने का नियम—

गुणधन जब प्रथमपद द्वारा विभाजित होता है तब वह ऐसी स्वगुणित राशि के गुणधन के गुणधन हो जाता है जिस गुणधन में कि वह राशि, पदों की संख्या की राशि बार (बारबार) प्रकृत होती है, और वह राशि चाही हुई साधारण नियति है । गुणधन जब साधारण नियति के बारबार गुणधन से प्राप्त गुणधन द्वारा विभाजित किया जाता है—(साधारण नियति के बारबार स्वगुणधन से प्राप्त ऐसा गुणधन जिसमें इस साधारण नियति का बारबार प्रकृत्यता पदों की संख्या द्वारा मापा जाता है) तब प्रथमपद प्राप्त होता है ॥१७॥

किसी गुणोत्तर भेदि में विद्ये गये गुणधन सम्बन्धी पदों की संख्या निकालने का नियम—

भेदि के गुणधन को प्रथमपद द्वारा विभाजित करो । तब इस प्रथमपद को साधारण नियति द्वारा बारबार तब तक विभाजित करो जब तक कि भाजनशून्य कुछ न बच रहे । ऐसे बारबार विद्ये गये भाग की संख्या का निरूपण करनेवाली संख्याओं की संख्या को भी हो वही विद्ये हुए गुणधन के सम्बन्ध में पदों की संख्या का मान होता है ॥१८॥

$$(१५) \text{ वीथीय रूप से, } y = \frac{अर^{n-1} \times r - अ}{r - 1}$$

अन्त्यधन, गुणोत्तर भेदि के अंतिम पद के मान के द्रव्य होता है; गुणधन के अर्थ और मान के लिये सूत्र १६ देखिये । न पदों वाली गुणोत्तर भेदि का अन्त्यधन अरⁿ⁻¹ के द्रव्य होता है, जब कि इसी भेदि का गुणधन अरⁿ होता है । इसी तरह n-1 पदों वाली गुणोत्तर भेदि का अन्त्यधन अरⁿ⁻¹ के द्रव्य होता है जब कि गुणधन अरⁿ होता है । यहाँ स्पष्ट है कि न पदों की भेदि का अन्त्यधन उतना ही होगा जितना की n-1 पदों वाली भेदि का गुणधन ।

(१७, १८) स्पष्ट है कि अरⁿ में अ का माग देने पर रⁿ प्राप्त होता है और यह र द्वारा

गुणसकलितोटाहरणम्—

दीनारपञ्चकादिद्विगुण धनमर्जयन्नरः कश्चित् । प्राविक्षदष्टनगरीः कति जातास्तस्य दीनाराः ॥९९॥
सप्तमुखत्रिगुणचयत्रिवर्गगच्छस्य किं धनवणिजः । त्रिकपञ्चकपञ्चदशप्रभवगुणोत्तरपदस्यापि ॥१००॥

गुणसकलितोत्तराद्यानयनसूत्रम्—

असकृद्व्येक मुखहृतवित्त येनोद्धृतं भवेत्स चयः ।

व्येकगुणगुणितगणित निरेकपदमात्रगुणवधाप्तं प्रभवः ॥१०१॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

एक मनुष्य नगर से नगर भ्रमण करते हुए गुणोत्तर श्रेढि में धन कमाता है जिसका प्रथमपद ५ दीनार और साधारण निष्पत्ति २ है । इस तरह उसने आठ नगरों में प्रवेश किया । बतलाओ उसके पास कितने दीनार हैं ? ॥९९॥ गुणोत्तर श्रेढि के योग द्वारा धन का माप किया जाता है । एक मनुष्य के पास गुणोत्तर श्रेढि वाला कितना धन होगा जब कि श्रेढि का प्रथमपद ७ है, साधारण निष्पत्ति ३ है और पदों की संख्या ९ है । पुन, जिसके प्रथमपद, साधारण निष्पत्ति और पदों की संख्या क्रमशः ३, ५, १५ हैं ऐसी गुणोत्तर श्रेढि वाला धन बतलाओ ॥१००॥

गुणोत्तर श्रेढि के दिये गये योग सम्बन्धी प्रथमपद और साधारण निष्पत्ति निकालने का नियम—

वह राशि जिसके द्वारा, श्रेढि के योग को प्रथम पद द्वारा विभाजित करने से प्राप्त हुई राशि को १ द्वारा हासित कर उत्पन्न हुई राशि में कथित भाजन सम्भव हो (जब कि समय समय पर सब उत्तरोत्तर भजनफलों में से एक घटाने के पश्चात् भाग देने की यह विधि की जाती हो) तो वह राशि साधारण निष्पत्ति है । वह योग, जो एक कम साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित होकर, और तब स्वतः में बारवार गुणित साधारण निष्पत्ति के (स्वगुणित साधारण निष्पत्ति का ऐसा गुणनफल जिसमें साधारण निष्पत्ति उतने बार प्रकट होती है जितनी कि पदों की संख्या रहती है) गुणनफल द्वारा विभाजित होकर और तब इस स्वतः में बारवार गुणित साधारण निष्पत्ति के गुणनफल को एक द्वारा हासित करने से प्राप्त राशि द्वारा विभाजित होकर प्रथमपद उत्पन्न करता है ॥१०१॥

न बार भाग देने योग्य है और 'न' ही श्रेढि के पदों की संख्या है । इसी तरह $२ \times २ \times २ \times \dots$ न पदों तक, २^n होता है, और गुणधन अर्थात् $अ^n$, इस २^n द्वारा विभाजित होकर $अ$ देता है जो कि श्रेढि का चाहा हुआ प्रथमपद है ।

(१०१) निम्नलिखित उदाहरण से नियम का प्रथमभाग स्पष्ट हो जावेगा—

श्रेढि का योग ४०९५ है, प्रथमपद ३ है, पदों की संख्या ६ है । यहाँ ४०९५ को ३ द्वारा भाजित करने पर हमें १३६५ प्राप्त होता है । अब, $१३६५ - १ = १३६४$ है । तब अन्वीक्षा द्वारा ४ चुनकर, $\frac{१३६४}{४} = ३४१$, $३४१ - १ = ३४०$, $\frac{३४०}{४} = ८५$, $८५ - १ = ८४$, $\frac{८४}{४} = २१$, $२१ - १ = २०$, $\frac{२०}{४} = ५$, $५ - १ = ४$, $\frac{४}{४} = १$ है । इसलिये ४ यहाँ साधारण निष्पत्ति है । निम्नलिखित से इस विधि-

का आधारभूत सिद्धान्त स्पष्ट हो जावेगा—

$$\frac{अ (२^n - १)}{२ - १} - अ = \frac{२^n - १}{२ - १}, \text{ और } \frac{२^n - १}{२ - १} - १ = \frac{२^n - २}{२ - १} \text{ जो कि स्पष्टतः २ के}$$

द्वारा भाज्य है । दूसरा भाग बीजीय रूप से इस तरह है—

$$अ = \frac{अ (२^n - १)}{२ - १} \times \frac{२ - १}{२^n - १}$$

अत्रोद्देशकः.

त्रिमुन्युगच्छयाणां क्लृप्तरत्ननिघणने क्रिया प्रथम ।
पद्मचयपद्मपदान्तरदादिहिमगुत्रिविधमत्र मुक्तं किम् ॥१००॥

गुणसंस्कृतिगच्छानयनसूत्रम्—
०कोनगुणाम्यस्तं प्रभवद्वर्त रूपसंयुतं विस्म । यायत्कृत्यो मर्त्तं गुणेन सद्धारसंमितिर्गच्छ ॥१०३॥

अत्रोद्देशकः

त्रिप्रमथं पदकगुणं सारं सप्तस्युपेतसप्तशती । सप्तायां भूदि सखे क्रियत्पद्ं गणक गुणनिपुण ॥१०४॥
पद्मादित्रिगुणोत्तरं अगिरिद्वयेकप्रमाणे घने सप्तादिं त्रिगुणे नगेमदुरित्वस्तम्बैरमनुप्रमे ।
त्रयाम्ये पद्मगुणाधिके हुतवर्द्धोपेन्द्राक्षपद्मिद्विपद्मेतांशुद्विरदमकर्मकरद्वयानेऽपि गच्छ क्रियान् ॥१०५॥
इति परिक्रमविधीं सप्तमं संकल्पितं समाप्तम् ॥

व्युत्कलितम्

अष्टमे व्युत्कलितपरिक्रमणि करणसूत्रं यथा—
मपदष्टं श्येकमपि श्येकं दक्षितं यथाइत्तं समुदात् । त्रेपेष्टगच्छगुणिनं व्युत्कलितं श्येष्टवित्तं च ॥१०६॥
१ अ व ।

उद्गहरणार्थं प्रश्न

यदि गुणात्तर भेदि में प्रथम पद् ३ है पदों की संख्या ६ है भार योग ४ १५ है तो उसकी माधारण निष्पत्ति बतलाओ । यदि माधारण निष्पत्ति ६ हो पदों की संख्या ५ हो और योग ३११ हो तो कौसी गुणात्तर भेदि का प्रथमपद् क्या है ? ॥१ १॥
गुणोत्तर भेदि क पदों की संख्या निकालन का नियम—
गुणात्तर भेदि क पाग को एक कम माधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित करो; तब इस गुणनफल को प्रथमपद् द्वारा भाजित करा और तब इस भजनफल में एक जोड़ो । यह परिणामी शक्ति साधारण निष्पत्ति द्वारा जिसकी बार उलशात्तर भाजित होगी वह संख्या भेदि के पदों की संख्या होगी ॥१ १॥

उद्गहरणार्थं प्रश्न

द गुमनिपुण गणक मित्र । मुझे बतलाओ कि त्रिम भेदि में प्रथमपद् ३ द माधारण निष्पत्ति ६ द और पाग ००० है उमक पदों की संख्या किसकी होगी ? ॥१ १॥ द द्व त्रिम भेदि में ५ प्रथमपद् है ३ माधारण निष्पत्ति ६ १२०५ पाग द भार उम भेदि में जिसका प्रथमपद् ७ है पाग ६०००० है और माधारण निष्पत्ति ३ द तथा उम भेदि में जिसका प्रथमपद् ३ है माधारण निष्पत्ति ५ है और पाग ६९००००३५९३ द—पदों की संख्या अलग-अलग निकालो ॥१ ५॥
इस प्रकार परिक्रम व्यवहार में संकल्पित नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

व्युत्कलित

परिक्रमे विधाभा में आरबी क्रिया व्युत्कलित सम्बन्धी नियम—
अदि क कुल पदों की संख्या का जुने हुए पदों की संख्या से मिला का भार अरबीं जुनी हुई पदों की संख्या अलग भ जो इन शक्तियों में स प्रत्येक का एक द्वारा हासित कर जायीं करा और तब प्रत्येक द्वारा गुणित करा और तब इन प्रत्येक परिणामी गुणनफलों में प्रथमपद् को काढ़ दो । प्राप्त परिणामी शक्तियों का उच्च क्रमताः उच्च पदों की संख्या तथा जुने हुए पदों की संख्या द्वारा गुणित कराते का क्रमता उच्च अदि का पाग और अदि क कुल हुए पाग का पाग प्राप्त होता है ॥१ १॥

उदा० की दृष्टि में आरभ्य ग पुनः उभा पदों पाग इत पाग बदलाता है और तब भ द से १-४ उदा० उ काय बद दार भ द बदलाती है । इन उ पदों का पाग ही व्युत्कलित कहलाता है ।

(१ १)
$$n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 1 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 1 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

 यहाँ n का पाग n^2 है ।

प्रकारान्तरेण व्युत्कलितधनस्वेष्टधनानयनसूत्रम्—

गच्छसहितेष्टमिष्ट चैकोन चयहृतं द्विहादियुतम् । शेषेष्टपदार्धगुण व्युत्कलितं स्वेष्टचित्तमपि ॥१०७॥

चयगुणभवव्युत्कलितधनानयने व्युत्कलितधनस्य शेषेष्टगच्छानयने च सूत्रम्—

इष्टधनोन गणितं व्यवकलित चयभवं गुणोत्थं च । सर्वेष्टगच्छशेषे शेषपद जायते तस्य ॥१०८॥

शेषगच्छस्याद्यानयनसूत्रम्—

प्रचयगुणितेष्टगच्छ. सादि प्रभव पदस्य शेषस्य । प्राक्तन एव चयः स्याद्गच्छस्येष्टस्य तावेव ॥१०९॥

१ M गणित ।

दूसरी रीति द्वारा शेष श्रेढि (व्युत्कलित) तथा दी गई श्रेढि के चुने हुए इष्ट भाग के योगफलों को प्राप्त करने का नियम—

श्रेढि के कुल पदों की सख्या को चुने हुए पदों की सख्या में मिला लो और अपनी चुनी हुई पदों की सख्या अलग से लो, इन राशियों में से प्रत्येक को एक द्वारा हासित करो और तब प्रचय द्वारा गुणित करो । इन परिणामी गुणनफलों में प्रथमपद की दुगुनी राशि जोड़ो । प्राप्त परिणामी राशियों को जब क्रमशः शेष पदों की सख्या की आधी राशि द्वारा और चुनी हुई पदों की सख्या की आधी राशि द्वारा गुणित करते हैं तब शेष श्रेढि का योग और श्रेढि के चुने हुए भाग का योग प्राप्त होता है ॥१०७॥

समान्तर और गुणोत्तर श्रेढि के शेष श्रेढि की योग तथा उसके शेष पदों की सख्या निकालने का नियम—

दी हुई श्रेढि का योग, श्रेढि के चुने हुए भाग द्वारा हासित होकर समान्तर तथा गुणोत्तर श्रेढि के शेष भाग के योग को उत्पन्न करता है । श्रेढि के कुल पदों की सख्या और चुनी हुई श्रेढि के पदों की संख्या का अन्तर शेष श्रेढि के पदों की सख्या होता है ॥१०८॥

शेष श्रेढि के पदों सम्बन्धी प्रथमपद निकालने का नियम—

चुनी हुई पदों की सख्या को प्रचय द्वारा गुणित करने और श्रेढि के प्रथमपद में मिलाने पर शेष श्रेढि के (शेष) पदों का प्रथमपद उत्पन्न होता है । उपर्युक्त प्रचय, शेष पदों का भी प्रचय होता है । चुने हुए भाग के पदों की सख्या सम्बन्धी प्रथमपद और प्रचय, दी हुई श्रेढि के प्रथमपद और प्रचय के तुल्य होते हैं ॥१०९॥

$$(१०७) \text{ फिर से, व्युत्कलित} = य_{व} = \left\{ (n + d - 1) b + 2 a \right\} \frac{n - d}{2}$$

$$\text{और इष्ट का योग} = य_{इ} = \left\{ (d - 1) b + 2 a \right\} \frac{d}{2}$$

(१०९) शेष श्रेढि का प्रथमपद = $d \times b + a$ है यह श्रेढि स्पष्टतः समान्तर श्रेढि है ।

गुणभ्युत्कृष्टितोषगच्छस्वाद्यानयनसूत्रम्—

गुणगुणितेऽपि चयावी तथैव भेदोऽयमत्रशेषपद ।
इत्थपदमितिगुणाहतिगुणितप्रमथो भवेद्वच्छम् ॥११०॥

अत्रोद्देशकः

त्रिगुणकचयो गच्छस्वतुर्दश स्वेप्सितं पदं सप्त । अष्टनवपदरूपञ्च च किं व्युत्कृष्टितं समाच्छम् ॥१११॥
पञ्चादिरष्टौ प्रचयोऽत्र पटकृति पदं दश द्वादश षोडशोप्सितम् ।
मुखादिरम्यस्य तु पञ्चपञ्चकं क्षतद्वयं त्रिंशत् क्षतं व्ययं कियाम् ॥११२॥
पञ्चनमानो गच्छ प्रचयोऽष्टौ त्रिगुणसप्तकं चच्छम् ।
सप्तत्रिंशत्क्षेप्टं पदं समाच्छन्व फलमुमयम् ॥११३॥
अष्टकृतिराविकृत्तरमूनं चत्वारि षोडशात्र पदम् । इष्टानि सप्तकेश्वरूपाकैपवानि किं शेषम् ॥११४॥

गुणोत्तर श्रेढि की शेष श्रेढि के (शेष) पदों की संख्या सम्बन्धी प्रथमपद दिखाकते का नियम—

गुणोत्तर श्रेढि के नियम में भी वही श्रेढि में तथा इष्ट भाग में साधारण निष्पत्ति तथा प्रथम पद समान होते हैं । परन्तु शेष श्रेढि के पदों का प्रथमपद भिन्न होता है । वही हुई श्रेढि का प्रथमपद ऐसे गुणनफल द्वारा गुणित होकर जो साधारण निष्पत्ति के स्वतः उतही बार गुणित होने से उत्पन्न होता है जिसकी बार कि जुने हुए पदों की संख्या होती है शेष श्रेढि के प्रथमपद को उत्पन्न करता है ०११ ०

उदाहरणार्थ प्रश्न

समान्तर श्रेढि की शेष श्रेढि के योग की गणना करो जब कि प्रथम पद २ हो प्रचय ३ हो और पदों की संख्या १४ हो तथा जुनी हुई पदों की संख्या क्रमशः ० ८ ९ ६ और ५ हो ०१११
समान्तर श्रेढि के सम्बन्ध में जहाँ प्रथमपद १ है प्रचय ८ है पदों की संख्या ३६ है और जुनी हुई पदों की संख्या क्रमशः १ १२ और १६ है । इसी तरह की दूसरी श्रेढि के प्रथमपद और प्रचय यदि क्रमशः ५ ५ २ और १ है । बतलाओ कि संघाती शेष श्रेढियों के योग क्या-क्या हैं ? ०११२
समान्तर श्रेढि के पदों की संख्या २१६ है; प्रचय ८ है प्रथमपद १४ है इष्ट भाग के पदों की संख्या ३० है । शेष श्रेढि और इष्ट श्रेढि (जुने हुए भाग) के योग क्या-क्या होंगे ? ०११३
समान्तर श्रेढि का प्रथमपद ६४ है प्रचय—४ (अर्ध बार) है तथा पदों की संख्या १६ है । बतलाओ कि इष्ट श्रेढि के योग क्या-क्या होंगे जब कि इष्ट भाग के पदों की संख्या क्रमशः ० ९ ११ और १६ हो ०११४

(११) शेष गुणोत्तर श्रेढि का प्रथमपद ५२० है ।

गुणव्युत्कलितस्योदाहरणम्—

चतुरादिद्विगुणात्मकोत्तरयुतो गच्छश्चतुर्णां कृतिर्
दश वाञ्छापदमङ्कसिन्धुरगिरिद्रव्येन्द्रियाम्भोधयः ।
कथय व्युत्कलित फल सकलसद्भूजाग्रिम व्योप्तवान्
करणस्कन्धवनान्तरं गणितविन्मत्तेभविक्लीडितम् ॥११५॥

इति परिकर्मविधावष्टमं व्युत्कलित समाप्तम् ॥

इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ परिकर्मनामा प्रथमो व्यवहार समाप्तः ॥

१ म प्रा. ।

गुणोत्तर श्रेढि सम्बन्धी व्युत्कलित पर प्रश्न

क्रमबद्ध गुच्छेवाले वृक्षो के फलों की सकलन क्रिया में ४ प्रथमपद है, २ प्रचय है, पटो की सख्या १६ है जब कि इष्ट भाग में पदों की सख्या क्रमश १०, ९, ८, ७, ६, ५ और ४ है । हे जगली हस्तियों द्वारा क्रीडित वन के अंतस्थल रूपी व्यावहारिक गणित की क्रियाओं के वेधक ! वतलाओ कि कथित विभिन्न उत्तम वृक्षो के शेष फलों की कुल सख्या क्या है ? ॥११५॥

इस प्रकार, परिकर्म व्यवहार में व्युत्कलित नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

इस प्रकार, महावीराचार्य की कृति सारसंग्रह नामक गणित शास्त्र में परिकर्म नामक प्रथम व्यवहार समाप्त हुआ ।

(११५) इस प्रश्न में भिन्न-भिन्न ७ फलों के वृक्ष हैं जिनमें से प्रत्येक में फलों के १६ गुच्छे हैं, प्रत्येक वृक्ष में सबसे छोटा गुच्छा ४ फलों वाला है, बड़े-बड़े गुच्छों में गुणोत्तर श्रेढि में बड़े-बड़े फलों की सख्याएँ हैं, जिसकी साधारण निष्पत्ति २ है । ७ वृक्षों में से हटाये हुए गुच्छों की सख्या क्रमशः १०, ९, ८, ७, ६, ५ और ४ है । यहाँ विभिन्न उत्तम वृक्षों पर शेष फलों का हटाया जाना है । 'मत्तेभवि क्रीडित' जो इस सूत्र में आया है, उसी सूत्र का छन्द (मत्तेभवि क्रीडित) है जिसमें कि वह सरचित किया गया है । इसका अर्थ वन्यहस्तियों की क्रीडा भी होता है ।

३ कलासवर्णव्यवहार.

त्रिलोकरानेन्द्रकिरीटकोटिप्रभाभिराळीहपदारविन्धम् ।
निर्मूळमुन्मूलितकमधुर्षु जिनेन्द्रचन्द्रं प्रणमामि मक्त्या ॥ १ ॥
इतः परं कस्यसवर्णं द्वितीयव्यवहारमुवाहरिष्याम ।

मिश्रप्रत्युत्पन्नः

तत्र मिश्रप्रत्युत्पन्ने करणसूत्रं यथा—

गुणयेवंज्ञानशीहोरान् द्वारैर्भेदेव यवि तपाम् । यथापवर्तनविचिर्विधाय तं मिश्रगुणकारे ॥ २ ॥

अत्रोद्देशकः

स्रुण्ठ्याः पलेन जमते चतुर्नैर्बांशं पणस्य धं पुरुषः ।
किमसौ ब्रूहि सखे त्वं त्रिगुणेन पद्मप्रमाणेन ॥ ३ ॥
मरिचस्य पलस्यायः पणस्य सप्ताष्टमांशको यत्र । तत्र मयेत्किं मूल्यं पलपट्पञ्चाशकस्य बद्ध ॥ ४ ॥

१ यह श्लोक P में छूट गया है । २ ३ मी ।

३ कलासवर्ण व्यवहार

(मिस्र)

त्रिभोंमें कमीकमी इस को पूर्णतः निर्मूळ कर दिया है और जिसके कारण कमजोर तीनों बोंकों के राजेश्वरों के लुके हुए मस्तक पर लगे हुए मुकुटों द्वारा उत्पन्न प्रभासबद्ध द्वारा वेधित हैं ऐसे जिनेन्द्र चन्द्रमास भगवान् को में मरिचपूर्वक प्रणाम करता हूँ ॥ १ ॥

इसके पश्चात् हम कलासवर्ण (मिस्र) नामक द्वितीय व्यवहार को प्रकट करेंगे ।

मिन्न प्रत्युत्पन्न (मिनों का गुणन)

मिनों के गुणन के सम्बन्ध में निम्नलिखित नियम है—

मिनों के गुणन में जंतों को जंतों से गुणित किया जाता है और हत्तों को हत्तों से गुणित किया जाता है जब कि जबके सम्बन्ध में (सम्बन्ध) तिर्यक् महासन (यत्र अपवर्तन) की क्रिया की जा चुकी हो ॥ २ ॥

उदाहरणार्थ मस्त

इ मिस्र, मुझे बतकालो परि अन्तर (ganger) का एक एक ३ पण में मिळता हो तो किसी व्यक्ति को ३ पल के सिध क्या मिलता ? ॥ २ ॥ ३ पण में १ पल मिर्च मिळती हो तो बतकालो कि ३ पल मिर्च की क्या कीमत होती ? ॥ ३ ॥ एक व्यक्ति को कम्भी मिर्च एक पण में ३ पल मिळती

१ कलासवर्ण का शाब्दिक अर्थ १६ भाग होता है क्योंकि कला का अर्थ सामान्य भाग होता है । इसलिये कलासवर्ण का उपयोग मिन्न को साधारण रूप से दर्शाने के लिये किया गया है ।

(१) जब ३ × २ महासित किये जाते हैं तो तिर्यक् महासन द्वारा ३ × ३ भाग होता है ।

कश्चित्पणेन लभते त्रिपञ्चभागं पलस्य पिप्पल्याः ।

नवभिः पणैर्द्विभक्तैः किं गणकाचक्ष्व गुणयित्वा ॥ ५ ॥

क्रीणाति पणेन वणिगजीरकपलनवदशांशक यत्र । तत्र पणैः पञ्चार्धैः कथय त्वं किं समग्रमते ॥ ६ ॥

व्यादयो द्वितयवृद्धयोऽशकास्यादयो द्वयचया हरा पुनः ।

ते द्वये दशपदाः कियत्फल ब्रूहि तत्र गुणने द्वयोर्द्वयोः ॥ ७ ॥

इति भिन्नगुणाकार ।

भिन्नभागहारः

भिन्नभागहारे करणसूत्र यथा—

अशीकृत्यच्छेद प्रमाणराशेस्तत क्रिया गुणवत् ।

प्रमितफलेऽन्यहरणे विच्छिदि वा सकलवच्च भागहतौ ॥ ८ ॥

अत्रोद्देशकः

हिङ्गो पलार्धमौल्य पणत्रिपादाशको भवेद्यत्र । तत्रार्धे विक्रीणन् पलमेकं किं नरो लभते ॥ ९ ॥

अगरो पलाष्टमेन त्रिगुणेन पणस्य विशतित्रयंशान् । उपलभते यत्र पुमानेकेन पलेन किं तत्र ॥ १० ॥

पणपञ्चमैत्रुभिर्निखस्य पलसप्तमो व्यशीतिगुण । संप्राप्यो यत्र स्यादेकेन पणेन किं तत्र ॥ ११ ॥

हो तो हे गणितज्ञ ! गुणन के पश्चात् कहो कि उसे ३ पण में कितनी मिर्च मिलेगी ? ॥५॥ एक वणिक एक पण में ६ पल जीरा (cumin seeds) खरीदता है । हे समग्रमते ! बतलाओ कि वह ३ पण में कितना खरीदेगा ? ॥६॥ दिये गये भिन्नो में अश २ से आरम्भ होकर २ से बढ़ते चले जाते हैं, उनके हर ३ से आरम्भ होकर २ से बढ़ते चले जाते हैं, वे अश और हर दोनों दशाओं में सख्या में दस रहते हैं । बतलाओ कि दो भिन्नो को एक बार में लेने पर उनके गुणनफल अलग-अलग क्या होंगे ? ॥७॥

इस प्रकार, कलासवर्ण व्यवहार में भिन्न गुणकार नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

भिन्न भागहार (भिन्नो का भाग)

भिन्नो के भाग के सम्बन्ध में निम्नलिखित नियम है—

भाजक के हर को अंश तथा अश को हर बनाने के पश्चात् केवल गुणन की क्रिया करना पड़ती है । अथवा, भाजक और भाज्य को एक दूसरे के हरों द्वारा गुणित कर प्राप्त हर रहित गुणनफलों का भाग केवल पूर्ण सख्याओं के भाग की भाँति किया जाता है ॥८॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

जब ३ पण में ३ पल हींग मिलती है तो एक व्यक्ति को एक पल हींग उसी भाव से बेचने पर क्या मिलेगा ? ॥९॥ ३ पल (लाल चदन की लकड़ी) का मूल्य ३ पण है तो एक पल अगुरु का क्या मूल्य होगा ? ॥१०॥ नख इत्र के ३ पल का मूल्य ६ पण है तो एक पण में (उसी अर्ध से) कितने पल इत्र मिलेगा ? ॥११॥ दिये गये भिन्नो के अश ३ से आरम्भ होकर क्रमशः १ द्वारा

(७) यहाँ कथित भिन्न ३, ६, ९ इत्यादि हैं ।

$$(८) (i) \frac{अ}{ब} - \frac{स}{द} = \frac{अ}{ब} \times \frac{द}{स}, (ii) \frac{अ}{ब} - \frac{स}{द} = अद - बस$$

३ कलासवर्णव्यवहार

त्रिलोकैकराजेन्द्रकिरीटकोटिप्रभाभिराजीहपदारभिन्यम् ।

निर्मूलमुन्मुद्धितकमपृष्ठं जिनन्त्रचन्द्रं प्रणमामि भक्त्या ॥ १ ॥

इतः परं कलासवर्णं द्वितीयव्यवहारमुदाहरिष्यामः ।

मिश्रप्रत्युत्पन्नाः

तत्र मिश्रप्रत्युत्पन्ने करणसूत्रं यथा—

गुणयेद्दशानशैर्होराम् हारैषटत यद्वि तयाम् । यथापवर्तनविधिर्विधाय तं मिश्रगुणकारे ॥ २ ॥

अत्रोद्देशकः

गुण्यथाः पलेन समते चतुर्नैवांशं पणस्य यं पुरुषः ।

किमसौ ब्रूहि सखे त्वं त्रिगुणेन पञ्चाष्टमागेन ॥ ३ ॥

मरिचस्य पञ्चस्याघः पणस्य सप्ताष्टमांशको यत्र । तत्र भवेत्किं मूल्यं पलपट्पञ्चांशकस्य वद् ॥ ४ ॥

१ यह दशोक २ में घूट गया है । २ अ मी ।

३ कलासवर्ण व्यवहार

(मिश्र)

जिनमें कि कर्मीरूपी द्रव्य को पृथक् निर्मूल कर दिया है और जिनके चरण कमक तीनों ओकों के रानेग्रों के हुके हुए मस्तक पर कगे हुए मुकुटों द्वारा उत्पन्न प्रमार्मिक द्वारा वेधित हैं ऐसे जिनमें चन्द्रमास मगधान् को में भक्तिपूर्वक प्रणाम करता है ॥ १ ॥

इसके पश्चात् हम कलासवर्ण (मिश्र) नामक द्वितीय व्यवहार को प्रकट करेंगे ।

मिन्न प्रत्युत्पन्न (मिनों का गुणन)

मिनों के गुणन के सम्बन्ध में मिन्नलिखित नियम है—

मिनों के गुणन में अंशों को अंशों से गुणित किया जाता है और हरे को हरे से गुणित किया जाता है जब कि इनके सम्बन्ध में (सम्भव) विर्यक महात्म (यत्र अपवर्तन) की क्रिया की जा चुकी हो ॥ २ ॥

उदाहरणार्थ मदन

दे मिश्र, मुष्टि बतकाओ यदि अन्तर (ginger) का एक पक्ष है पर में मिकता हो तो किसी व्यक्त को २ पक्ष के लिय कहा मिलगा ? ॥ ३ ॥ २ पक्ष में १ पक्ष मिश्र मिली हो तो पतकाओ कि ३ पक्ष मिश्र की क्या कीमत होगी ? ॥ ४ ॥ एक व्यक्त को कम्पी मिश्र एक पक्ष में ३ पक्ष मिलती

१ कलासवर्ण का शाब्दिक अर्थ १/२ माग होता है, क्योंकि कला का अर्थ तोखहर्ता माग होता है । इसलिये कलासवर्ण का उपयोग मिन्न को साधारण रूप से दर्शन के लिये किया गया है ।

(२) ४४ × २ महात्म किच चाते है तो विर्यक महात्म द्वारा २ × ३ मात होता है ।

कश्चित्पणेन लभते त्रिपञ्चभागं पलस्य पिप्पत्याः ।

नवभिः पणैर्द्विभक्तैः किं गणकाचक्ष्व गुणयित्वा ॥ ५ ॥

क्रीणाति पणेन वणिगजीरकपलनवदशांशकं यत्र । तत्र पणैः पञ्चार्धैः कथय त्वं किं समग्रमते ॥ ६ ॥

द्व्यादयो द्वितयवृद्धयोऽशकास्यादयो द्वयचया हराः पुनः ।

ते द्वये दशपदाः कियत्फल ब्रूहि तत्र गुणने द्वयोर्द्वयोः ॥ ७ ॥

इति भिन्नगुणाकारः ।

भिन्नभागहारः

भिन्नभागहारे करणसूत्रं यथा—

अशीकृत्यच्छेदं प्रमाणराशेस्तत क्रिया गुणवत् ।

प्रमितफलेऽन्यहरणे विच्छिदि वा सकलवच्च भागहृतौ ॥ ८ ॥

अत्रोद्देशकः

हिङ्गो पलार्धमौल्य पणत्रिपादांशको भवेद्यत्र । तत्रार्धे विक्रीणन् पलमेकं किं नरो लभते ॥ ९ ॥

अगरो पलाष्टमेन त्रिगुणेन पणस्य विशतित्र्यंशान् । उपलभते यत्र पुमानेकेन पलेन किं तत्र ॥ १० ॥

पणपञ्चमैश्चतुर्भिर्नखस्य पलसप्तमो द्व्यशीतिगुण । संप्राप्यो यत्र स्यादेकेन पणेन किं तत्र ॥ ११ ॥

हो तो हे गणितज्ञ ! गुणन के पश्चात् कहो कि उसे ३ पण में कितनी मिर्च मिलेगी ? ॥५॥ एक वणिक एक पण में ३/४ पल जीरा (cumin seeds) खरीदता है । हे समग्रमते ! बतलाओ कि वह ३ पण में कितना खरीदेगा ? ॥६॥ दिये गये भिन्नो में अंश २ से आरम्भ होकर २ से बढ़ते चले जाते हैं, उनके हर ३ से आरम्भ होकर २ से बढ़ते चले जाते हैं, वे अंश और हर दोनों दशाओ में सख्या में दस रहते हैं । बतलाओ कि दो भिन्नो को एक बार में लेने पर उनके गुणनफल अलग-अलग क्या होंगे ? ॥७॥

इस प्रकार, कलासवर्ण व्यवहार में भिन्न गुणकार नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

भिन्न भागहार (भिन्नो का भाग)

भिन्नो के भाग के सम्बन्ध में निम्नलिखित नियम है—

भाजक के हर को अंश तथा अंश को हर बनाने के पश्चात् केवल गुणन की क्रिया करना पड़ती है । अथवा, भाजक और भाज्य को एक दूसरे के हरों द्वारा गुणित कर प्राप्त हर रहित गुणनफलों का भाग केवल पूर्ण सख्याओं के भाग की भाँति किया जाता है ॥८॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

जब ३ पण में ३ पल हींग मिलती है तो एक व्यक्ति को एक पल हींग उसी भाव से बेचने पर क्या मिलेगा ? ॥९॥ ३ पल (लाल चदन की लकड़ी) का मूल्य ३/४ पण है तो एक पल अगुरु का क्या मूल्य होगा ? ॥१०॥ नख इत्र के ३/४ पल का मूल्य ६ पण है तो एक पण में (उसी अर्ध से) कितने पल इत्र मिलेगा ? ॥११॥ दिये गये भिन्नो के अंश ३ से आरम्भ होकर क्रमशः १ द्वारा

(७) यहाँ कथित भिन्न ३/४, ६/४, ९/४ इत्यादि हैं ।

(८) (i) $\frac{अ}{ब} - \frac{स}{द} = \frac{अ}{ब} \times \frac{द}{स}$, (ii) $\frac{अ}{ब} - \frac{स}{द} = अद - बस$

ध्याविरूपपरिवृद्धियुजोऽशा पाधवष्टपदमेकविहीना ।

हारफास्तव इह द्वितयाद्यै किं फलं भव परेषु हृतेषु ॥१२॥

इति मिश्रभागहार ।

मिश्रवर्गवर्गमूलघनघनमूलानि

मिश्रवर्गवर्गमूलघनघनमूलेषु करणसूत्रं यथा—

कृत्वाच्छेदाक्षकयो कृत्तिकृतिमूले घनं च घनमूलम् । तच्छेदैरक्षकौ वर्गादिफलं भवेद्विभ्रे ॥१३॥

अत्रोद्देशकः

पञ्चकसप्तनवानां दक्षिणाना कथय गणक वर्गत्वम् । षोडशविंशतिशतकद्विंशत्वाना च त्रिभङ्गानाम् ॥१४॥

त्रिकाविरूपद्वयपृथकयोऽशा द्विकाविरूपोत्तरका हराश्च ।

पदं सतं द्वादशयर्गमेपां ववाद्भु मे त्वं गणकामगण्य ॥१५॥

पावनर्वाक्षकयोऽश्रमागानां पञ्चविंशतितमस्य । पटत्रिंशद्भागस्य च कृतिमूलं गणक भय क्षीघ्रम् ॥१६॥

मिम्ने वर्गे राश्या वर्गिता ये तेषां मूलं सप्तशस्याश्च किं स्यात् ।

अष्टोनाथा पञ्चवर्गोऽसृवाया जूहि त्वं मे वर्गमूलं प्रवीण ॥१७॥

१. ३१ मिश्रवर्गमिश्रवर्गमूलमिश्रघनतन्मूलेषु ।

बहुत बड़े बात हैं जब तक कि उनकी संख्या ८ नहीं हो जाती । हर भी दो से आरम्भ होकर संवारी अशो से क्रमशः एक कम है । मुझे बतलाओ कि यदि प्रत्येक अग्रिम मिश्र को पूर्ववर्ती मिश्र के द्वारा विभाजित किया जाय तो क्या फल होगा ? ॥१३॥

इस प्रकार कणसवर्ण व्यवहार में, मिश्र भागहार भागक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

मिश्र सम्बन्धी वर्ग, वर्गमूल, घन, घनमूल

मिश्रों के सम्बन्ध में वर्ग करने वर्गमूल निकालने घन करने और घनमूल निकालने के विषय मिश्र—

जब हम किये गये मिश्र के अंश और हर का अन्त-अन्तर्ग वर्ग वर्गमूल घन अथवा घनमूल निकाल किया जाता है तब इस तरह प्राप्त किये अंश को बचे हर द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार मिश्र के सम्बन्ध में वर्ग अथवा वर्गमूल घन अथवा घनमूल प्राप्त होता है ॥१३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

हे अक्षयजितव्य ! मुझे बतलाओ कि $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ और $\frac{5}{6}$ के वर्ग क्या होंगे ? ॥१४॥ किये गये मिश्रों के अंश ३से आरम्भ होते हैं और उचरोत्तर क्रमशः २ द्वारा बढ़ते बड़े बात हैं हर २ से आरम्भ होता है और उचरोत्तर १ द्वारा बढ़ते बड़े बातें हैं । इन मिश्रों की संख्या १२ है । हे अक्षयजितव्य ! मुझे अबके वर्ग क्षीघ्र बतलाओ ? ॥१५॥ हे अक्षयजितव्य ! मुझे क्षीघ्र बतलाओ कि $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ और $\frac{5}{6}$ के वर्गमूल क्या होंगे ? ॥१६॥ हे कृपाक प्यथि ! मुझे मिश्रों के वर्गों से सम्बन्धित प्रश्नों में प्राप्त वर्गित राशियों के वर्गमूल तथा $\frac{5}{6}$ का वर्गमूल बतलाओ ॥१७॥

(१०) यहाँ $\frac{5}{6}$ को मूल माया में $\frac{5 \times 6}{6}$ के रूप में दर्शाया गया है ।

अर्धत्रिभागपादाः पञ्चांशकषष्ठसप्तमाष्टांशाः । दृष्ट्या नवमश्रेया पृथक् पृथग्ब्रूहि गणक घनम् ॥१८॥
 त्रितयादि चतुश्चयकोऽशगणो द्विसुखद्विचयोऽत्र हरप्रचयः ।
 दशकं पदमाशु तदीयघन कथय प्रिय सूक्ष्ममते गणिते ॥१९॥
 शतकस्य पञ्चविंशत्याष्टविभक्तस्य कथय घनमूलम् ।
 नवयुतसप्तशतानां विंशानामष्टभक्तानाम् ॥२०॥
 भिन्नघने परिदृष्टघनानां मूलमुदग्रमते वद मित्र ।
 त्र्यूनशतद्वययुग्मिद्विसहस्रया श्चापि नवप्रहतत्रिहतायाः ॥२१॥

इति भिन्नवर्गवर्गमूलघनघनमूलानि ।

भिन्नसंकलितम्

भिन्नसंकलिते करणसूत्रं यथा—

पदमिष्टं प्रचयहतं द्विगुणप्रभवान्वित चयेनोनम् ।
 गच्छार्धेनाभ्यस्तं भवति फलं भिन्नसंकलिते ॥२२॥

१ M सप्तशतस्यापि सखे व्येकोनत्रिंशकाष्टकास्य ।

३, ३, ४, ५, ६, ७, ८ और ९ राशियाँ दी गई हैं, इनके घन अलग-अलग बतलाओ ॥१८॥ दिये गये भिन्नो के अश ३ से आरम्भ होकर ४ द्वारा उत्तरोत्तर बढ़ते हैं, हर २ से आरम्भ होकर उत्तरोत्तर २ द्वारा बढ़ते हैं । ऐसे भिन्नात्मक पदों की सख्या १० है । हे तीव्र बुद्धिधारी गणक मित्र ! बतलाओ कि उनके घन क्या होंगे ? ॥१९॥ $३^२$ और $७^२$ के घनमूल निकालो ॥२०॥ हे अग्रमते मित्र ! भिन्नो के घन निकालने के प्रश्नों में प्राप्त घन राशियों के घनमूल और $३^३$ का घनमूल निकालकर बतलाओ ।

इस प्रकार कलासवर्ण व्यवहार में भिन्न सम्बन्धी वर्ग, वर्गमूल, घन, घनमूल नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

भिन्न संकलित (भिन्नात्मक श्रेढियों का योगकरण)

भिन्नात्मक श्रेढियों का सकलन सम्बन्धी नियम—

समान्तर श्रेढि में भिन्नात्मक श्रेढि को बनाने वाले पदों की चुनी हुई सख्या को प्रचय द्वारा गुणित करते हैं और प्रथमपद की द्विगुणित राशि में मिलाते हैं । प्राप्त फल को प्रचय से हासित करते हैं । जब यह परिणामी राशि पदों की सख्या की आधी राशि से गुणित की जाती है, तब वह समान्तर श्रेढि की भिन्नात्मक श्रेढि के योग को उत्पन्न करती है ॥२२॥

(२२) बीजीयरूप से, $y = (n + 2x - 1) \frac{n}{2}$ है । इसके लिये द्वितीय अध्याय की ६२वीं गाथा देखिये ।

अत्रोद्देशक

द्वित्र्यंशः पञ्चभागस्त्रिचरणभागो मुखे च यो गच्छति ।

द्वौ पञ्चमौ त्रिपादो द्वित्र्यंशोऽन्यस्य कस्यचिं विष्टम् ॥२३॥

आदि प्रचयो गच्छन्निपञ्चमः पञ्चमस्त्रिपादांशः ।

सर्वांशद्वौ वृद्धौ द्वित्रिमिरा सप्तकाश्च का चितिः ॥२४॥

इष्टगच्छस्याद्युत्तरवर्गेरूपधनरूपधनानमनसूत्रम्—

पदमित्येकमादित्येकेष्टद्वौद्वृतं मुखोनपदम् । प्रचयो विष्टं तेषां वर्गा गच्छादत्तं धृष्टम् ॥२५॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

जिस श्रेढि में प्रथम पद प्रचय और पदों की संख्या क्रमशः ३ ३ और ३ हों तथा ऐसी ही एक और श्रेढि में ये क्रमशः ३ ३ और ३ हों तो इन श्रेढियों के योग बतलाओ ॥२३॥ समानान्तर श्रेढि में ही गई एक श्रेढि का प्रथम पद, प्रचय और पदों की संख्या क्रमशः ३ ३ और ३ है। इस सब मिश्रणमक शक्तियों के संस और हर उत्तरोत्तर २ और ३ द्वारा प्रमद्यः बढ़ाये जाते हैं जब तक कि ७ श्रेढियाँ इस प्रकार संवार नहीं हो जाती। बतलाओ कि इनमें से प्रत्येक श्रेढि का योग क्या है ॥२३॥

जब योग ही हुई श्रेढि के पदों की संख्या का वर्गकूप या धनकूप हो तो खुदे हुए पदों वाली श्रेढि के सम्बन्ध में प्रथम पद प्रचय और योग निकालने का नियम—

जो भी पदों की संख्या चुनी गई हो उसे छो और प्रथम पद को एक मान लो। पदों की संख्या को प्रथम पद द्वारा ह्रासित कर और एक कम पदों की संख्या की बराबरी शक्ति द्वारा भाजित करने से प्रचय प्राप्त होता है। इसके सम्बन्ध में श्रेढि का योग पदों की संख्या की शक्ति का वर्ग होता है। पद जय पदों की संख्या द्वारा गुणित किया जाता है तो योग का धन प्राप्त होता है ॥२५॥

(२३) जब श्रेढि में पदों की संख्या जिस के रूप में दी गई हो तो स्पष्ट है कि ऐसी श्रेढि साधारणतः बनारि नहीं जा सकती। परन्तु अभिप्राय यह प्रतीत होता है कि दिया गया नियम इन दशाओं में टीक उतरता है।

(२५) स्पष्ट है कि, एव में $y = \frac{n}{2}(2a + n - 1)$, और जब $a = 1$ और $n = \frac{2(n-1)}{n-1}$ हा तो y का मान n^2 क हस्य हो जाता है। इस भाग में n का गुणन करने में, a और n का n द्वारा गुणन भी अतर्भूत है ताकि जब $a = 1$ और $n = \frac{n-1}{n-1}$ २न हा, तब $y = n^2$ हा। कुछ और विचार करने पर हाठ होगा कि a का मान चाहे पूर्णक अथवा मिश्रिय हो फिर भी y का $\frac{2(n-1)}{n-1}$ रूपकाका मान y की बराबरी को n^2 के रूप में ला सकता है।

'/' चिह्न का अर्थ अन्तर होता है।

अत्रोद्देशकः

पदमिष्टं द्वित्र्यंशो रूपेणांशो हरश्च संवृद्ध । यावद्दशपदमेपा वद मुखचयवर्गवृन्दानि ॥२६॥

इष्टघनधनाद्युत्तरगच्छानयनसूत्रम्—

इष्टचतुर्थे प्रभवः प्रभवात्प्रचयो भवेद्द्विसंगुणितः ।

प्रचयश्चतुरभ्यस्तो गच्छस्तेपा युतिर्वृन्दम् ॥२७॥

अत्रोद्देशकः

द्विमुखैकचया अंशास्त्रिप्रभवैकोत्तरा हरा उभये ।

पञ्चपदा वद तेषा घनधनमुखचयपदानि सखे ॥२८॥

१ यह श्लोक M में अप्राप्य है ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

दी हुई श्रेढि में पदों की चुनी हुई संख्या ३ है, इस मित्र के अंश और हर उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ाये जाते हैं जब तक कि १० विभिन्न भिन्नात्मक पद प्राप्त नहीं होते । इन मित्रों को संवादी समान्तर श्रेढियों के पदों की संख्या मानकर उनके सम्बन्ध में प्रथम पद, प्रचय और योग के वर्ग तथा घन निकालो ॥२६॥

समान्तर श्रेढि के दिये हुए योग (जो कि किसी इष्ट राशि का घन हो) के सम्बन्ध में प्रथम पद, प्रचय और पदों की संख्या निकालने का नियम—

इष्ट राशि का चतुर्थांश प्रथम पद है । इस प्रथम पद में दो का गुणन करने पर प्रचय उत्पन्न होता है । प्रचय में चार का गुणा करने पर (एक) इष्ट श्रेढि के पदों की संख्या प्राप्त होती है । इनसे सम्बन्धित योग इष्ट राशि का घन होता है ॥२७॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

अंश २ से आरम्भ होते हैं और उत्तरोत्तर १ द्वारा बढ़ते हैं, हर को १ द्वारा बढ़ाते हैं जो कि आरम्भ में ३ है । ये दोनों प्रकार के पद (अंश और हर) में से प्रत्येक संख्या में पाँच है । इन चुनी हुई भिन्नात्मक राशियों के सम्बन्ध में, हे मित्र, घनात्मक योग और संवादी प्रथमपद, प्रचय और पदों की संख्या निकालो ॥२८॥

(२७) यह नियम केवल विशेष दशा में प्रयुक्त किया गया है । यह साधारण रूप से भी प्रयोग में लाया जा सकता है । नियम इस तरह है :

$$\frac{क}{४} + \frac{३क}{४} + \frac{५क}{४} + \dots \cdot २ क पदों तक = \frac{क}{४} (२ क)^२ = क^३$$

इस क्रिया की साधारण प्रयोज्यता, समीकरण $\frac{क}{४} \times (२क)^२ = क^३$ से शीघ्र स्पष्ट हो सकती है । इन सब दशाओं में श्रेढिके पदों की संख्या प्रथम पद को $क^३$ से गुणित करने पर प्राप्त हो सकती है क्योंकि प्रथम पद $\frac{क}{४}$ है । प्रत्येक दशा में प्रचय प्रथमपद से द्विगुणित लिया जाता है ।

द्वैष्टयनाद्युत्तरतो द्विगुणत्रिगुणद्विभागत्रिभागादीष्टयनाद्युत्तरानयनसूत्रम्—
द्वैष्टयिभक्तेष्टघनं द्विष्टं तद्व्यभयताद्विष्टं प्रथय ।
तत्प्रथमवर्णं प्रथमो गुणभागस्येष्टवित्तस्य ॥२९॥

अत्रोद्देशकः

प्रथमवत्प्रथमो रूपं प्रथय पञ्चाष्टमं समानपदम् ।
इष्ट्यायनमपि तावत्प्रथय सखे कौ मुक्तप्रथयौ ॥३०॥
प्रथयादाद्विष्टिगुणस्योदकाष्टादष्टं परं स्वेष्टम् । विष्टं तु सप्तपदि. पञ्चनमस्तत्र वहाद्विष्टयौ ॥३१॥
मुक्तमेकं द्विष्ट्यंशं प्रथयो गच्छ समस्ततुर्नवमं ।
धनमिष्टं द्वाविष्टविरैकाशीत्या वहाद्विष्टयौ ॥३२॥

१ अ गुणभागद्युत्तरानयनसूत्रम् ।

२ अ प्रथयेन ।

३ अ गुणभागद्युत्तरैष्वाभाः ।

४ वह ब्लोक अ में ३१ वें ब्लोक के स्थान में है तथा अ में चूटा हुआ है ।

धी हुई समान्तर भेदि के शत योग प्रथम पद और प्रथम से किसी भेदि के प्रथमपद और प्रथम निकलकरा जबकि इष्ट योग धी गई भेदि के शत योग से दुगुना त्रिगुना, आधा एक तिहाई अथवा उसका व्युत्कर्ष वा अंश हो—

इष्ट करने धी सुविधा के लिए इष्ट योग को शत योग द्वारा विभाजित कर दो स्थानों में रखो । यह भववत्क जब शत प्रथम द्वारा गुणित किया जाता है तब चाहा हुआ प्रथम प्राप्त होता है । और वही भववत्क जब शत प्रथमपद द्वारा गुणित होता है तब चाहे हुए प्रथम पद को उत्पन्न करता है ॥२९॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी भेदि का प्रथम पद ३ है, प्रथम १ है और पदों की संख्या (जो धी हुई तथा इष्ट दोनों भेदियों, के किये उभयनिष्ठ है) २ है । इष्ट भेदि तथा धी गई भेदि का योग अष्टम-अष्टम २ है । है मित्र । इष्ट भेदि का प्रथमपद तथा प्रथम निकल्यो ॥३॥ (प्रथम १ है) और प्रथमपद प्रथम का दुगुना है; पदों की संख्या २-२ है इष्ट भेदि का योग २-२ है । प्रथमपद और प्रथम निकल्यो ॥३१॥ प्रथम पद १ है प्रथम ३ और पदों की संख्या दोनों (धी गई भेदि और इष्ट भेदि) क किये उभय साधारण ३ है । इष्ट भेदि का योग ३-३ है । इष्ट भेदि के प्रथमपद और प्रथम निकल्यो ॥३२॥

(२९) ८४ वीं गाथा का नोट अप्याम २ में देखिये ।

$$(३३) \text{ प्रतीक रूप से, } n = \frac{\sqrt{२ \text{ वय} + \left(\frac{५}{२} - ४\right)^२} + \frac{५}{२} - ४}{२}$$

अप्याम २ की गाथा ३९ वीं का नोट भी देखिये ।

गच्छानयनसूत्रम्—

द्विगुणचयगुणितवित्तादुत्तरदलमुखविशेषकृतिसहितात् ।

मूलं प्रचयार्धयुतं प्रभवोनं चयहृतं गच्छः ॥३३॥

प्रकारान्तरेण तदेवाह—

द्विगुणचयगुणितवित्तादुत्तरदलमुखविशेषकृतिसहितात् ।

मूलं क्षेपपदोनं प्रचयेन हृतं च गच्छः स्यात् ॥३४॥

अत्रोद्देशकः

द्विपञ्चांशो वक्त्रं त्रिगुणचरणःस्यादिह चयः

षडंशः सप्तप्रखिकृतिविहृतो वित्तमुदितम् ।

चयः पचाष्टाश. पुनरपि मुखं त्र्यष्टममिति

त्रिचत्वारिंशा स्वं प्रिय वद पदं शीघ्रमनयोः ॥३५॥

आद्युत्तरानयनसूत्रम्—

गच्छाप्तगणितमादिर्विगतैकपदार्धगुणितचयहीनम् ।

पदहृतधनमाद्यूनं निरेकपददलहृतं प्रचयः ॥३६॥

१ नीचे लिखे हुए दो श्लोकों में स्थान में M में इस प्रकार का पाठ है—

अष्टोत्तरगुणराशीत्यादिना इष्ट-धनगच्छ आनेतव्यः ।

इसके साथही, परिकर्म व्यवहार की ७० वीं गाथा की पुनरावृत्ति है ।

२ K और B प्रभवो गच्छाप्तधनम् ।

समान्तर श्रेढि में पदों की संख्या निकालने के लिये नियम—

प्रथम पद और प्रचय की आधी राशि के अन्तर के वर्ग में, प्रचय की दुगुनी राशि को श्रेढि के योग द्वारा गुणित करने से प्राप्त राशि जोड़ी जाती है । इस प्राप्त राशि के वर्गमूल से प्रचय की आधी राशि जोड़ी जाती है । इस योगफल को प्रथम पद द्वारा हासित कर और तब प्रचय द्वारा भाजित करने पर श्रेढि के पदों की संख्या प्राप्त होती है ॥३३॥

पदों की संख्या निकालने की दूसरी विधि—

प्रथमपद और प्रचय की आधी राशि के अन्तर के वर्ग में, प्रचय की दुगुनी राशि को श्रेढि के योग द्वारा गुणित करने से प्राप्त फल मिलाने हैं । योगफल के वर्गमूल में से क्षेपपद घटाते हैं । जब इसे प्रचय द्वारा भाजित करते हैं तब श्रेढि के पदों की संख्या प्राप्त होती है ॥३४॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

दी हुई श्रेढि के सम्बन्ध में, प्रथम पद $\frac{1}{2}$ है, प्रचय $\frac{1}{3}$ है और योग $\frac{1}{4}$ है । पुन, दूसरी श्रेढि के सम्बन्ध में, प्रचय $\frac{1}{2}$ है, प्रथमपद $\frac{1}{3}$ है और योग $\frac{1}{4}$ है । हे मित्र ! इन दो श्रेढियों के विषय में, पदों की संख्या शीघ्र निकालो ॥३५॥

प्रथम पद और प्रचय निकालने के लिये नियम—

श्रेढि के योग को पदों की संख्या द्वारा भाजित करने से प्राप्त राशि जब एक कम पदों की संख्या की आधी राशि और प्रचय के गुणनफल द्वारा हासित की जाती है, तब श्रेढि का प्रथम पद उत्पन्न होता है । जब योग को पदों की संख्यासे भाजित कर और प्रथमपद द्वारा हासित कर एक कम पदों की संख्या की आधी राशि द्वारा भाजित करते हैं तब प्रचय प्राप्त होता है ।

(३४) क्षेप पद के लिये अध्याय २ की ७० वीं गाथा देखिये ।

(३६) द्वितीय अध्याय की ७४ वीं गाथा का नोट देखिये ।

दृष्टधनाद्युत्तरतो द्विगुणत्रिगुणद्विभागत्रिभागादीष्टधनाद्युत्तरानयनसूत्रम्—
 दृष्टधिमलेष्टधनं द्विष्टं तद्व्यभयतादितं प्रथमम् ।
 तद्व्यभवगुणं प्रथमो गुणभागन्येष्टवित्तस्य ॥२९॥

अत्रोद्देश्यकाः

प्रथमवस्तुधर्मो रूपं प्रथमः पञ्चाष्टमः समानपदम् ।
 द्विष्टाभनमपि तावत्कस्य सखे कौ मुक्तप्रथमौ ॥३०॥
 प्रथयादादिद्विगुणत्रयोवष्टाष्टावत्सं पदं स्वेष्टम् । विष्टं तु सप्तपष्टिः पञ्चधनमका वदादिष्वथौ ॥३१॥
 गुणमेकं द्विष्ट्यं प्रथमो गच्छतः समस्तगुणैवम् ।
 धनमिष्टं द्विष्ट्यवितरेकाक्षीत्या वदादिष्वथौ ॥३२॥

१ अ गुणमामाद्युत्तरानयनसूत्रम् ।

२ अ प्रथमेन ।

३ अ गुणमामाद्युत्तरपञ्चाष्टाः ।

४ यह श्लोक ३१ में ३२ में श्लोक के स्थान में है तथा ३३ में बूटा हुआ है ।

धी हुई समान्तर श्रेढि के शत योग प्रथम पद और प्रथम से किसी श्रेढि के प्रथमपद और प्रथम निष्काङ्कन अथकि इष्ट योग धी गई श्रेढि के शत योग से द्रुगुता त्रिगुता, आया एक शिष्टार्थ, अथवा अस्तक अथवत्सं या अस्त हो—

इस करने की सुविधा के सिद्ध इष्ट योग की शत योग द्वारा विभाजित कर दो स्थानों में रखो । यह अस्तक अथ शत प्रथम द्वारा गुणित किया जाता है तब बाह्य हुआ प्रथम प्राप्त होता है । और वही अस्तक अथ शत प्रथमपद द्वारा गुणित होता है तब बाह्य हुए प्रथम पद को उत्पन्न करता है ॥२९॥

उदाहरणार्थ पत्र

किसी श्रेढि का प्रथम पद १ है, प्रथम १ है और पदों की संख्या (जो धी हुई तथा इष्ट दोनों श्रेढियों, के किये समकालिक है) २ है । इष्ट श्रेढि तथा धी गई श्रेढि का योग अज्ञात-अज्ञात २ है । किं निम्न (इष्ट श्रेढि का प्रथमपद तथा प्रथम निष्काङ्कन ॥३१॥ (प्रथम १ है) और प्रथमपद प्रथम का द्रुगुता है पदों की संख्या ३ है इष्ट श्रेढि का योग २ है । प्रथमपद और प्रथम निष्काङ्कन ॥३१॥ प्रथम पद १ है प्रथम ३ और पदों की संख्या दोनों (धी गई श्रेढि और इष्ट श्रेढि) के सिद्ध अस्तक साधारण २ है । इष्ट श्रेढि का योग ३ है । इष्ट श्रेढि के प्रथमपद और प्रथम निष्काङ्कन ॥३१॥

(२९) ८४ वीं गाथा का नोट आप्याय २ में देखिये ।

$$(३१) \text{ प्रतीक रूप से } n = \frac{\sqrt{२ \text{ अथ } + \left(\frac{१}{२} - \text{अ}\right)^२} + \frac{१}{२} - \text{अ}}$$

आप्याय ९ की गाथा १९ की का नोट भी देखिये ।

गुणसंकलितान्त्यधनानयने तत्संकलितानयने च सूत्रम्—

गुणसंकलितान्त्यधनं विगतैकपदस्य गुणधनं भवति ।

तद्गुणगुणं मुखोन व्येकोत्तरभाजितं सारम् ॥४१॥

अत्रोद्देशकः

प्रभवोऽष्टमश्चतुर्थः प्रचयः पञ्च पदमत्र गुणगुणितम् ।

गुणसंकलित तस्यान्त्यधनं चाचक्ष्व मे शीघ्रम् ॥४२॥

गुणधनसंकलितधनयोराद्युत्तरपदान्यपि पूर्वोक्तसूत्रैरानयेत् ।

समानेष्टोत्तरगच्छसंकलितगुणसंकलितसमधनस्याद्यानयनसूत्रम्—

मुखमेकं चयगच्छाविष्टौ मुखवित्तरहितगुणचित्या ।

हृतचयधनमादिगुणं मुखं भवेद्द्विचितिधनसान्ये ॥४३॥

१ केवल B में प्राप्य ।

गुणोत्तर श्रेढि का अन्तिमपद तथा योग निकालने के लिये नियम—

गुणोत्तर श्रेढि का अंत्यधन अथवा अंतिम पद, दूसरी ऐसी ही श्रेढि का गुणधन होता है जिसमें पदों की संख्या एक न्यून होती है। यह अंत्यधन साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित होकर और प्रथम पद द्वारा हासित होकर तथा एक क्रम साधारण निष्पत्ति द्वारा भाजित होकर श्रेढि के योग को उत्पन्न करता है ॥४१॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

गुणोत्तर श्रेढि के सम्बन्ध में प्रथमपद $\frac{1}{2}$ है, साधारण निष्पत्ति $\frac{2}{3}$ है और पदों की संख्या ५ है। मुझे शीघ्र बतलाओ कि श्रेढि का योग तथा अंतिम पद क्या क्या हैं ? ॥४२॥

समान योग वाली दो समान्तर एवं गुणोत्तर श्रेढि के उभय साधारण प्रथम पद को निकालने के लिये नियम, जब कि उनकी चुनी हुई पदों की संख्या बराबर हो और इसी तरह से वरण किये गये प्रचय और साधारण निष्पत्ति बराबर हों—

प्रथम पद को एक लेते हैं, पदों की संख्या और साधारण निष्पत्ति तथा प्रचय मन से कुछ भी चुन किये जाते हैं। यहा उत्तर धन को गुणोत्तर श्रेढि के योग में से आदि धन को घटाने से प्राप्त हुई राशि द्वारा भाजित करते हैं। इसे चुने हुए प्रथम पद से गुणित करने पर, इन दोनों श्रेढियों के सम्बन्ध में चाहा हुआ उभयसाधारण प्रथमपद उत्पन्न होता है ॥४३॥

(४१) द्वितीय अध्याय की ९५ वीं गाथा का नोट देखिये ।

[पिछले अध्याय में कथित नियमों द्वारा गुणधन और श्रेढि के योग के सम्बन्ध में गुणोत्तर श्रेढि के प्रथमपद, साधारण निष्पत्ति और पदों की संख्या निकाली जा सकती हैं। इन नियमों के लिये अध्याय २ की ८७, ९७, १०१ और १०३ वीं गाथायें देखिये ।]

(४३) आदि धन और उत्तरधन के लिये ६३ और ६४ वीं गाथायें (अध्याय २ देखिये। यह नियम प्रतीक रूप से इस तरह साधित होता है—
$$अ = \left\{ \frac{न(न-१)}{२} \times ब \right\} / \left\{ \frac{(रन-१)१}{र-१} - न \times १ \right\}$$

जहाँ ब = र है। सरल साधन के हेतु प्रथमपद को १ चुन लिया जाता है, परतु स्पष्ट है कि कोई राशि पहिले इस तरह मानी जा सकती है। आदि धन और उत्तरधन के द्वारा नियम के कथन को सरल बनाने के लिये यहाँ प्रथमपद को मान लिया गया है। यहा प्राप्त सूत्र गुणोत्तर श्रेढि के योगसूत्र और समान्तर श्रेढि के सूत्र को समीकार रूप में लिखने से मिला है। यहा ध्यान देने योग्य शब्द चय है जिसका उपयोग गुणोत्तर और समान्तर श्रेढि, दोनों के क्रमशः साधारण निष्पत्ति और प्रचय के लिये किया गया है।

अत्रोद्देशकः

त्रिचतुर्थचतुःपञ्चमप्रथमप्रथो सेपुत्राशिक्षित्वैरत्रिगद् ।

द्विसे इत्येवचतुःपञ्चममुखगच्छे च वद मुल्यं प्रथयं च ॥३७॥

इष्टगच्छयोर्भ्यस्ताद्युत्तरममधनद्विगुणत्रिगुणद्विभागप्रिभागधनानयनसूत्रम्—

व्येक्यत्माहतो गच्छः श्वेष्टप्रो द्विगुणिताभ्यपदहीन ।

मुखमात्मो नान्यकृतिर्द्विकेष्टपदपाठवर्जिता प्रथय ॥३८॥

अत्रोद्देशकः

एकादिगुणविभाग स्वं व्यस्ताद्युत्तरे हि वद मित्र ।

द्विचतुर्गतीकावृत्तपञ्चांशकमिधनवपदयो ॥३९॥

गुणधनगुणसंस्कृतिवधनयो सूत्रम्—

पवमिष्टगुणद्विगुणितप्रमथ स्माहुणधनं तदाहून्म् ।

एकोनगुणविमलं गुणसंस्कृतिं विद्वानीयात् ॥४०॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

दो श्रेष्ठियों के प्रथम पद और प्रथम विक्रको जब कि एक दशा में बोग २६ है ३ प्रथम है और ३ पदों की संख्या है तथा अन्य दशा में बोग २६ है ३ प्रथम पद है और ३ पदों की संख्या है ॥३७॥

जब पदों की संख्या कोई भी चुनी हुई राशि हो तब दो श्रेष्ठियों के सम्बन्ध में परस्पर बदके हुए प्रथम पद प्रथम तथा उभके बोग (जिनमें एक-दूसरे के बराबर अथवा एक दूसरे से दुगुना त्रिगुना, व्याधा वा सिद्धाई हो) विक्रकने के किये नियम—

एक श्रेष्ठि क पदों की संख्या स्वतः के द्वारा गुणित कर एक द्वारा हासित करते हैं । इसे दोनों श्रेष्ठियों के बोग की हृष्ट विव्यति द्वारा गुणित कर और तब दूसरी श्रेष्ठि के पदों की संख्या की दुगुनी राशि द्वारा हासित कर परस्पर बदकने योग्य प्रथम पद प्राप्त करते हैं ॥३८॥

दूसरी श्रेष्ठि के पदों की संख्या का वर्ग, पदों की संख्या द्वारा ही हासित करते हैं । इसे हृष्ट विव्यति और प्रथम श्रेष्ठि के पदों की संख्या के गुणनफल की दुगुनी राशि द्वारा हासित करने पर, परस्पर बदकने योग्य उस श्रेष्ठि का प्रथम उत्पन्न होता है ।

उदाहरणार्थं प्रश्न

दो श्रेष्ठियों के सम्बन्ध में जिनमें १ ३ और २६ पदों की संख्या है प्रथम पद और प्रथम परस्पर बदकने योग्य है । एक श्रेष्ठि का बोग दूसरी श्रेष्ठि के बोग का अथवा अन्य अथवा अंश है जो एक से आरम्भ होनेवाली प्राकृत संख्याओं द्वारा गुणन अथवा भाग द्वारा प्राप्त हुआ है । हे मित्र ! इन दोनों को प्रथम पदों और प्रथमों को विक्रको ॥३९॥

गुणोत्तर श्रेष्ठि में गुणधन पूर्व श्रेष्ठि का बोग विक्रकने के किये नियम—

गुणोत्तर श्रेष्ठि में प्रथमपद को जितनी पदों की संख्या होती है उतनी बार साधारण विव्यति द्वारा गुणित करने पर गुणधन प्राप्त होता है । जब गुणधन प्रथमपद द्वारा हासित होकर तथा एक कम साधारण विव्यति द्वारा भागित होकर गुणोत्तर श्रेष्ठि के बोग के बराबर हो जाता है ॥४०॥

(१८) द्वितीय अध्याय की ८९ वीं याथा का नोट देखिये ।

(५) द्वितीय अध्याय की ९ वीं याथा का नोट देखिये ।

अत्रोद्देशकः

पादोत्तरं दलास्यं पदं त्रिपादांशक समुद्दिष्टः । स्वेष्टं चतुर्थभागः किं व्युत्कलित समाकलय ॥४८॥
प्रभवोऽर्धं पञ्चाशः प्रचयो द्विज्यंशको भवेद्गच्छः । पञ्चाष्टाशःस्वेष्टं पदमृणमाचक्ष्व गणितज्ञ ॥४९॥

आदिश्चतुर्थभागः प्रचयः पञ्चाशकस्त्रिपञ्चाशः ।

गच्छो वाञ्छागच्छो दशमो व्यवकलितमानं किम् ॥५०॥

त्रिभागौ द्वौ वक्र पञ्चमांशश्चयःस्यात् पदं त्रिघ्न पादः पञ्चमःस्वेष्टगच्छ ।

षडंश.सप्तांशो वा व्यय को वद त्वं कलावास प्रज्ञाचन्द्रिकाभास्वदिन्दो ॥५१॥

द्वादशपद चतुर्थर्णोत्तरमर्धोनपञ्चकं वदनम् । त्रिचतु.पञ्चाष्टेष्टपदानि व्युत्कलितमाकलय ॥५२॥

गुणसंकलितव्युत्कलितोदाहरणम् ।

द्वित्रिभागरहिताष्टमुखं द्विज्यंशको गुणचयोऽष्ट पद भो. ।

मित्र रत्नगतिपञ्चपदानीष्टानि शेषमुखवित्तपदं किम् ॥५३॥

इति भिन्नव्युत्कलितं समाप्तम्^३ ।

१ M च चतुर्भागः ।

२ M किं व्युत्कलित समाकलय ।

३ M और M में इसके पश्चात् “इति सारसङ्गहे महावीराचार्यस्य कृतौ द्वितीयव्यवहारसमाप्तः”
जोड़ा गया है । यह वास्तव में भूल प्रतीत होती है ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

दी हुई श्रेढि में प्रचय ३ है, प्रथमपद ३ है, पदों की संख्या ३ है और चुनी हुई पदों की (हटाई जाने वाली) संख्या ३ है । ऐसी श्रेढि की शेष श्रेढि का योग निकालो ॥४८॥ समान्तर श्रेढि के सम्बन्ध में प्रथमपद ३ है, प्रचय ३ है और पदों की संख्या ३ है । यदि हटाये जाने वाले पदों की संख्या ३ है तो हे गणितज्ञ, शेष श्रेढि का योगफल बताओ ॥४९॥ दी हुई श्रेढि में प्रथमपद ३ है, प्रचय ३ है और पदों की संख्या ३ है । यदि चुनी हुई पदों की संख्या ३ हो तो शेष श्रेढि का योगफल बतलाओ ॥५०॥ प्रथमपद ३ है, प्रचय ३ है, पदों की संख्या ३ है और चुनी गई पदों की संख्या ३ है अथवा ३ है । हे चंद्रमा के प्रकाश रूपी बुद्धि से चमकते हुए चंद्रमा कि भाति कला के वास । मुझे बतलाओ कि शेष पदों की संख्या का योग क्या होगा ? ॥५१॥ दी हुई श्रेढि के पदों की संख्या ३२ है, प्रचय — ३ (ऋण ३) है और प्रथमपद ३ है तथा चुनी गई पदों की संख्याएं क्रमशः ३, ४, ५ अथवा ८ हैं । शेष पदों की संख्या का योगफल अलग-अलग निकालो ॥५२॥

गुणोत्तर श्रेढि में व्युत्कलित का उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रथमपद ७ है, साधारण निष्पत्ति ३ है और पदों की संख्या ८ है । चुनी हुई पदों की संख्याएं क्रमशः ३, ४, ५ हैं । बतलाओ कि शेष श्रेढियों के सम्बन्ध में प्रथमपद, योग और पदों की संख्या क्या-क्या हैं ? ॥५३॥

इस प्रकार, कलासवर्ण व्यवहार में, भिन्न व्युत्कलित नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

(५१) कला के यहाँ दो अर्थ हैं—प्रथम तो ज्ञान और अन्य “चंद्रमा के अंक” ।

अत्रोद्देशकः

मात्रवार्धिसुवनानि पदाम्यम्भोधिपञ्चमुनयश्चिह्नास्तः ।

सत्तराणि घवनानि कति स्युर्युम्मसंकञ्चितवित्तसमेषु ॥४४॥

इति मिश्रसंकञ्चितं समाप्तम् ।

मिश्रव्युत्कलितम्

मिश्रव्युत्कलिते करणसूत्रं यथा—

गण्डाधिकेष्टमिष्टं अथहतमूनेत्तरं द्विहादियुतम् । शेषेष्टपदाधगुणं व्युत्कलितं स्वेष्टविशं च ॥४५॥

शेषगण्डस्थाद्यानयनसूत्रम्—

प्रथमार्धेन प्रथमो युतश्चमनष्टपद्व्यथाधार्ध्याम् । शेषस्य पदस्याद्विभक्तस्तु पूर्वोक्तं एव भवेत् ॥४६॥

गुणगुणितेऽपि अयादी तथैव भेदोऽयमत्र शेषपदे ।

इष्टपदमितगुणाद्विगुणितप्रथमो भवेद्भवसम् ॥४७॥

१ ४५ प्रथमगुमितेष्टगण्डस्थादिः प्रथमः पदस्य शेषस्य । पूर्वोक्तः प्रथमत्वादिहस्य प्राक्तनादेव ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

पत्नों की संख्या क्रमात् ५, ४ और ३ है । साधारण निष्पत्ति तथा बराबर प्रथम क्रमात् ३, ३ और ३ हैं । इन समान योग वाली गुणोत्तर तथा समाप्तर श्रेणियों के संवत्सी प्रथम पत्नों की श्रृंखलाओं (values) को निकालो ॥४४॥

इस प्रकार कक्षासर्वथ व्यवहार में संकलित नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

मिश्र व्युत्कलित [श्रेणिक रूप मिश्रों का व्युत्कलन]

मिश्र व्युत्कलित क्रिया को करने का विषय मिश्रकलित है—

श्रेणि में कुछ पत्नों की संख्या को चुने हुए पत्नों की संख्या में सम्मिश्रित करो और स्वयं चुनी हुई पत्नों की संख्या को अलग से को । इन श्रितियों में से मल्येक को प्रथम द्वारा गुणित करो और गुणनफल को प्रथम द्वारा ह्रासित करो तथा दो द्वारा गुणित करो । इन परिणामी श्रितियों को अब क्रमशः शेषपदों की संख्या की आधी शक्ति और पत्नों की चुनी हुई संख्या की आधी शक्ति द्वारा गुणित करते हैं तब क्रम से शेष श्रेणि का योग तथा श्रेणि के चुने हुए भाग का योग प्राप्त होता है ॥४५॥

एतद् गण्ड सम्बन्धी प्रथम पद को निकालने के लिये विषय—

श्रेणि का प्रथमपद प्रथम की आधी शक्ति द्वारा ह्रासित होकर और प्रथम द्वारा गुणित चुनी हुई पत्नों की संख्या द्वारा निकाला जाकर तथा प्रथम की आधी शक्ति द्वारा भी निकाला जाकर शेष श्रेणि के शेष पत्नों की संख्या के प्रथम पद को उत्पन्न करता है । वैसे प्रथम ही हुई श्रेणि में होता है वैसे ही प्रथम शेष श्रेणि का होता है ॥४६॥ गुणोत्तर श्रेणि के विषय में भी साधारण निष्पत्ति और प्रथमपद एक जैसे ही होते हैं वैसे कि वी हुई श्रेणि और उसके चुने हुए भाग में होते हैं । वी हुई श्रेणि के प्रथम पद में साधारण निष्पत्ति को उतन बार गुणित करते हैं जितनी कि चुनी हुई पत्नों की संख्या वाली है । प्राप्त गुणनफल शेष श्रेणि का प्रथमपद होता है । शेष श्रेणि के प्रथमपद और वी हुई श्रेणि के प्रथमपद में वही अंतर होता है ॥४७॥

(४५) द्वितीय अध्याय की १ ६ वीं याया का नोट देखिये ।

(४६) द्वितीय अध्याय की १ ९ वीं याया का नोट देखिये ।

(४७) द्वितीय अध्याय की ११ वीं याया का नोट देखिये ।

अत्रोद्देशकः

पादोत्तरं दलास्यं पदं त्रिपादांशक समुद्दिष्टं । स्वेष्टं चतुर्थभागः किं व्युत्कलित समाकलय ॥४८॥
प्रभवोऽर्धं पञ्चांशः प्रचयो द्वित्र्यंशको भवेद्गच्छः । पञ्चाष्टांशःस्वेष्टं पदमृणमाचक्ष्व गणितज्ञ ॥४९॥

आदिश्चतुर्थभागः प्रचयः पञ्चाशकस्त्रिपञ्चांश ।

गच्छो वाञ्छागच्छो दशमो व्यवकलितमानं किम् ॥५०॥

त्रिभागौ द्वौ वक्र पञ्चमाशश्चयःस्यात् पदं त्रिघ्नः पादः पञ्चमःस्वेष्टगच्छः ।

षडंशसप्तांशो वा व्यय को वद त्व कलावास प्रज्ञाचन्द्रिकाभास्वदिन्दो ॥५१॥

द्वादशपद चतुर्थणोत्तरमर्धोनपञ्चकं वदनम् । त्रिचतुःपञ्चाष्टेष्टपदानि व्युत्कलितमाकलय ॥५२॥

गुणसकलितव्युत्कलितोदाहरणम् ।

द्वित्रिभागरहिताष्टमुख द्वित्र्यंशको गुणचयोऽष्ट पदं भोः ।

मित्र रत्नगतिपञ्चपदानीष्टानि शेषमुखवित्तपदं किम् ॥५३॥

इति भिन्नव्युत्कलितं समाप्तम्^३ ।

१ M च चतुर्भागः ।

२ M किं व्युत्कलित समाकलय ।

३ R और M में इसके पश्चात् “इति सारसङ्ग्रहे महावीराचार्यस्य कृतौ द्वितीयव्यवहारसमाप्तः”
कोड़ा गया है । यह वास्तव में भूल प्रतीत होती है ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

दी हुई श्रेढि में प्रचय १ है, प्रथमपद ३ है, पदों की सख्या ३ है और चुनी हुई पदों की (हटाई जाने वाली) सख्या १ है । ऐसी श्रेढि की शेष श्रेढि का योग निकालो ॥४८॥ समान्तर श्रेढि के सम्बन्ध में प्रथमपद ३ है, प्रचय १ है और पदों की सख्या ३ है । यदि हटाये जाने वाले पदों की सख्या १ है तो हे गणितज्ञ, शेष श्रेढि का योगफल बताओ ॥४९॥ दी हुई श्रेढि में प्रथमपद ३ है, प्रचय २ है और पदों की सख्या ६ है । यदि चुनी हुई पदों की सख्या ५ हो तो शेष श्रेढि का योगफल बताओ ॥५०॥ प्रथमपद ३ है, प्रचय १ है, पदों की सख्या ३ है और चुनी गई पदों की सख्या २, ३ अथवा ३ है । हे चन्द्रमा के प्रकाश रूपी बुद्धि से चमकते हुए चन्द्रमा कि भाति कला के वास ! सुझे बताओ कि शेष पदों की सख्या का योग क्या होगा ? ॥५१॥ दी हुई श्रेढि के पदों की सख्या १२ है, प्रचय — १ (ऋण १) है और प्रथमपद ४ है तथा चुनी गई पदों की सख्याएं क्रमशः ३, ४, ५ अथवा ८ हैं । शेष पदों की सख्या का योगफल अलग-अलग निकालो ॥५२॥

गुणोत्तर श्रेढि में व्युत्कलित का उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रथमपद ७ है, साधारण निष्पत्ति ३ है और पदों की सख्या ८ है । चुनी हुई पदों की सख्याएं क्रमशः ३, ४, ५ हैं । बताओ कि शेष श्रेढियों के सम्बन्ध में प्रथमपद, योग और पदों की सख्या क्या-क्या हैं ? ॥५३॥

इस प्रकार, कलासवर्णन्यवहार में, भिन्न व्युत्कलित नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

(५१) कला के यहाँ दो अर्थ हैं—प्रथम तो ज्ञान और अन्य “चन्द्रमा के अक” ।

कलासवर्णपद्धतिः

इत परं कलासवर्णे पद्धतिमुवाहरिष्याम—

भागप्रमाणावयव भागभागो भागानुबन्धं परिकीर्तितोऽहः ।

मागापवाहं सह भागमात्रा पद्धतावयोऽमुत्र कलासवर्णे ॥५४॥

भागव्यतिः

तत्र भागव्यतौ करणसूत्रं यथा—

सदृशद्वयच्छेदद्वयौ मिश्रोऽश्वहारी समच्छिदावधौ ।

छुत्सैकहरो योभ्यौ त्याज्यौ वा भागव्यतिविधौ ॥५५॥

कलासवर्ण पद्धति (छ प्रकार के मिश्र)

यद्यपि हम छः प्रकार के मिश्रों का प्रतिपादन करेंगे—

भाग (साधारण मिश्र) प्रयोग (मिश्रों के मिश्र) भागभाग (अद्विक या संकर मिश्र complex fractions) भागानुबन्ध (संयुक्त मिश्र fractions in association) भागापवाह (विपचय मिश्र fractions in dissociation) और भाग मात्र (मिश्र जिनमें कवर कथित मिश्रों में से दो वा अधिक मिश्र सम्मिश्रित हों) ये मिश्रों के छः भेद कह सकते हैं ॥५४॥

भागव्यति [साधारण मिश्रों का जोड़ और घटाना]

साधारण मिश्रों का क्रिया (करण) सम्बन्धी विषय—

दिये गये दो साधारण मिश्रों सम्बन्धी क्रियाओं में प्रत्येक के अंश और हर को, उभय साधारण गुणकद्वय द्वारा हरों को विभाजित करने से प्राप्त भजनफलों द्वारा एकान्तर से गुणित करते हैं । ये मिश्र इस तरह प्रहासित होकर समान हर वाले हो जाते हैं । तब इनमें से कोई एक हर अलग कर अंशों को जोड़ते अथवा घटाते हैं [चाकि दूसरे समान हर के सम्बन्ध में परिष्करी शक्ति अंश हो] ॥५५॥

(५५) मिश्रों का साधारण हरों में प्रहासित करने का निम्न कैबक मिश्र युग्म के लिये प्रयोग्य है । निम्नलिखित उदाहरण से यह निश्चय स्पष्ट हो जायेगा—

$\frac{अ}{कख} + \frac{ब}{खग}$ को हल करने के लिये यहाँ, “अ” और “कख” को “य” से गुणित करते हैं जोकि दूसरे मिश्र के हर “खग” को हरों के साधारण गुणनखण्ड का द्वारा विभाजित करने पर महत्फल “य” के रूप में प्राप्त होता है । इसी प्रकार दूसरे मिश्र में “ब” और “खय” को “क” से गुणित करते हैं जो प्रथम मिश्र के हर “कख” को हरों के साधारण गुणनखण्ड “खग” द्वारा विभाजित करने पर “क” के रूप में प्राप्त होता है । इस तरह इनमें क्रमशः $\frac{अय}{कखग}$ और $\frac{बक}{कखग}$ प्राप्त होते हैं । इस तरह

$$\frac{अय}{कखग} + \frac{बक}{कखग} = \frac{अय + बक}{कखग}$$

प्रकारान्तरेण समानच्छेदमुद्गावयितुमुत्तरसूत्रम्—

छेदापवर्तकानां लब्धानां चाहतौ निरुद्धः स्यात् । हरहतनिरुद्धगुणिते हारांशगुणे समो हारः ॥५६॥

अत्रोद्देशकः

जम्बूजम्बीरनारङ्गचोचमोचाम्रदाडिमम् । अक्रपीडलषड्भागद्वादशांशकविशकैः ॥५७॥

हेम्रस्त्रिशचतुर्विंशैनाष्टमेन यथा क्रमम् । श्रावको जिनपूजायै तद्योगे किं फलं वद ॥५८॥

अष्टपञ्चदशं विंशं सप्तषट्त्रिंशदंशकम् । एकादशत्रिषष्ट्यंशमेकविंशं च सङ्क्षिप ॥५९॥

एकद्विकत्रिकाद्येकोत्तरनवदशकषोडशान्त्यहराः ।

निजनिजमुखप्रमांशाः स्वपराभ्यस्ताश्च किं फलं तेषाम् ॥६०॥

१ यह और अनुगामी श्लोक III में अप्राप्य है ।

२ P में ५७ और ५८ श्लोक छूट गये हैं ।

३ यह श्लोक केवल II और B में प्राप्य है ।

साधारण (common) हर को दूसरी विधि द्वारा निकालने का नियम—

हरों के सभी सभव गुणनखंडों और उनके सभी अन्तिम (ultimate) भजन फलों के सन्तत गुणन से निरुद्ध (लघुत्तम समापवर्त्य) प्राप्त होता है । निरुद्ध को हरों द्वारा भाजित करने से प्राप्त भजन फलों में हरों और अंशों का गुणन करते हैं । इस प्रकार से प्राप्त हरों और अंशों सम्बन्धी अपवर्त्यों के हर समान होते हैं ॥५६॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

एक श्रावक ने जिन पूजा के लिए जम्बूफल, नीबू, नारंगी, नारियल, केले, आम और अनार क्रमशः ३, ६, १२, २०, ३०, ४२, ५४ और ६० स्वर्णमुद्रार्थों के खरीदे, मुझे बतलाओ कि जब इन भिन्नों का योग किया जाय तो क्या परिणाम होगा ? ॥५७-५८॥ ६२, २०, ३६, ६३ और २५ को जोड़ो ॥५९॥ भिन्नो के ३ समूह हैं, जहाँ हर १, २, और ३ से क्रमश आरम्भ होते हैं और उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ते चले जाते हैं जब तक कि ऐसे हरों में अंतिम ९, १० और १६ (क्रमश. विभिन्न समूह में) नहीं हो जाते । इन भिन्नो के समूह में अंश, हरों के समूह की प्रथम संख्या के तुल्य हैं, और इन उपर कथित प्रत्येक समूह वालों का प्रत्येक हर उत्तरवर्ती द्वारा गुणित किया जाता है । अंतिम हर, प्रत्येक दशा में अपरिवर्तित रहता है क्योंकि उसके उत्तरवर्ती हर का अभाव रहता है) । बतलाओ कि अंतमें इन परिणामी भिन्नो के प्रत्येक समूह का योग क्या होगा ? ॥६०॥ भिन्नो के चार कुलक (sets) हैं । हर १, २, ३ और ४ से क्रमश आरम्भ होते हैं और उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ते चले जाते हैं जब तक कि अंतिम हर भिन्न २ कुलकों में क्रमवार २०, ४२, २५ और ३६ नहीं हो जाते । इन भिन्नो के कुलकों के अंश इन हरों के कुलकों की प्रथम संख्या के बराबर हैं । हरों के कुलक का प्रत्येक भिन्न उत्तरवर्ती द्वारा गुणित किया जाता है (अंतिम हर प्रत्येक दशा में अपरिवर्तित रहता है ।) अत में, परिणामी भिन्नो में

(६०) परिणामी प्रश्न ये हैं:—मान बतलाओ—

$$(1) \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} + \frac{1}{n+1},$$

ग० सा० सं०-७

कलासवर्णपद्जातिः

इत परं कलासवर्णे पद्जातिमुदाहरिष्याम—

भागप्रभागवध भागभागो भागानुबन्ध परिकीर्तितोऽनः ।

भागपबाहू सह भागमात्रा पद्जातयो ऽमुत्र कलासवर्णे ॥५४॥

भागजातिः

तत्र भागजातौ करणसूत्रं यथा—

सदृशद्वयच्छेदद्वयौ भिन्नोऽशुद्धादौ समच्छिन्नदावशौ ।

छुट्टेकद्वयौ चोन्म्यौ त्वात्म्यौ वा भागजातिविधौ ॥५५॥

कल्यसवर्ण पद्जाति (छ प्रश्न के मिला)

अब हम छः प्रकार के भिन्नो का प्रतिपादन करेंगे—

भाग (साधारण भिन्न) प्रभाग (भिन्नो के भिन्न) भागभाग (बटिक या संकर भिन्न complex fractions) भागानुबन्ध (संयुक्त भिन्न fractions in association) भागपबाहू (विपन्न भिन्न fractions in dissociation) और भाग मात्र (भिन्न जिनमें ऊपर कथित भिन्नो में से दो या अधिक भिन्न सम्मिश्रित हों) ये भिन्नो के छः भेद कहकारते हैं ॥५५॥

भागजाति [साधारण भिन्नो का जोड़ और घटाना]

साधारण भिन्नो का क्रिया (करण) सम्बन्धी नियम—

दिये गये दो साधारण भिन्नो सम्बन्धी क्रियाधो में प्रत्येक के अंश और हर को उन्मय साधारण गुणनखंड द्वारा हरों को विभाजित करने से प्राप्त नखनखण्डों द्वारा एकान्तर से गुणित करते हैं । ये भिन्न इस तरह प्रहासित होकर समान हर बाँके हो जाते हैं । तब हमें से कोई एक हर अग्रग कर अंशों को जोड़ते अथवा घटाते हैं [ताकि दूसरे समान हर के सम्बन्ध में परिणामी शक्ति अंश हो] ॥५५॥

(५५) भिन्नो का साधारण हरों में प्रहासित करने का नियम केवल भिन्न गुण्य के लिये प्रयोक्त्य है । निम्नलिखित उदाहरण से यह नियम स्पष्ट हो जावेगा—

$\frac{अ}{कख} + \frac{ब}{लग}$ को हक करने के लिये यहाँ, “अ” और “कख” को “य” से गुणित करते हैं जोकि

दूसरे भिन्न के हर “लग” को हरों के साधारण गुणनखण्ड ल द्वारा विभाजित करने पर मखनकख “य” के रूप में प्राप्त होता है । इसी प्रकार दूसरे भिन्न में “ब” और “लग” को “क” से गुणित करते हैं जो प्रथम भिन्न के हर “कख” को हरों के साधारण गुणनखण्ड “ल” द्वारा विभाजित करने पर “क”

के रूप में प्राप्त होता है । इस तरह हमें अन्तय $\frac{अय}{कखय}$ और $\frac{बक}{कलय}$ प्राप्त होते हैं । इस तरह

$$\frac{अय}{कखय} + \frac{बक}{कलय} = \frac{अय + बक}{कलय}$$

त्र्यधिका सप्ततिरस्मात्सपञ्चपञ्चाशदपि च सा द्विगुणा ।
सप्तकृतिः सचतुष्का सप्ततिरेकोनविंशतिद्विशतम् ॥७०॥
द्वारा निरूपिता अशा एकाद्येकोत्तरा अमून् । प्रक्षिप्य फलमाचक्ष्व भोगजात्यन्धिपारग ॥७१॥

अत्रांशोत्पत्तौ सूत्रम्—

एक परिकल्प्यांशं तैरिष्टैः समहरांशकान् हन्यात् ।
यद्गुणिताशसमासः फलसदृशोऽशास्त एवेष्टा ॥७२॥

एकांशवृद्धीनां राशीनां युतावशाद्द्वारस्याविक्रये सत्यशोत्पादक सूत्रम्—

समहारैकांशकयुतिहृतयुत्यशोऽश एकवृद्धीनाम् ।
शेषभित्तराशयुतिहृतमन्याशोऽस्त्येवमा चरमात् ॥७३॥

१ B प्रोत्तीर्णगणितार्णव ।

२ B सदृशवृद्धयंशराशीना अंशोत्पादक सूत्रम् ।

अश १ से आरम्भ होकर उत्तरोत्तर क्रमवार १ द्वारा बढ़ते चले जाते हैं । इस सब भिन्नो को जोड़कर, हे भिन्न रूपी महासागर के उसपार पहुँचनेवाले, योगफल को बतलाओ ॥६७-७१॥

जब भिन्नो के हर तथा योग दिये गये हों तो अश निकालने के लिये नियम—

सब दिये गये हरों के सम्बन्ध में अश को 'एक' बनाओ, तब किसी भी तरह चुनी हुई सख्याओं द्वारा साधारण हरों में लाये गये अंशों को गुणित करो । यहा वे सख्यायें चाहे हुए अशों में बदल जाती हैं, जिनका योग सवधित भिन्नो के योग के बराबर होता है ॥७२॥

जब भिन्नो के योग का हर अश से बड़ा हो और अंश उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ते चले जाते हों, तो ऐसे भिन्नो के सम्बन्ध में अशों के निकालने के लिये नियम—

सम्बन्धित भिन्नो के दिये गये योग को तथा जिनके अश 'एक' होते हैं ऐसे भिन्नो को साधारण हरों में प्रहासित कर लिया जाता है । भिन्नो के दिये गये योग को ऐसे भिन्नो के योग द्वारा भाजित करने से प्राप्त भजनफल उन अशों में से प्रथम चाहा हुआ अश बन जाता है । इसके पश्चात् के इष्ट अंश उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ते चले जाते हैं और जिन्हें निकाला जा सकता है । इस भाग में प्राप्त शेषफल को समान हर वाले अन्य अंशों द्वारा विभाजित करने पर, परिणामी भजनफल दूसरा चाहा हुआ अंश बन जाता है जब कि वह प्रथम में जो कि पहिले ही प्राप्त हो चुका है, जोड़ दिया जाय । इस तरह अंत तक प्रश्न का साधन करना पड़ता है ॥७३॥

(७२) सूत्र ७४ के प्रश्न को हल करने से यह नियम स्पष्ट हो जावेगा । यहाँ प्रत्येक दिये गये हर के सम्बन्ध में अश एक मान लिया जाता है, इस तरह हमें २, ३, ४ प्राप्त होते हैं जो एक से हरों में प्रहासित किये जाने पर $\frac{२}{३}$, $\frac{२}{४}$, $\frac{२}{५}$ हो जाते हैं । जब अंशों को क्रमवार २, ३ और ४ से गुणित करते हैं तो इस तरह प्राप्त गुणनफलों का योग दिये गये योग का अंश (८७७) हो जाता है । इसलिये, २, ३, और ४ चाहे हुए अश हैं । आलोकनीय है, कि इस दिये गये योग का हर उतना है जितना कि भिन्नो का साधारण हर है ।

(७३) इस नियम के अनुसार ७४ वीं गाथा का प्रश्न इस प्रकार साधित होता है—

एकत्रिकत्रिकाद्यास्तुराद्याश्चैकवृद्धिका हारा ।
 निबन्धनिबन्धमुक्षप्रमांशाः स्वासन्नपराहता क्रमशः ॥६१॥
 विंशत्यमृताः पञ्चगुणसप्तान्ताः पञ्चवर्गपञ्चमकाः । पद्त्रिंशत्स्याद्वात्याः सङ्क्षेपे किं फलं तेषां ॥६२॥
 चन्दनपनसारागकुङ्कुममज्जेष्ट विनमहाय नर ।
 चरजवृक्षविद्यपञ्चमभोगे कनकस्य किं शेषम् ॥६३॥
 पार्थ पञ्चांशमर्घं त्रिगुणितवृक्षं सप्तविंशतिशकं च
 स्वर्णद्वन्द्वं प्रदाय त्मिर्षैसितकमलं स्त्यानवम्बाम्बुगुणम् ।
 श्रीरुण्डं त्वं गृहीत्वानय विनसदनप्रार्चनायात्प्रथीम्या-
 मित्यथ भावकार्यो भयं गणक कियच्छेषमंशाग्विशेष्य ॥६४॥
 बौद्धपञ्चमुक्तौ हारावुभयेऽप्येकवृद्धिका । त्रिंशद्वन्ताः पराभ्यस्तास्तुर्गुणितपञ्चिमा ॥६५॥
 स्वस्त्रवृक्षप्रमाण्यांशा रूपात्संशोष्य तद्द्वयम् । शेषं सखे समापद्य प्रोक्षीर्कौण्डिणितार्णव ॥६६॥
 एकोनविंशतिरथ क्रमात् त्रयोविंशतिर्द्विपष्टिम् । रूपविहोना त्रिंशत्तत्त्रयोविंशतिशतं स्यात् ॥६७॥
 पञ्चत्रिंशत्तस्माद्दष्टाशतिकाशतं विनिर्विष्टम् । सप्तत्रिंशत्सुष्मावृष्टानवतित्रिकोनपञ्चाशत् ॥६८॥
 अत्वारिंशत्सप्तिका सैका च पुनः शतं मयोदशकम् । एकत्रिंशद्वत् स्याद्वृष्टानवति सप्तपञ्चाशत् ॥६९॥

१ ६३ और ६५ श्लोक ४ और ३ में प्राप्य है ।

२ ४ मुद्र

३ यह श्लोक ४ में छूट गया है । ५ ३ विद्यत्य ।

६ यह श्लोक ४ में अप्राप्य है । ६ ४ और ३ भावदात्मन्विपारग ।

कुण्डलों को जोड़ने पर क्या योग प्राप्त होगा ? ॥६१-६९॥ एक मनुष्य ने जिन अस्त्र पर लक्ष (बंदन) ककड़ी कपूर अणक और सौंफ (कुङ्कुमज्जेष्ट) क्रमशः ५ ५ ५ और ५ स्वर्ण मुद्रा के १ स्वर्ण मुद्रा में से करीबे । बतलाओ क्या देय है ? ॥६३॥ एक योग्य भावक ने मुझे दो स्वर्ण मुद्राएँ देते हुए कहा कि जिन मंत्रों में पूजा के लिये ५ ५ ५ और ५ स्वर्ण मुद्रा के क्रमशः विकसित श्वेत क्रमशः गाढ़ा लही लुप्त और बंदन ककड़ी काओ । हे मित्र ! मुझे बतलाओ कि इतने कर्य के पश्चात् मेरे पास स्वर्ण मुद्रा का कितना भाग बचा ? ॥६४॥ मित्रों के दो कुण्डल हैं । हर क्रमशः ८ और ५ से आरम्भ होते हैं और दोनों दशाओ में अन्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ते जाते हैं जब तक कि दोनों दशाओं में अंतिम हर ३ नहीं हो जाय । इन कुण्डलों के बचा होनें कुण्डलों के हर के प्रथम पद के पुन्य है । प्रत्येक कुण्डल के हलों में से प्रत्येक अपने अन्तरवर्ती द्वारा गुणित होता है । अंतिम हर दोनों दशाओं में ७ द्वारा गुणित किया जाता है । मित्रों के दोनों परिधामी कुण्डलों को जोड़ने से प्राप्त होनें योगों में प्रत्येक में से एक बचाने के पश्चात् हे साधारण मित्र महासागर के पार उतरने वाले मित्र मुझे बतलाओ कि क्या शेष रहेगा ? ॥६५-६९॥ कुल दिये हुए मित्रों के हर क्रमशः १९ २३ ३२ २९, १९३ ३५, १८८ ३७ ९८ १७ ३१ ११६ ३१ ९९ ५७ ७३ ५५ ११ ७९, ७७ २१९ हैं; और,

$$(II) \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5}$$

$$(III) \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5 \times 5} + \frac{5}{5}$$

त्र्यधिका सप्ततिरस्मात्सपञ्चपञ्चाशदपि च सा द्विगुणा ।
सप्तकृतिः सचतुष्का सप्ततिरेकोनविंशतिद्विशतम् ॥७०॥
हारा निरूपिता अशा एकाद्येकोत्तरा अमून् । प्रक्षिप्य फलमाचक्ष्व भौगजात्यन्धिपारग ॥७१॥

अत्रांशोत्पत्तौ सूत्रम्—

एकं परिकल्प्यांशं तैरिष्टैः समहरांशकान् हन्यात् ।
यद्गुणितांशसमासः फलसदृशोऽशास्त एवेष्टा ॥७२॥

एकांशवृद्धीनां राशीनां युतावंशाद्धारस्याधिक्ये सत्यशोत्पादक सूत्रम्—

समहारैकांशकयुतिहृतयुत्यशोऽश एकवृद्धीनाम् ।
शेषमितरांशयुतिहृतमन्याशोऽस्त्येवमा चरमात् ॥७३॥

१ B प्रोत्तीर्णगणितार्णव ।

२ B सदृशवृद्धयंशराशीना अंशोत्पादक सूत्रम् ।

अश १ से आरम्भ होकर उत्तरोत्तर क्रमवार १ द्वारा बढ़ते चले जाते हैं । इस सब भिन्नो को जोड़कर, हे भिन्न रूपी महासागर के उसपार पहुँचनेवाले, योगफल को बतलाओ ॥६७-७१॥

जब भिन्नो के हर तथा योग दिये गये हों तो अंश निकालने के लिये नियम—

सब दिये गये हरों के सम्बन्ध में अश को 'एक' बनाओ, तब किसी भी तरह चुनी हुई संख्याओं द्वारा साधारण हरों में लाये गये अंशों को गुणित करो । यहा वे संख्यायें चाहे हुए अंशों में बदल जाती हैं, जिनका योग संबंधित भिन्नो के योग के बराबर होता है ॥७२॥

जब भिन्नो के योग का हर अंश से बड़ा हो और अंश उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ते चले जाते हों, तो ऐसे भिन्नो के सम्बन्ध में अशों के निकालने के लिये नियम—

सम्बन्धित भिन्नो के दिये गये योग को तथा जिनके अश 'एक' होते हैं ऐसे भिन्नो को साधारण हरों में प्रहासित कर लिया जाता है । भिन्नो के दिये गये योग को ऐसे भिन्नो के योग द्वारा भाजित करने से प्राप्त भजनफल उन अशों में से प्रथम चाहा हुआ अश बन जाता है । इसके पश्चात् के हृष्ट अंश उत्तरोत्तर एक द्वारा बढ़ते चले जाते हैं और जिन्हें निकाला जा सकता है । इस भाग में प्राप्त शेषफल को समान हर वाले अन्य अंशों द्वारा विभाजित करने पर, परिणामी भजनफल दूसरा चाहा हुआ अंश बन जाता है जब कि वह प्रथम में जो कि पहिले ही प्राप्त हो चुका है, जोड़ दिया जाय । इस तरह अंत तक प्रश्न का साधन करना पड़ता है ॥७३॥

(७२) सूत्र ७४ के प्रश्न को हल करने से यह नियम स्पष्ट हो जावेगा । यहाँ प्रत्येक दिये गये हर के सम्बन्ध में अश एक मान लिया जाता है, इस तरह हमें २, ३, ४ प्राप्त होते हैं जो एक से हरों में प्रहासित किये जाने पर २, ३, ४ हो जाते हैं । जब अशों को क्रमवार २, ३ और ४ से गुणित करते हैं तो इस तरह प्राप्त गुणनफलों का योग दिये गये योग का अंश (८७७) हो जाता है । इसलिये, २, ३, और ४ चाहे हुए अश हैं । आलोकनीय है, कि इस दिये गये योग का हर उतना है जितना कि भिन्नो का साधारण हर है ।

(७३) इस नियम के अनुसार ७४ वीं गाथा का प्रश्न इस प्रकार साधित होता है—

अत्रोद्देशकः

नयकद्वयीकादशकृतराशीनां नवतिनवशतीमत्ता । श्र्यूनाक्षीत्यष्टकती संयोग केंऽऽशुका कवय ॥०४॥

उद्योत्पत्तौ सूत्रम्—

रूपांशकराशीना रूपाणांक्रिगुणिता हरा क्रमशः ।

द्विद्विष्यशास्यस्तावादिमपरमौ फले रूपे ॥०५॥

उदाहरणार्थं मदन

१ १ और ११ द्वारा क्रमशः विभाजित की गई कुछ संख्याओं का योग ८०० मानित ३९ है । बतलाओ कि मिश्रों को जोड़ने की इस क्रिया में अंश क्या क्या हैं ? ॥०४॥

चाहे हुए हरी को निकालने के लिये नियम—

एक अंश वाली विभिन्न मिश्रणीय राशियों का योग जब 'एक' हो तब चाहे हुए हर एक के आरम्भ होकर क्रमवार अचरोत्तर १ से गुणित किये जाते हैं इस तरह प्राप्त प्रथम और अंतिम हर फिर से क्रमशः २ और ३ द्वारा गुणित किये जाते हैं ॥०५॥

प्रत्येक दिये गए हरी के सम्बन्ध में अंश को एक मानकर तथा मिश्रों को समान हरी में प्रकृतित करने पर २२४ २२६ और २२८ प्राप्त होते हैं । लिये गये योग २२३ को इन मिश्रों के योग २२३ द्वारा विभाजित करने पर हमें मजनपक्ष १ प्राप्त होता है जो प्रथम हर सम्बन्धी अंश है । इस माय में प्राप्त योग, २०९ को योग माने हुए अंशों के योग १८९ द्वारा विभाजित करत हैं जिससे मजनपक्ष १ प्राप्त होता है । इस मजनपक्ष १ को प्रथम मिश्र के अंश ९ में जोड़ने पर द्वितीय हर सम्बन्धी अंश प्राप्त हो जाता है । इस दूसरे माग के योग ९ को अंतिम मिश्र के माने हुए अंश ९ के द्वारा विभाजित करत हैं, और प्राप्त मजनपक्ष १ को जब किसी मिश्र के अंश ३ में जोड़ते हैं तब अंतिम हर का अंश प्राप्त होता है । इसलिये, ये मिश्र, जिनका योग ६२३ है, ये हैं:—१, २ और ३

वहाँ इस तरह अचरोत्तर निकलने गये अंश क्रमवद्ध दिये गये हरी के सम्बन्ध में चाहे हुए अंश बन जात हैं । बीबीय रूप से भी, तीन मिश्रों का योग—

$\frac{१०४ + (१ + १)}{२२३} अतः + \frac{(१ + १)}{२२३} अतः$ है और हर २३, २ और ३ हैं । इनके अंश इत

विधि से १, १ + १ और १ + १ सरलता से निकाले जा सकते हैं ।

(*) उपर्युक्त प्रकृतित रीति द्वारा प्रश्न को हल करने से यह अर्थ होता कि जब न मिश्र हो तो प्रथम और अन्तिम मिश्र को छोड़कर (n-२) पद गुणोत्तर श्रेणी में होते हैं जिसका प्रथमपद ३ और साधारण निष्पत्ति (common ratio) ३ होती है । (n-२) पदों का योग

$3 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n-2} \right\} / \left(1 - \frac{1}{3} \right)$ होता है जो प्रकृतित करने पर $2 - 2 \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$

अपत्ता, $2 - \frac{2}{3^{n-1}} \times \frac{1}{3^{n-1}}$ का रूप होता है । इससे स्पष्ट है कि जब प्रथम मिश्र २ हो तो अन्तिम

मिश्र $\frac{1}{3^{n-1}}$ का इस अन्तिम पक्ष में बढ़ने पर माय १ हो जाता है । इस सम्बन्ध में न पने वाली

अत्रोद्देशकः

पञ्चानां राशीनां रूपांशानां युतिर्भवेद्रूपम् ।

षण्णां सप्तानां वा के हाराः कथय गणितज्ञ ॥७६॥

विषमस्थाना छेदोत्पत्तौ सूत्रम्—

एकांशकराशीना व्याद्या रूपोत्तरा भवन्ति हरा । स्वासन्नपराभ्यस्ताः सर्वे दलिताः फले रूपे ॥७७॥

एकाशानामनेकाशानां चैकाशे फले छेदोत्पत्तौ सूत्रम्—

उदाहरणार्थ प्रश्न

जिनमें प्रत्येक का अंश एक है ऐसी पांच या छ अथवा सात विभिन्न भिन्नीय राशियों का योग प्रत्येक दशा में १ है । हे गणितज्ञ ! चाहे हुए हरो को निकालो ॥७६॥

भिन्नो की अयुग्म सख्या लेने पर हरो को निकालने के लिये नियम—

जिनके प्रत्येक अंश १ हों ऐसी विभिन्न भिन्नीय राशियों का योग १ हो, तो चाहे हुए हर २ से आरम्भ होकर, उत्तरोत्तर मान में १ द्वारा बढ़ते चले जाते हैं । प्रत्येक ऐसा हर उस सख्या से गुणित किया जाता है जो मान में तत्काल उत्तरवर्ती के बराबर होता है और तब उसे आधा किया जाता है ॥७७॥

कुछ दृष्ट भिन्नो के विषय में चाहे हुए हरो को निकालने के लिए नियम जबकि उनके अंशों में प्रत्येक १ अथवा १ से अन्य हो और जब उनके भिन्नीय योग का अंश भी १ हो—

गुणोत्तर श्रेढि में जिसका प्रथम पद $\frac{१}{अ}$ है और साधारण निष्पत्ति $\frac{१}{अ}$ है अ की सभी पूर्णांक घनात्मक

अर्हाओ (मानों) के लिये योग $\frac{१}{अ-१}$ से $\left\{ \frac{१}{(अ-१)अ} \times \text{श्रेढि का } (न+१) \text{ वा पद} \right\}$ न्यून होता

है । इसलिये, यदि हम गुणोत्तर श्रेढि के योग में इस गाथा के नियम के अनुसार अन्तिम भिन्न

$\left\{ \frac{१}{(अ-१)अ} \times (न-१) \text{ वा पद} \right\}$ जोड़ते हैं तो हमें $\frac{१}{अ-१}$ प्राप्त होगा । इस $\frac{१}{अ-१}$ से योग १ प्राप्त करने

के लिये उसमें $\frac{अ-२}{अ-१}$ जोड़ना पड़ता है । इस $\frac{अ-२}{अ-१}$ को नियम में प्रथम भिन्न कहा गया है और

इसका मान ३ चुना गया है क्योंकि सभी भिन्नो का अंश १ होना चाहिए ।

$$(७७) \text{ यहाँ } \frac{१}{२ \times ३ \times ३} + \frac{१}{३ \times ४ \times ३} + \frac{१}{४ \times ५ \times ३} + \dots + \frac{१}{(न-१)न \times ३} + \frac{१}{न \times ३}$$

$$= २ \left[\frac{१}{२ \times ३} + \frac{१}{३ \times ४} + \frac{१}{४ \times ५} + \dots + \frac{१}{(न-१)न} + \frac{१}{न} \right]$$

$$= २ \left[\left(\frac{१}{३} - \frac{१}{३} \right) + \left(\frac{१}{३} - \frac{१}{४} \right) + \dots + \left(\frac{१}{न-१} - \frac{१}{न} \right) + \frac{१}{न} \right]$$

$$= २ \times \frac{१}{३} = १$$

द्वयम्हरः प्रथमस्यच्छेदः सखांशकोऽयमपरस्य । प्राक् सपरेण हतोऽस्य स्वांशेनैकांशके योगे ॥७८॥

अत्रोद्देशकः

सप्तदशवक्रवृत्तयत्रयोवशांशप्रयुक्तराशौनाम् । रूपं पादः पद्य संयोगा के हरा कवय ॥७९॥

एकांशकानामेकांशेऽनेकश्रे च फले छेदोत्पत्ती सूत्रम्—

सेष्टो हारो मक्तः स्वांशेन निरप्रमादिमांशहरः । तद्युतिहारास्य सेयोऽस्मादित्यमितरेषाम् ॥८०॥

जब कुछ हर मिश्रों के योग का अंश १ हो तब उनके चाहे हुए हरों को निकालने के क्रिये योग के हर को प्रथम राशि का हर मान लो और इस हर को अपने अंश से संयुक्त कर उसे उत्तरवर्ती राशि का हर मान लो और ऐसे प्रत्येक हर को क्रमवार तत्काळ उत्तरवर्ती के द्वारा गुणित करते चले जाओ । अन्तिम हर को उसी के अंश द्वारा गुणित करो ॥७८॥

उदाहरणार्थ पद्य

जिनके अंश क्रमसाः ७, ९, ३ और १३ हैं ऐसे मिश्रों के योग १ $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{२}$ हैं । तदुक्तानो कि उन मिश्राप राशियों के हर क्या हैं ॥७९॥

जिनका अंश १ है ऐसे कुछ इच्छित मिश्रों के हर निकालने के क्रिये विषय जब कि उन मिश्रों के योग का अंश १ अपना और कोई दूसरी राशि हो—

दिय गय योग के हर को जब कोई चुनी हुई राशि में मिलाते हैं और ताकि कुछ भी दोष न बचे इस तरह उस उस योग के अंश द्वारा विभाजित करते हैं तो वह मिश्रों की चाही हुई भेदिक प्रथम अंश के सम्बन्ध में हर बन जाता है । ऊपर चुनी हुई राशि जब प्रथम मिश्र के हर द्वारा विभाजित की जाती है और दिय गय योग के हर द्वारा भी विभाजित की जाती है तब वह हर भेदिक के दोष मिश्रों के योग को उत्तरक करती है । इस भेदिक के दोष मिश्रों के इस हाथ योग से इसी तरह अन्य हरों को निकालत है ॥८०॥

(७८) बीबीच रूप से परि भाग $\frac{१}{३}$ हो, और अ, ब, स तथा द दिये गये अंश हो तो मिश्रों का निम्न रीति से जोड़त है—

$$\begin{aligned} \text{योग} &= \frac{अ}{न(न+अ)} + \frac{ब}{(न+अ)(न+अ+ब)} + \frac{स}{(न+अ+ब)(न+अ+ब+स)} \\ &+ \frac{द}{द(न+अ+ब+स)} \\ &= \frac{अ(न+अ+ब)+बन}{न(न+अ)(न+अ+ब)} + \frac{स+न+अ+ब}{(न+अ+ब)(न+अ+ब+स)} \\ &= \frac{(न+अ)(अ+ब)}{न(न+अ)(न+अ+ब)} + \frac{स+न+अ+ब}{न(न+अ+ब)} \\ &= \frac{१}{न} \end{aligned}$$

(८०) बीबीच रूप में अ, ब, स तथा द दिये गये अंश हो तो प्रथम मिश्र $\frac{१}{(न+स)/अ}$ होता है, और निम्न

अत्रोद्देशकः

त्रयाणां रूपकांशानां राशीनां के हरा वद । फलं चतुर्थभागः स्याच्चतुर्णां च त्रिसप्तमम् ॥८१॥

ऐकांशानामनेकाशानां चानेकांशे फले छेदोत्पत्तौ सूत्रम्—

इष्टहता दृष्टांशा फलांशसदृशो यथा हि तद्योगः । निजगुणहतफलहारस्तद्वारो भवति निर्दिष्टः ॥८२॥

अत्रोद्देशकः

एककांशेन राशीना त्रयाणां के हरा वद । द्वादशांशा त्रयोविंशत्यंशं च युतिर्भवेत् ॥८३॥

त्रिसप्तकनवांशानां त्रयाणां के हरा वद । द्वयूनपञ्चाशदांशा त्रिसप्तत्यंशा युतिर्भवेत् ॥८४॥

एकाशकयो राश्योरेकांशे फले छेदोत्पत्तौ सूत्रम्—

१ ८३ और ८४ श्लोक B में छूट गये हैं ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

तीन विभिन्न भिन्नीय राशियों का योग ३ है, तथा उनमें से प्रत्येक का अंश १ है । ऐसी चार अन्य राशियों का योग ३ है । बतलाओ कि हर क्या है ? ॥८१॥

जिनका अंश एक अथवा कोई और संख्या हो ऐसे कुछ इच्छित भिन्नो के हर निकालने के लिये नियम जब कि उन भिन्नो के योग का अंश १ की अपेक्षा अन्य संख्या हो—

ज्ञात अंश कुछ चुनी हुई राशियों द्वारा गुणित किये जाते हैं, ताकि इन गुणनफलों का योग इष्ट भिन्नो के दिये गये योग के अंश के बराबर हो जावे । यदि इष्ट भिन्नो के दिये गये योग के हर को उसी गुणक से विभाजित किया जाय (जिससे कि दिया गया अंश गुणित किया गया है) तो वह अंश सम्बन्धी चाहे हुए हर को उत्पन्न करता है ॥८२॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

तीन भिन्नीय राशियों में, प्रत्येक का अंश १ है । उनके हरों का मान निकालो जब कि उन राशियों का योग $\frac{2}{3}$ हो ॥८३॥ क्रमशः ३, ७ और ९ अंशवाली तीन भिन्नीय राशियों के हरों का मान बतलाओ जब कि उन राशियों का योग $\frac{5}{3}$ हो ॥८४॥

१ अंशवाली दो भिन्नीय राशियों के हरों का मान निकालने के लिये नियम जब कि उन भिन्नीय राशियों के योग का अंश १ हो—

दिये गये योग के हर को चुनी हुई संख्या द्वारा गुणित करने पर किसी एक इष्ट भिन्नीय राशि का हर प्राप्त होता है । यह हर, एक कम (पिछली) चुनी हुई संख्या द्वारा विभाजित किया जाने पर

में शेष भिन्नो का योग $\frac{प}{न+प-अ}$ कथित है, जहा 'प' चुनी हुई राशि है । यह $\frac{प}{न+प-अ}$ स्पष्ट रूप

से $\frac{अ}{न} - \frac{१}{न+प}$ को हल करने से प्राप्त होती है । यहा प को इस तरह चुनना चाहिये कि (न+प)

में अ का पूरा पूरा भाग जा सके ।

वाङ्महाहृतयुतिहारश्छेद स ष्येकवाङ्म्यातोऽन्य ।

फलहारहाररूपे स्वयोगगुणिते हरौ वा स्व ॥८५॥

अथोद्देशक

राशयोरेकांशयोश्छेदौ कौ भवेतां तयोयुति ।

बर्द्धको वक्ष्यमाणो वा ऋद्धि त्वं गणितायैवित् ॥८६॥

एकांशकयोरनेकांशयोश्च एकांशोऽनेकांशोऽपि फले छेदोत्पत्तौ प्रथमसूत्रम्—

इष्टगुणांशोऽन्यांशप्रयुक्तं छुदं हव फलांशेन । इष्टात्प्रमुविहरमा हर परस्य तु तद्विहृति ॥८७॥

१. P और Q में वह पाठान्तर सुझा है—

छुदं फलांशमकः स्वान्नांशमुतो निषेधगुणितोऽंशः ।

दूसरे इष्ट अंश को उत्पन्न करता है । अथवा, सिधे गये भोग के हर के सम्बन्ध में किसी पुने हुए भावक और प्राप्त भवकफल में से प्रत्येक को उनके भोग द्वारा गुणित करने पर दो इष्ट हरों की उत्पत्ति होती है ॥८५॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

द्वि अंशगणित के सिद्धान्तों के ज्ञाता । दो इष्ट मिश्रीय राशियों के हर निकरको जब कि उनका भोग या तो १ अथवा ५ हो ॥८६॥

मिन्ना अंश १ अथवा कोई और संख्या है ऐसे दो इष्ट मिश्रीयों के हरों को निकराने के लिये नियम जब कि उन मिश्रीयों के भोग का अंश १ अथवा कोई और संख्या हो—

कोई भी एक (either) अंश चुनी हुई संख्या द्वारा गुणित होकर उस अन्य अंश द्वारा मिश्रीय काकर उस इष्ट मिश्रीयों के सिधे गये भोग के अंश द्वारा विभाजित होकर (यदि कुछ भी सेष न रहे,) और उस ऊपर की चुनी हुई संख्या द्वारा विभाजित होकर तथा इष्ट मिश्रीयों के भोग के हर द्वारा गुणित होकर चाहे हुए हर को उत्पन्न करता है । अन्य मिश्रीय का हर इस हर को ऊपर की चुनी हुई राशि द्वारा गुणित कर प्राप्त कर सकते हैं ॥८७॥

(८५) बीबीय रूप से जब दो इष्ट मिश्रीयों का भोग $\frac{१}{n}$ है, तो इष्ट नियम के अनुसार मिन्ना क्रमशः $\frac{१}{p+n}$ तथा $\frac{१}{(p+n)/(p-१)}$ होते हैं जहाँ p कोई भी चुनी हुई राशि है । वह हीन देखने में भावैगा कि इन दोनों मिश्रीयों का भोग $\frac{१}{n}$ है ।

अथवा, जब भोग $\frac{१}{n}$ हो, उस मिन्नों का $\frac{१}{n(a+b)}$ और $\frac{१}{n(a+b)}$ किया जा सकता है ।

(८७) बीबीय रूप से यदि अ और ब अंश वाले दो इष्ट मिश्रीयों का भोग $\frac{m}{n}$ है तो वे मिन्ना

$\frac{a}{a+b} \times \frac{n}{p}$ और $\frac{b}{a+b} \times \frac{n}{p} \times p$ होंगे, जहाँ 'p' कोई भी संख्या इस तरह चुनी गई है कि

a+p+b को m द्वारा विभाजित किया जा सके । इन मिश्रीयों का भोग $\frac{m}{n}$ प्राप्त होता ।

अत्रोद्देशकः

रूपांशकयो राश्योः कौ स्यातां हारकौ युति. पादः ।

पञ्चांशो वा द्विहतः सप्तकनवकांशयोश्च वद ॥८८॥

द्वितीयसूत्रम्—

फलहारताडितांशः परांशसहितः फलांशकेन हृतः ।

स्यादेकस्य च्छेदः फलहरगुणितोऽयमन्यस्य ॥८९॥

अत्रोद्देशकः

राशिद्वयस्य कौ हारावेकांशस्यास्य संयुतिः । द्विसप्तांशो भवेद्ब्रूहि षडष्टांशस्य च प्रिय ॥९०॥

अर्धत्रयंशदशांशकपञ्चदशांशकयुतिर्भवेद्द्रूपम् । त्यक्ते पञ्चदशांशे रूपाशावत्र कौ योज्यौ ॥९१॥

दलपादपञ्चमांशकविंशानां भवति संयुती रूपम् । सप्तेकादशकाशौ कौ योज्याविद् विना विंशम् ॥९२॥

युग्मान्याश्रित्य च्छेदोत्पत्तौ सूत्रम्—

युग्मप्रमितान् भागानेकैकांशान् प्रकरप्य फलराशेः ।

तेभ्यः फलात्मकेभ्यो द्विराशिविधिना हराः साध्याः ॥९३॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

दो इष्ट भिन्नीय राशियों में प्रत्येक का अंश १ है । इनके हरों को निकालो जब कि उन राशियों का योग या तो ३ अथवा ६ हो । साथ ही, उन दो अन्य भिन्नीय राशियों के हर निकालो जिनके अंश क्रमशः ७ और ९ हैं ॥८८॥

दूसरा नियम निम्नलिखित है—

इष्ट भिन्नो में किसी एक के अंश को इष्ट भिन्नो के योग के हर द्वारा गुणित कर दूसरे अंश में मिलाने हैं । प्राप्त फल को इष्ट भिन्नो के योग के अंश द्वारा विभाजित करते हैं तो इष्ट भिन्नो में से एक भिन्न का हर उत्पन्न होता है । इस हर को जब इष्ट भिन्नो के योग के हर द्वारा गुणित करते हैं तब वह दूसरे भिन्न का हर हो जाता है ॥८९॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

हे मित्र ! मुझे बतलाओ कि दो भिन्नीय राशियों के (जिनमें प्रत्येक के अंश १, १ हैं) हर क्या होंगे जब कि उन इष्ट भिन्नो का योग ३ है । दो अन्य इष्ट भिन्नो के भी हर क्या होंगे जिनके अंश क्रमशः ६ और ८ हों ॥९०॥ ३, ३, ६ और ६ का योग १ है । यदि ६ छोड़ दिया जावे तो दो ऐसे १ अंश वाले भिन्न बतलाओ जिनको शेष भिन्नो में जोड़ने पर योग पुनः कुल के तुल्य हो जावे ॥९१॥ ३, ३, ६ और ६ का योग १ है । यदि ६ छोड़ दिया जाय तो क्रमशः ७ और ९ हर वाले ऐसे दो भिन्न कौन से होंगे जिनको शेष में जोड़ने पर उनका योग कुल योग के तुल्य हो जावे ॥९२॥

कुछ इष्ट भिन्नो को युग्मों (pairs) में लेकर उनके हरों को निकालने के लिये नियम—

सब इष्ट भिन्नो के योग को दिये गये अंशों के युग्मों की सख्या के तुल्य भागों में विपाटित करने के बाद, (इस तरह कि प्रत्येक के अंश १, १ हों), इन भागों को युग्मों के योग में अलग-अलग

(८९) गाथा ८७ में दिये गये नियम की यह विशेष स्थिति है क्योंकि इष्ट भिन्नो के हर का आदेशन (substitution) इस नियम में, पिछले नियम में चुनी गई राशि के स्थान में करते हैं ।

अत्रोद्देशकः

त्रिकपञ्चकत्रयोदशसप्तनवैकदशांशराशीनाम् । के हारा फलमेकं पञ्चांशो वा चतुर्गुणित्वा ॥१९३॥
एकसूत्रोत्पन्नरूपांशहारैः सूत्रान्तरतोत्पन्नरूपांशहारैश्च फले रूपे क्षेत्रोत्पत्तौ नष्टमाग्ननवनेच
सूत्रम्—

वाञ्छितसूत्रबहारा हरा भवन्त्यस्यसूत्रबहारा । दृष्टांशैक्येन फलमभीष्टनष्टांशमानं स्वात् ॥१९४॥

अत्रोद्देशकः

परहृदिवृत्तनविधानास्त्रयोदश स्वपरसंगुणविधानात् ।

मागाञ्चत्वारोऽव कवि मागा स्तु फले रूपे ॥१९६॥

प्राक्स्रपरहृदविधानास्तप्तस्वासप्तपरगुणार्थविधानात् ।

मागाञ्चित्तयञ्चाव कवि मागा स्तु फले रूपे ॥१९७॥

रूपांशका द्विपट्टकद्वादशविंशतिहरा विनष्टोऽत्र । पञ्चमराशी रूपं सर्वसमासं स राशिः कः ॥१९८॥

इति मागाञ्चति ।

छेते हैं । उन्में से चाहे हुए हर्षों को, दो भटक मिश्रीय राशियों के सम्बन्ध में बतकाये गये नियम
द्वारा निकालते हैं ॥१९३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

उन हुए मिश्रीयों के हर क्या होंगे निम्नके अंश क्रमशा ३, ५, १३, ७, ९ और ११ हैं, जब कि
उन मिश्रीय राशियों का योग १ जयवा है ? ॥१९४॥

जिपका संवादी अंश १ है और जो उपर्युक्त नियमों द्वारा प्राप्त किये गये हैं ऐसे हर्षों की
सहायता से कुछ हर्षों को निकालने के लिये (नियम) ; तथा जिनका संवादी अंश १ है और निम्नके
हृद मिश्रीयों का योग एक है तथा जो उपर्युक्त अन्य नियमों द्वारा प्राप्त किये गये हैं ऐसे मिश्रीयों की
सहायता से हर्षों को निकालने के लिये (नियम) और नष्ट भाग का मान निकालने के लिये नियम—

किसी भी जुने हुए नियम के अनुसार प्राप्त हर्षों को दूसरे नियम से प्राप्त हर्षों द्वारा गुणित करने
पर चाहे हुए हर प्राप्त होते हैं । इन मिश्रीयों का योग, विविध भाग के योग द्वारा हासिल किये जाये
पर छोड़े हुए नष्ट भाग का मान होता है ॥१९५॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

नियम ७० द्वारा प्राप्त मिश्रीयों की संख्या १३ है और नियम क्रम ७४ द्वारा प्राप्त मिश्रीयों की
संख्या ७ है । इन नियमों की सहायता से प्राप्त मिश्रीयों का योग १ है जो बतकाओ कि विचटक नियम
कितने है ? ॥१९६॥ मागा ७४ के नियम द्वारा प्राप्त मिश्रीयों की संख्या ७ है और नियम ७० गणयामुत्तर
प्राप्त संख्या ३ है । यदि इन नियमों द्वारा प्राप्त मिश्रीयों का भाग १ हो वा बतकाओ विचटक मिश्र कितने
है ? ॥१९७॥ जिनके अंश १ १ है ऐसे कुछ मिश्रीयों के हर क्रमशा ९, ९, १३ और ९ हैं । यदि
पंचवीं मिश्रीय राशि छोड़ दी गई है । इन पाँचों मिश्रीयों का योग १ है बतकाओ कि वह छोड़ी
गई मिश्रीय राशि क्या है ? ॥१९८॥

इस प्रकार कलासर्जन बह्मति में भाग जाति नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

(१३) दो मिश्रीय राशियों के सम्बन्ध में मागा ८५, ८७ और ८९ में नियम दे दिये गये हैं ।

प्रभागभागभागजात्योः सूत्रम्—

अंशानां संगुणनं हाराणां च प्रभागजातौ स्यात् ।

गुणकारोऽशकराशेर्हारहरो भागभागजातिविधौ ॥१९॥

प्रभागजाताबुदेशकः

रूपार्थं त्र्यंशार्थं त्र्यंशार्धार्थं दलार्थं पञ्चांशम् । पञ्चांशार्धत्र्यंशं तृतीयभागार्धसप्तमांशम् ॥१००॥
दलदलदलसप्तमांशं त्र्यंशत्र्यंशकदलार्धदलभागम् । अर्धत्र्यंशत्र्यंशकपञ्चांशं पञ्चमांशदलम् ॥१०१॥
क्रीतं पणस्य दत्त्वा कोकनदं कुन्दकेतकीकुमुदम् । जिनचरण प्रार्चयितुं प्रक्षिप्यैतान् फलं ब्रूहि ॥१०२॥
रूपार्थं त्र्यंशकार्धार्थं पादसप्तनवांशकम् । द्वित्रिभागद्विसप्तमांशं द्विसप्तमांशनवांशकम् ॥१०३॥
दत्त्वा पणद्वयं कश्चिदानैषीन्नूतनं घृतम् । जिनालयस्य दीपार्थं शेषं किं कथय प्रिय ॥१०४॥
त्र्यंशाद्द्विपञ्चमांशस्तृतीयभागात् त्रयोदशषडंशः ।
पञ्चाष्टादशभागात् त्रयोदशांशोऽष्टमात्रवमः ॥१०५॥
नवमाशुतुल्ययोदशभाग पञ्चांशकात् त्रिपादार्धम् ।
सक्षिप्याचक्ष्वैतान् प्रभागजातौ श्रमोऽस्ति यदि ॥१०६॥

प्रभाग और भागभाग जाति (संयुत और जटिल भिन्न)

सयुत (compound) और जटिल (complex) भिन्नो को सरल करने के लिये नियम—
संयुत भिन्नो को सरल करने में, अशो का उनमें ही गुणन तथा हरो का उनमें ही गुणन
होगा । सकर (complex) भिन्नो सम्बन्धी सरलीकरण क्रिया में भिन्न के हर का हर, दिये गये
भिन्न के अंश का गुणक हो जाता है ॥१९॥

प्रभाग जाति (संयुत भिन्नो) पर उदाहरणार्थ प्रश्न

जिन प्रभु के चरणों में पूजन के अर्पण के निमित्त निम्नलिखित पण मूल्य पर कोकनद (कमल)
कुन्द (Jasamins), केतकी और कुमुद (Lily) खरीदे गये १ का २, ३ का २, ३ का २ का २, २
का २ का २, २ का २ का ३, ३ का २ का ३, २ का २ का २ का ३, ३ का ३ का २ का २, २ का
३ का ३ का २ और २ का २, एक पण के इन दिये हुए भागों को जोड़कर फल निकालो ॥१०० से
१०२॥ एक मनुष्य किसी विक्रेता को पण के क्रमशः १ का २, २ का ३ का २, ३ का ३, ३ का ३ और
२ का ३ भाग दो पण में से देकर जिन मंदिर में दीपक जलाने के लिये नूतन घी खरीद कर
लाया । हे मित्र ! बतलाओ कि शेष कितने पण रकम उसके पास बची ? ॥१०३-१०४॥

यदि तुमने सयुत भिन्नो के सम्बन्ध में परिश्रम किया है तो बतलाओ कि निम्नलिखित
भिन्नो का योग करने पर परिणामी योगफल क्या होगा ? ३ का २, ३ का २, ३ का २, ३ का २, ३ का
२, २ का ३ और २ का ३ का २ ॥१०५-१०६॥

(१९) यहाँ संकर भिन्न में अंश पूर्णक है और हर भिन्नीय है ।

द्वित्र्यंशात् रूपं त्रिपादभक्तं द्विकं द्वयं चापि । द्वित्र्यंशोद्धृतमेकं नवकात्संशोष्य वद शेषम् ॥११२॥
इति प्रभागभागभागजाती ।

भागानुबन्धजाती सूत्रम्—

हरहररूपेष्वंशान् संक्षिप भागानुबन्धजातिविधौ । गुणयात्रांशच्छेदावंशयुतच्छेदहाराभ्याम् ॥११३॥

रूपभागानुबन्ध उद्देशकः

^१द्वित्रिषट्काष्टनिष्काणि द्वादशाष्टषडंशकैः । पञ्चाष्टमैः समेतानि विशतेः शोधय प्रिय ॥११४॥
सार्धनैकेन पङ्केजं साष्टांशैर्दशभिर्हिमम् । सार्धाभ्यां कुङ्कुमं द्वाभ्यां क्रीतं योगे कियद्भवेत्^२ ॥११५॥

^३साष्टमाष्टौ षडंशान् षडद्वादशांशयुतं द्वयम् । त्रयं पञ्चाष्टमोपेतं विशतेः शोधय प्रिय ॥११६॥

सप्ताष्टौ नवदशमाषकान् सपादान् दत्त्वा ना जिननिलये चकार पूजाम् ।

चन्मीलत्कुरवककुन्दजातिमल्लीमालाभिर्गणक वदाशु तान् समस्य ॥११७॥

१ B में गुणयेदग्राशहरी सहिताशब्दे^०, पाठ है ।

३ M द्वदेत्

२ यह श्लोक P में अप्राप्य है ।

४ यह श्लोक केवल P में प्राप्य है ।

॥ १११ ॥ ९ में से $\frac{१}{२/३}$, $\frac{२}{३/४}$ और $\frac{२}{३/४}$ तथा $\frac{१}{२/३}$ घटाने पर क्या शेष रहेगा ? ॥ ११२ ॥

इस प्रकार, कलासवर्ण षडजाति में, प्रभागजाति नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

भागानुबंध जाति [संयव भिन्न]

भागानुबंध भिन्नों के सरलीकरण के सम्बन्ध में नियम—

भागानुबंध भिन्न को सरल करने के लिये अंश को संयवित पूर्णसंख्या (associated whole number) और हर के गुणनफल में जोड़ देते हैं । यदि सम्बन्धित संख्या पूर्णांक न होकर भिन्नीय हो तो प्रथम भिन्न के अंश और हर को दूसरे भिन्न के क्रमशः अंशसहित हर तथा हर से गुणित करो ॥११३॥

रूपभागानुबंध (संयवित पूर्णांक वाले भागानुबंध भिन्न) पर उदाहरणार्थ प्रश्न

निष्क क्रमशः २, ३, ६ और ८ हैं और वे $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{६}$ और $\frac{१}{८}$ से संयवित हैं । हे मित्र इनके योग को २० में से घटाओ ॥ ११४ ॥ $\frac{१}{३}$ निष्क के कमल, $\frac{१०}{३}$ निष्क का कपूर और $\frac{२}{३}$ निष्क की सौंफ खरीदी गई । योग करनेपर उनका कुल मान बतलाओ ? ॥ ११५ ॥ हे मित्र २० में से निम्न-लिखित को घटाओ— $\frac{८}{३}$, $\frac{६}{३}$, $\frac{२१}{३}$ और $\frac{३}{३}$ ॥११६॥ एक व्यक्ति जिन मंदिर में पूजन हेतु $\frac{७}{३}$, $\frac{८}{३}$, $\frac{९}{३}$ और $\frac{१०}{३}$ माषों के खिले हुए कुरवक, कुन्द, जाति और मल्लिका (जूही) फूलों के हार भेंट करता है । हे गणितज्ञ ! मुझे शीघ्र बताओ कि उन माषों को जोड़ने के बाद क्या प्राप्त होगा ? ॥ ११७ ॥

(११३) भागानुबंध का शाब्दिक अर्थ संयवित भिन्न है । यह नियम दो प्रकार के संयवित भिन्नों में प्रयोज्य होता है । प्रथम मिश्र संख्या है अर्थात् पूर्णांक से संयवित भिन्न है, और दूसरा प्रकार वह है जिसमें भिन्न से संयवित भिन्न रहते हैं । जैसे $\frac{३}{३}$ से संयवित $\frac{१}{३}$, स्व के $\frac{३}{३}$ से संयवित $\frac{१}{३}$ और इस संयवित राशि के $\frac{३}{३}$ से संयवित $\frac{१}{३}$ । “ $\frac{३}{३}$ से संयवित $\frac{१}{३}$ ” का अर्थ होता है $\frac{३}{३} + \frac{१}{३}$ का $\frac{३}{३}$, दूसरे उदाहरण का अर्थ है : $\frac{३}{३} + \frac{१}{३}$ का $\frac{३}{३} + \frac{१}{३}$ का ($\frac{३}{३} + \frac{१}{३}$ का $\frac{३}{३}$) इस प्रकार के संयवन को “योजित अनुगमन” (additive consecution) कहते हैं ।

भागाजुबन्ध उद्देशकः

स्वर्ग्यक्षपादसंयुक्तं दृष्टं पञ्चांशकोऽपि च । अयं स्वकीयवपार्षसहितस्वद्युतौ कियत् ॥११८॥
 अयंशांशकसप्तमांशपरमै स्वैरन्वितावर्धेत् पुष्पाण्यर्धसुरीषपञ्चमवमै स्वीयेमुतास्तसमात् ।
 गर्भं पञ्चमभागतोऽर्धं चरण्यंशोऽशकैर्मिभिताद् भूपं चार्धवितुं नरो जिनवरामानेह किं तद्युतौ ॥
 स्ववृक्षसहितं पार्दं स्वअयंशकेन समन्वितद्विगुणनवमं स्वाष्टांशत्र्यंशकार्षिभिमिवत् ।
 नवममपि च स्वाष्टांशार्धपश्चिमसंयुतं निवृक्षसंयुतं अयंशं संशोधय त्रिवयारिष ॥१२०॥
 स्ववृक्षसहितपार्दं सरवपार्दं वशांशं निवृक्षसंयुतपार्दं सस्वकत्र्यंशमर्धम् ।
 चरण्यमपि समेतस्वत्रिमार्गं समस्य त्रिय कथय समप्रज्ञ भागाजुबन्धे ॥१२१॥

अत्रामान्यकाननयनसूत्रम्—

छम्पात्कल्पितभागा रूपानीतानुबन्धपञ्चमका । क्रमशः चण्डसमानास्तेऽङ्गावांशप्रमाणाणि ॥१२२

१ B. स्वचरवाचवन्धितैः ।

भाग भागाजुबन्ध [संयुक्ति मिश्रो वाले] मिला पर उदाहरणार्थ प्रश्न

वहाँ ३ स्व के ३ भाग और इस राशि (३) के ३ भाग से संयुक्त है । ३ भी इसी तरह संयुक्त है । ३ स्वके ३ भाग और इस संयुक्त राशि (३) के ३ भाग से संयुक्त है । बतलाओ कि इन सवका योग प्राप्त करने पर क्या मात्र प्राप्त होगा ? ॥ ११८ ॥ श्री जिनवर के पूजन के दिने कोई व्यक्ति, ३ के अष्टम होकर ३ में अंत होनेवाले मिश्रो से संयुक्त ३ विष्क के फूक; ३ ३ ३ और ३ से संयुक्त ३ विष्क के हज (रंध) और ३, ३ और ३ से इसी तरह संयुक्त ३ विष्क की चूर करीदता है । इन मिश्रो का योगफल क्या होगा ? ॥ ११९ ॥ हे मित्र ! ३ में से निम्नलिखित को बटाओ : स्व के ३ के तथा इस राशि ३ के ३ भाग से संयुक्त ३ स्व के ३ ३ और ३ भागों से संयुक्त ३ (बौद्धिक अनुगम में) ; ३ से अष्टम होकर ३ में अंत होने वाले मिश्रो से संयुक्त ३; और स्वा के ३ भाग से संयुक्त ३ ॥१२ ॥ हे भागाजुबन्ध में समग्र प्रश्न मित्र ! क्या योगफल होया जब कि निम्नलिखित मिश्र जोड़े जाएँगे ? स्व के ३ से संयुक्त ३ स्व के ३ भाग से संयुक्त ३; इसके ३ भाग से संयुक्त ३, स्व के ३ भाग से संयुक्त ३; और स्वके ३ से संयुक्त ३ ॥१२१॥

जब अथ अन्यथा (जिनका योग दिया गया है ऐसे संयुक्त मिश्रो में प्रत्येक के अष्टम में ध्याये बाका एक अज्ञात) निकालने के दिने विषय यह है—

जो इस विषयक तर्कों की संख्या के बराबर है तथा जिनका योग दिया गया है ऐसे कल्पित भागों को, जब कम से, इन विषयक तर्कों सम्बन्धी संयुक्त राशि को १ मानकर प्राप्त की हुई परिणामी राशियों द्वारा विभाजित किया जाया है तब इस अज्ञात सम्बन्धी राशियों का मात्र ज्ञापन होता है ॥१२२॥

(१२२) याबा १२२ के प्रश्न को साधित करने पर यह निबन्ध स्पष्ट हो जायेगा—

किसी मिश्र के तीन कुञ्ज (sets) दिये गये हैं; योग १ को, निम्न ७५ के अनुसार तीन मिश्रो में विभाजित करने पर हमें ३, ३ और ३ प्राप्त होते हैं । इन मिश्रो को तीन दिये गये, अज्ञात राशि १ बाके, मिश्रो के कुञ्जों को उरक करने से प्राप्त हुई राशियों द्वारा माधित करने पर हमें ३, ३ और ३ इह राशियों प्राप्त होती हैं ।

अत्रोद्देशकः

कश्चित्त्वकैरर्धतृतीयपादैरंशोऽपरः पञ्चचतुर्नवांशैः ।

अन्यस्त्रिपञ्चांशानवांशकार्धैर्युतो युती रूपमिहाशकाः के ॥१२३॥

कोऽप्यंशः स्वार्धपञ्चाशत्रिपादनवसैर्युतः । अर्धं प्रजायते शीघ्रं वदान्यक्तप्रमां प्रिय ॥१२४॥

शेषेष्टस्थानाव्यक्तभागानयनसूत्रम्—

लब्धात्कल्पितभागाः सर्वर्णितैर्व्यक्तराशिभिर्भक्ताः ।

क्रमशो रूपविहीनाः स्वेष्टपदेष्वविदितांशाः स्युः ॥१२५॥

इति भागानुबन्धजातिः ।

अथ भागापवाहजातौ सूत्रम्—

हरहररूपेष्वंशानपनय भागापवाहजातिविधौ । गुणयाग्रांशच्छेदावंशोनच्छेदहाराभ्याम् ॥१२६॥

१ B गुणयेदग्राशहरौ रहिताशच्छेदहाराभ्याम् ।

उदाहरणार्थं प्रश्न

(यौगिक अनुगम में) स्वके ३, ३ और ३ भागों से संयवित एक भिन्न दिया गया है । अन्य भिन्न, स्व के ३, ३ और ३ भागों से संयवित हैं । पुनः अन्य भिन्न स्वके ३, ३ और ३ भागों से संयवित हैं । इस तरह संयवित भिन्नों का योग १ हो तो बतलाओ कि ये भिन्न क्या-क्या हैं ? ॥१२३॥ एक भिन्न स्वके ३, ३, ३ और ३ भागों से संयवित होकर ३ हो जाता है । हे मित्र ! मुझे शीघ्र ही उस अज्ञात भिन्न का मान बतलाओ ॥१२४॥

आरम्भ का स्थान छोड़कर अन्य दृष्ट स्थानों के किसी अज्ञात भिन्न को निकालने के लिये नियम—
दिये गये योग के, मन से विपाटित भागों को जब क्रमशः दृष्ट भागानुबंध भिन्नों की सरल की गईं ज्ञात राशियों द्वारा विभाजित करते हैं और तब १ द्वारा हासित करते हैं, तब दृष्ट स्थानों की अज्ञात भिन्नीय राशियाँ प्राप्त होती हैं ॥१२५॥

इस प्रकार, कलासवर्ण षड्जाति में भागानुबंध जाति नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

भागापवाह जाति [वियवित भिन्न]

वियवित (Dissociated) भिन्नों को सरल करने के लिये नियम—

भागापवाह भिन्नों को सरल करने के लिये हर द्वारा गुणित वियुत पूर्ण संख्या में से अंश को घटाओ । जब वियुत राशि पूर्णांक न होकर भिन्नीय हो तब क्रमशः अंश और प्रथम भिन्न के हर को अंश द्वारा हासित हर और दूसरे भिन्न के हर द्वारा गुणित करो ॥१२६॥

(१२५) इस नियम में दी गई विधि गाथा १२२ के समान है : इसमें प्राप्त फलों को एक द्वारा हासित किया जाता है ।

(१२६) भागापवाह का शाब्दिक अर्थ भिन्नीय वियवन है । जिस तरह भागानुबंध में भिन्न के दो प्रकार हैं, उसी तरह यहाँ भी २ प्रकार हैं । जब एक पूर्णांक और एक भिन्न भागापवाह सम्बन्ध में रहते हैं तब पूर्णांक में से भिन्न घटाया जाता है । दो या दो से अधिक भिन्न भी इस सम्बन्ध में हो सकते हैं, जैसे, स्वके ३ भाग द्वारा वियुत ३ अथवा स्व के ३, ३, ३ भागों द्वारा वियुत ३, यहाँ अर्थ यह है कि ३ का ३, ३ में से (प्रथम उदाहरण में) घटाया जायगा, दूसरे प्रश्न में : ३ - ३ का ३ - (३ - ३ का ३) का ३ - { ३ - ३ का ३ - (३ - ३ का ३) का ३ } का ३ प्राप्त होता है ।

रूपमागापवाह उद्देशकः

त्र्यष्टचतुर्दशकर्मोः पादायैद्वाष्टयोश्चपद्योनाः । सवनाय नरैर्वैचास्वीयैकृतां तद्युती किं स्वात् ॥१२०॥
 त्रिगुण्यपावृत्तत्रिहताष्टमैर्विरहिता नव सप्त नव क्रमात् ।
 प्रिय विद्वोभ्य चतुर्गुणपदकृतं कथय शेषधनप्रमितिं द्रुतम् ॥१२८॥

मागमागापवाह उद्देशकः

द्विगुणितपञ्चमनवमत्र्यंशाष्टांशद्विसप्तमान् क्रमशः ।
 स्वपञ्चशपावृत्तत्र्यंशाष्टमवर्षिताम् समस्य यद् ॥१२९॥
 षट्सप्तांशः स्वषष्ठाष्टमनवमवशांशैर्वियुक्तं पणस्य
 स्वात्पञ्चदशांशः स्वकचरजतृतीयांशपञ्चांशकोनाः ।
 स्वद्वित्र्यंशद्विपञ्चांशकवृत्तत्रियुतः पञ्चपञ्चागाराधि-
 द्वित्र्यंशोऽन्यः स्वपञ्चाष्टमपरिरहितस्तस्यमासे फलं किम् ॥१३०॥
 अर्धं त्र्यष्टममागापवदनवमैः स्वीयैर्विहीनं पुनः
 स्वैरष्टांशकसप्तमांशचरजैरूनं तृतीयांशकम् ।
 अण्यधैस्परिदोभ्य सप्तममपि एवाष्टांशपद्योनिर्द
 शेषं ब्रूहि परिश्रमोऽस्ति यदि ते मागापवाहे सक्ते ॥१३१॥

अत्राप्राप्त्यन्तमागानयनसूत्रम्—

अन्धात्कल्पितमागा रूपाणीतापवाहफलमका । क्रमशः कण्ठसमानास्तेऽज्ञातांशप्रभाषानि ॥१३२॥

वियुत पूर्णाको बाले भग्नापवाह मित्रो पर प्रश्न

१ ५ ७ और १ कर्म को ३, २ ५२ और ३ कर्म द्वारा हासित कर शेष कर्म कुछ मनुष्यों
 द्वारा दीर्घकर्मों के पूजन के लिये भेज दिये गये । इनका योग करने पर योगफल क्या होगा ? ॥१२०॥
 हे मित्र ! कुछ क्षीम बचकाओ कि ३, २ और ३ द्वारा हासित क्रमवार १ ० और १ राशियों को ४ × ७
 द्वारा घटाया जाने पर कितना शेष रहेगा ? ॥ १२८ ॥

वियुत मित्रो बाले भग्नापवाह मित्रो पर प्रश्न

क्रमया ३ ३ ३ ३ और ३ द्वारा हासित ३ २, ३, ३ और ३ को क्रमवार जोड़ो और तब
 योगफल बतलाओ ॥ १२९ ॥ दिये गये ३ पण में अष्टगामी स्व की ३ ३, ३ और ५२ राशियों को
 हासित करो पुनः स्व की ३ ३ और ३ राशियों द्वारा ५२ को हासित करो इसी तरह स्व की ३ ३
 और ३ राशियों द्वारा ३ को हासित करो और अन्य राशि ३ को स्व की ३ संख्या द्वारा हासित करो । इस
 सभी परिणामों को जोड़कर फल बतलाओ ॥ १३ ॥ मागापवाह मित्र के सम्बन्ध में हे मित्र यदि
 तुमने यह किया है तो बचकाओ कि १ ३ में से निम्नलिखित राशियों घटाने पर क्या शेष रहेगा ? स्व के
 ३ ३ और ३ भागों द्वारा हासित ३ ; इसी तरह स्व के ३, ३ और ३ भागों द्वारा हासित ३ ; और
 इसी तरह स्व के ३ और ३ भागों द्वारा हासित ३ ॥ १३१ ॥

दिये गये योग बाँके प्रत्येक विपणित मित्र में व्यरम्भ में रहनेवाले एक अज्ञात पण को निम्नकर्म
 के लिये निश्चय—

कोकि संख्या में हुए विचरक तत्वों के तुल्य हैं ऐसे दिये गये योग के मूल से विपणित भागों
 को जब क्रमवार एक विचरक तत्वों सम्बन्धी वियुत राशि को १ भागने के प्राप्त परिणामी राशियों द्वारा
 विभाजित किया जाता है तो वह वियुत अज्ञात राशियों के मान प्राप्त होते हैं ॥ १३२ ॥

(१३२) इस गाथा की रीति १३२वीं गाथा के समान है ।

अत्रोद्देशकः

कश्चित्स्वकैश्चरणपञ्चमभागषष्ठेः कोऽप्यंशो दलपदंशकपञ्चमाशैः ।
हीनोऽपरो द्विगुणपञ्चमपादषष्ठैः तत्संयुतिर्दलमिहाविदितांशकाः के ॥१३३॥
कोऽप्यंशस्स्वार्धषड्भागपञ्चमाष्टमसप्तमैः । विहीनो जायते पष्ट. स कोऽंशो गणितार्थवित् ॥१३४॥

शेषेष्टस्थानाव्यक्तभागानयनसूत्रम्—

लब्धात्कल्पितभागाः सवर्णितैर्व्यक्तराशिभिर्भक्ता ।
रूपात्पृथगपनीताः स्वेष्टपदेष्टविदितांशा. स्यु ॥१३५॥

इति भागापवाहजाति. ।

भागानुबन्धभागापवाहजात्योः सर्वा व्यक्तभागानयनसूत्रम्—

त्यक्त्वैकं स्वेष्टांशान् प्रकल्पयेदविदितेषु सर्वेषु ।
ऐतैस्त पुनरंश प्रागुक्तेरानयेत्सूत्रैः ॥१३६॥

१ P, K और B में जायते के लिए तद्युतिः ।

उदाहरणार्थं प्रश्न

कोई भिन्न निज की $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$ और $\frac{१}{४}$ राशियों द्वारा अनुगमन में (in consecution) हासित किया जाता है । दूसरा भिन्न भी इसी तरह निज के $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, और $\frac{१}{४}$ भागों द्वारा हासित किया जाता है । तीसरा भिन्न भी इसी तरह निज के $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$ और $\frac{१}{४}$ भागों द्वारा हासित किया जाता है । इन तीनों हासित राशियों का योग $\frac{१}{२}$ है । बतलाओ कि वे अज्ञात भिन्न कौन-कौन हैं ? ॥१३३॥
कोई भिन्न निज के $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{४}$ तथा $\frac{१}{५}$ और $\frac{१}{६}$ भागों द्वारा अनुगमन में हासित किया जाता है और इस तरह $\frac{१}{६}$ हो जाता है । हे अकगणित सिद्धान्त वेत्ता ! बतलाओ कि वह अज्ञात क्या है ? ॥१३४॥

अन्य चाहे हुए स्थानों वाला कोई अज्ञात भिन्न निकालने के नियम—

दिये गये योग से प्राप्त मन से चुने हुए विपाटित भाग क्रमशः इष्ट भागापवाह भिन्नों वाली सरलीकृत ज्ञात राशियों द्वारा विभाजित होकर और तब १ में से अलग अलग घटाये जाकर, चाहे हुए स्थानों की भिन्नीय राशियाँ हो जाते हैं ॥१३५॥

इस प्रकार कलासवर्ण षड्जाति में भागापवाह जाति नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

भागानुबन्ध अथवा भागापवाह प्रकार के भिन्नों के सम्बन्ध में अंतिममान ज्ञात होने पर (सर्व स्थान वाले) अज्ञात भिन्नों को निकालने के लिये नियम—

मन से, इच्छानुसार, केवल एक स्थान छोड़कर सब अज्ञात स्थानों सम्बन्धी भिन्न चुनो । तब ऊपर लिखे हुए नियमों द्वारा, उस अज्ञात भिन्न को, इन मन से चुनो हुई भिन्नीय राशियों की सहायता से प्राप्त करो ॥१३६॥

(१३५) गाथा १२५ में दिये गये नियम के समान यह भी है ।

(१३६) १२२, १२५, १३२ और १३५ गाथाओं में दिये गये नियमानुसार यह भी है ।

ग० सा० सं०—९

अत्रोद्देशकः

कश्चिद्दशोऽक्षकैः केचित्पञ्चमि स्वैर्युतो दृष्टम् ।
विमुक्तो वा मवेत्पादस्थानंक्षाम् कथय मिय ॥१३०॥

भागमादृशावौ सूत्रम्—

भागान्दशमभातीनां सखविभिर्भागमादृशावौ स्यात् ।
सा पञ्चशतितमेया रूपं छेदोऽपिच्छेदो राशे ॥१३८॥

उदाहरणार्थं प्रस्त

एक मित्र मित्र के पाँच अन्य मित्रों से मित्रावा जाने पर २ हो जाता है; और एक अन्य मित्र मित्र के पाँच अन्य मित्रों द्वारा हासित होकर २ हो जाता है। है मित्र। अब सब अज्ञात मित्रों का मान निकालो ॥१३०॥

भागमातृ शक्ति [दो या अधिक प्रकार के मिन्यों से संयुक्त मिन्य]

ऊपर बर्णित सभी प्रकार के मित्रों का विषयमें समावेश है। ऐसे भागमात्र प्रकार के मित्र सरल करने के लिये निम्न—

भागमात्र मित्रों में सरल मित्रों को आदि लेकर विभिन्न प्रकार के मित्रों सम्बन्धी विषय प्रयोज्य होते हैं। भागमात्र मित्र के १६ प्रकार होते हैं। जिस राशि का हर नहीं होता उस राशि का हर एक छ छेद है ॥१३८॥

(१३०) इस प्रश्न में प्रथम दशा को हक करने में, आरम्भ के स्थानों को छोड़कर अन्य स्थानों में ३ २ ७, २ और २ मित्रों को चुनी; और तब याथा १३२ में दिये गये नियम द्वारा प्रथम मित्र को निकालने को २ प्राप्त होगा। अथवा १३५वीं गाथा के अनुसार आदि मित्र के विषय छोड़े हुए अन्य स्थानों के मित्र को निकालने के लिये ३ ३, २ ४ और २ चुनी मिन्य ३ आवेया। इसी तरह विपुल मिन्यों वाली दूसरी दशा को १३२वीं और १३५वीं गाथा के नियम को सहायता से ठाबित किया जा सकता है।

(१३८) १६ प्रकार के मिन्य तब प्राप्त होते हैं जब कि माय, प्रमाय भागमात्र, मागानुबंध और भागाववाह को एक बार में सम्मिश्र हो तीन बार अथवा पाँच लेकर संयव (combinations) संयव निकालते हैं। ऐसे माग और प्रमाग मिश्रित होते हैं माग और मायमाग मिश्रित रहते हैं, आदि। दो का मिश्रण करने पर १ संयव प्राप्त होते हैं, १ का मिश्रण एक बार में केने से १ संयव बार का मिश्रण एक बार केने पर ५ संयव और तबको एक बार केने पर १ संयव, इस तरह कुल १६ प्रकार प्राप्त होते हैं। १३वीं गाथा के अन्त में ऐसे भागमात्र प्रकार का प्रश्न है जिसमें पाँचों प्रकार सम्मिश्रित हैं।

अत्रोद्देशकः

ज्यंशः पादोऽर्धां पञ्चमषष्ठ्युपादहतमेकम् ।
 पञ्चार्धहत रूपं सषष्ठमेकं सपञ्चमं रूपम् ॥१३९॥
 स्वीयतृतीययुग्दलमतो निजषष्ठयुतो द्विसप्तमो
 हीननवांशमेकमपनीतदशांशकरूपमष्टमं ।
 स्वेन नवाशकेन रहितश्चरणः स्वकपञ्चमोज्झितो
 ब्रूहि समस्य तान् प्रिय कलासमकोत्पलमालिकाविधौ ॥१४०॥

इति भागमातृजातिः ।

इति सारसङ्गहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ कलासवर्णो नाम द्वितीयव्यवहारस्समाप्तः ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

दिया गया है कि भिन्न $\frac{3}{4}$ निज के $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{2}$ का $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$ का $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$ भागों से संयुक्त है। पुन, निज के $\frac{3}{4}$ भाग से संयुक्त $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$ द्वारा हासित $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$ द्वारा हासित $\frac{3}{8}$, निज के $\frac{3}{4}$ भाग द्वारा हासित $\frac{3}{8}$, निज के $\frac{3}{4}$ भाग द्वारा हासित $\frac{3}{8}$, जो नीलकमल पुष्पों की माला (उत्पल-मालिका) के समान गुंथे हुए हैं ऐसे भिन्न सम्बन्धी नियमों के अनुसार, हे मित्र, इन्हें जोड़कर बतलाओ कि योगफल क्या होगा ? ॥१३९ और १४०॥

इस प्रकार, कलासवर्ण षट्जाति में भागमातृ जाति नामक परिच्छेद समाप्त हुआ ।

इस प्रकार, महावीराचार्य की कृति सारसङ्गह नामक गणितशास्त्र में कलासवर्ण नामक द्वितीय व्यवहार समाप्त हुआ ।

(१३९ और १४०) इस गाथा में उत्पलमालिका शब्द आया है जिसका अर्थ नीलकमल पुष्पमाला होता है। गाथा की संरचना का लक्ष्य भी यही है ।

४. प्रकीर्णक व्यवहारः

प्रणुवानन्तगुणौषं प्रणिपत्य जिनश्च महावीरम् । प्रणतजगत्प्रयवरत्वं प्रकीर्णकं गणितसमिधास्वो ॥१॥
 'विश्वस्तुनमेषान्त' सिद्धं स्याद्वाद्शासन । विद्यानन्वा जिनो भीमाद्वादीश्रो मुनिपुङ्गव ॥२॥

इतं परं प्रकीर्णकं तृतीयक्यवहारसुवाहरिष्याम—

मागं शेषो मूलकं शेषमूलं स्यातां जायी द्वे द्विरांशमूले ।

मागाभ्यामोऽथोऽश्वर्गोऽथ मूलमिभं तस्माद्भिन्नदृश्यं दृक्षाम् ॥ ३ ॥

१ अ और ५ में यह श्लोक छूटा हुआ है ।

४ प्रकीर्णकक्यवहार

[मिश्रों पर विविध प्रश्न]

स्ववर्गीय अथवा गुणों से पूर्ण और समान करते हुए तीनों जोकों के जीवों को पर
 देने वाले जिनेश्वर महावीर को नमस्कार कर मैं मिश्रों पर विविध प्रश्नों का प्रतिपादन करूँगा ॥३॥
 जिन्होंने दुर्जय के अथवा का विरस कर स्याद्वाद् शासन को सिद्ध किया है जो विद्यामन्त्र हैं,
 बादियों में अश्वितीय हैं और मुनिपुंगव हैं ऐसे जिन सदा अवबन्ध हों । इसके परचात् में तीसरे विषय
 (मिश्रों पर विविध प्रश्न) का प्रतिपादन करूँगा ॥३॥ मिश्रों पर विविध प्रश्नों के इस प्रकार हैं जग
 शेष मूल शेषमूल द्विरांशमूल अंशमूल, मागाभ्यास अंशवर्ग मूलमिभ और मिश्रक्य ॥३॥

(१) 'माग' प्रकार में वे प्रश्न होते हैं जिनमें निकाही जानबाही कुछ राशि के कुछ विधि
 मिश्रीय भागों को हटाने के परचात् शेष माग का संख्यात्मक मान दिया गया होता है । हटाने गये
 मिश्रीय माग में से प्रत्येक 'माग' कहलाता है और शेष शेष का संख्यात्मक मान 'दर' कहलाता है ।

'शेष' प्रकार में वे प्रश्न होते हैं जिनमें निकाही जानबाही कुछ राशि के शत मिश्रीय भाग का
 हटाने के परचात् अथवा उचरोत्तर शेष के कुछ शत मिश्रीय भाग हटाने के परचात् शेष भाग का
 संख्यात्मक मान दिया गया होता है ।

'मूल' प्रकार में वे प्रश्न होते हैं जिनमें कुछ राशि में से कुछ मिश्रीय भाग अथवा शत कुछ
 राशि के वर्गमूल का गुणक पटान के परचात् शेष माग का संख्यात्मक मान दिया गया होता है ।

'शेषमूल', 'मूल' से केवल इत बात में भिन्न है कि वह वर्गमूल पूरी राशि के स्थान में उतका
 वर्गमूल हाठा है या दिने गये मिश्रीय भागों को पटाने के परचात् शेष रूप में बचता है ।

'द्विरांशमूल' प्रकार में वे प्रश्न होते हैं जिनमें शत बलुओं की संख्या पहिले हटारि जाती है;
 तब उचरोत्तर शेष के कुछ मिश्रीय भाग और तब अथ शेष के वर्गमूल का चोरी गुणक हटाना जाता है;
 और अन्त में शेष माग का संख्यात्मक मान दिया गया होता है । प्रथम हटारि गई शत संख्या पूर्वांश
 कहलाती है ।

अंशमूल प्रकार में कुछ संख्या के मिश्रीय भाग के वर्गमूल के एक गुणक को हटाना जाता है
 और तब शेष माग का संख्यात्मक मान दिया गया होता है ।

तत्र भागजातिशेषजात्योः सूत्रम्—

भागोनरूपभक्तं दृश्यं फलमत्र भागजातिविधौ । अंशोनितरूपाहतिहृतमग्रं शेषजातिविधौ ॥ ४ ॥

भागजातावुद्देशकः

दृष्टोऽष्टमं पृथिव्यां स्तम्भस्य त्र्यंशको मया तोये ।
पादांशं शैवाले कः स्तम्भ सप्त हस्ता. खे ॥ ५ ॥
पड्भाग. पाटलीपु भ्रमरवरततेस्तत्रिभागः फदम्बे
पादश्चूतद्रुमेपु प्रदलितकुसुमे चम्पके पञ्चमांशः ।

भिन्नो पर विविध प्रश्नो में 'भाग' और 'शेष' भिन्नो सम्बन्धी नियम -

'भाग' प्रकार (भाग प्रकार की प्रक्रियाओं) में, ज्ञात भिन्न से हासित १ के द्वारा दी गई राशि को भाजित कर चाहा हुआ फल प्राप्त किया जाता है । 'शेष' प्रकार की प्रक्रियाओं में, ज्ञात भिन्नो को एक में से क्रमश घटाने से प्राप्त राशियों के गुणनफल द्वारा दी गई राशि को भाजित कर इष्ट फल प्राप्त किया जाता है ॥४॥

'भाग' जाति के उदाहरणार्थ प्रश्न

सेरे द्वारा एक स्तम्भ का ३ भाग जमीन में, ३ पानी में ३ काई में और ७ हस्त हवा में देखा गया । वतलाओ स्तम्भ की लम्बाई क्या है ? ॥५॥ श्रेष्ठ भ्रमरों के समूह में से ३ पाटली वृक्ष में, ३ कदम्ब वृक्ष में, ३ आम्र वृक्ष में, ३ विकसित पुष्पो वाले चम्पक वृक्ष में, ३ सूर्य किरणों द्वारा पूर्ण विकसित कमल वृन्द में आनन्द ले रहे थे और एक मत्त मृग आकाश में भ्रमण कर रहा था ।

(४) 'भाग' प्रकार के सम्बन्ध में नियम बीजीय रूप से यह है $k = \frac{अ}{१ - व}$ जहाँ क अज्ञात समुच्चय राशि है, जिसे निकालना है, अ 'दृश्य' अथवा अग्र है, और, व दिया गया भाग अथवा दिये

'भागाम्यास' अथवा 'भाग सम्बर्ग' प्रकार में, कुल संख्या के कुछ भिन्नीय भागों के गुणनफल अथवा गुणनफलों को दो, दो के संचय में लेकर उन्हें कुल संख्या में से घटाने से प्राप्त शेष भाग का संख्यात्मक मान दिया गया होता है ।

'अश्वर्ग' प्रकार में वे प्रश्न होते हैं जिनमें कुल में से भिन्नीय भाग का वर्ग (जहा, यह भिन्नीय भाग दी गई संख्या द्वारा बढ़ाया अथवा घटाया जाता है) घटाने के पश्चात् शेष भाग का संख्यात्मक मान दिया गया होता है ।

'मूलमिश्र' प्रकार में वे प्रश्न होते हैं जिनमें कुछ दी गई संख्याओं द्वारा घटाई या बढ़ाई गई कुल संख्या के वर्गमूल में कुल के वर्गमूल को जोड़ने से प्राप्त योग का संख्यात्मक मान दिया गया होता है ।

'भिन्न दृश्य' प्रकार में कुल का भिन्नीय भाग, दूसरे भिन्नीय भाग द्वारा गुणित होकर, उसमें से हटा दिया जाता है और शेष भाग कुल के भिन्नीय भाग के रूप में निरूपित किया जाता है । यह विचारणीय है कि इस प्रकार में, अन्य प्रकारों की अपेक्षा शेष को कुल के भिन्नीय भाग के रूप में रखा जाता है ।

प्रोक्तुम्भोऽथपण्डे रविकरवर्धिते त्रिंशत्क्षोऽमिरेमे
 तत्रैको मत्तयुक्तो भ्रमति नमसि का तस्य हृत्स्य संख्या ॥ ६ ॥
 आवासांभोऽह्राणि स्तुतिस्तमुत्तरः श्रावस्तुतीर्यैः ॥
 पूर्वां चक्रे चतुर्थो हृषभचिन्तवरात् इयंक्षमेपामसुष्य ।
 इयंक्षं तुयं पदंक्षं तवजु मुमत्तये तत्रचद्वावृक्षांशौ
 क्षेपेभ्यो द्विद्विपद्यं प्रमुदितमनसावत् किं तत्रमाजम् ॥ ७ ॥
 स्ववक्षीहृतेम्रियाणां वृरीकृतविषकबायवोषाणाम् । क्षीरगुणाभरजानां द्याङ्गनाडिद्विद्याङ्गनाम् ॥ ८ ॥
 सापूर्तां सङ्ख्यं सङ्घट्टं द्वावक्षोऽस्य तर्कः ॥ स्वर्ग्यक्षवर्जितोऽयं सैद्धान्तदृश्यान्वसक्तयोः क्षेप ॥ ९ ॥
 बहून्तोऽयं धनैकमी स एव नैमित्तिकं स्वपादीन ।
 बाबी तयोर्विक्षेपं पशुभितोऽयं तपस्वी स्यात् ॥ १० ॥
 गिरिशिखरतटे मयोपदृष्टा यद्विपतयो नवसंगुणाष्टसङ्ख्या ।
 रविकरपरिवापितोऽह्रबभ्रान्ता कवय मुनीन्प्रसमूहमाशु मे त्वम् ॥ ११ ॥

कतकालो कि उच समूह में अमरों की संख्या कितनी थी ? ॥९॥ एक अक्षर के कमलों को एकत्रित कर
 और से सत स्तुतिर्पा करते हुए, एकल में इन कमलों के ३ भाग और इस ३ भाग के ३ ३ और ३
 भागों को अमराः शिवर अक्षर से व्यङ्गि लेकर चार तीर्थकरों को, इन्हीं ३ भाग कमलों के
 ३ और ३ भागों को सुमति भाग को तब, सेव १९ तीर्थकरों को प्रमुदित मन से २ २ कमल सं
 किये । कतकालो कि अब सब कमलों का संख्यात्मक मान क्या है ? ॥७॥ कुछ साधुओं का समूह
 देखा गया । वे ध्यु इन्द्रियों को अपने बलमें कर चुके थे विषकपी क्वाप के दोषों को दूर
 कर चुके थे । उनके सरीर स्वस्वित्वा से और सङ्गुओं की आभारों से क्षोभाभमान थे तथा
 द्या की धनाला से आङ्गित थे । उस समूह का ३ भाग उन्हें आङ्गियों चुक था । निज के ३ भाग
 द्वारा हासित यह ३ भाग सङ्गु, सङ्घ साधुओं चुक था । इन दोषों का अन्तर [३ और ३—
 ३ का ३] सिद्धान्त दावाओं की संख्या थी । इस अंतिम अनुपाती राशि में ९ का गुणन करने से
 प्राप्त राशि बने कवियों की संख्या थी । निज के ३ भाग द्वारा हासित यह राशि नैमित्तिक
 आङ्गियों की संख्या थी । इन अर्थ में कथित दो राशियों के अन्तर का दामिकक वादियों की संख्या थी ।
 ९ द्वारा गुणित यह राशि अन्तर उपस्थितों की संख्या थी । और, ९ × ८ राशि मेरे द्वारा मिरि के विचार
 के पाठ देखे गये किनका धरीर एवं के चिन्तों द्वारा परितप्त होकर उन्मत्त दिखाई देता था । मुझे
 धीरे इस मुनीन्प्र समूह का मान कतकालो ॥८ ॥ पके हुए कलों (बक्षियों) के भार से लुके हुए
 सुन्दर आङ्गि क्षेत्र में कुछ लोते (लुका) बतरे । किसी मनुष्य द्वारा मन्मत्त होकर वे सब सहसा कपर
 उड़े । उनमें से आधे पूर्व दिशा की ओर, ३ दक्षिण पूर्व (आग्नेय) दिशा में उड़े । जो पूर्व और आग्नेय
 दिशा में उड़े उनके अन्तर को निज की आधी राशि द्वारा हासितकर और शुभा इस परिणामी राशि की

गये भिन्नीय भागों का योग है । यह स्पष्ट है, कि वह धमीकरण क-क=अ द्वारा प्राप्त किना वा
 लक्ष्य है । शेष मन्त्र का निबन्ध, बीबीय रूप से निर्दिष्ट करने पर,

क = $\frac{अ}{(१-अ_१)(१-अ_२)(१-अ_३) \times \dots}$ होता है, यहाँ अ_१, अ_२, अ_३ आदि उचरोपर शेषों के

फलभारनम्रक्रे शालिक्षेत्रे शुकाः समुपविष्टाः । सहस्रोत्थिता मनुष्यैः सर्वे संत्रासिताः सन्तः ॥१२॥
 तेषामर्धं प्राचीमाग्नेयीं प्रति जगाम षड्भागः ।
 पूर्वाग्नेयीशेषः स्वदलोनः स्वार्धवर्जितो यामीम् ॥१३॥
 यान्याग्नेयीशेषः स नैऋतिं स्वद्विपञ्चभागोनः । यामोनैऋत्यंशकपरिशेषो वारुणीमाशाम् ॥१४॥
 नैऋत्यपरविशेषो वायव्यां सस्वकत्रिसप्तांशः । वायव्यपरविशेषो युतस्वसप्ताष्टमः सौमीम् ॥१५॥
 वायव्युत्तरयोधुतिरैशानीं स्वत्रिभागयुगहीना । दशगुणिताष्टाविंशतिरवशिष्टा व्योम्नि कति कीराः ॥१६॥
 काचिद्वसन्तमासे प्रसूनफलगुच्छभारनम्रोद्याने ।
 कुसुमासवरसरञ्जितशुककोकिलमधुपमधुरनिस्वननिचिते ॥१७॥
 हिमकरधवले पृथुले सौधतले सान्द्ररुन्द्रमृदुतल्पे ।
 फणिफणनितम्बविम्बा कनदमलाभरणशोभाङ्गी ॥१८॥
 पाठीनजठरनयना कठिनस्तनहारनम्रतनुमध्या ।
 सह निजपतिना युवती रात्रौ प्रीत्यानुरमभाणा ॥१९॥
 प्रणयकलहै समुत्थे मुक्तामयकण्ठिका तद्वलायाः ।
 छिन्नावन्नौ निपतिता तत्स्यंशश्चेटिकां प्रापत् ॥२०॥
 षड्भाग शय्यायामनन्तरान्तरार्धमितिभागाः । षट्संख्यानास्तस्याः सर्वे सर्वत्र संपतिताः ॥२१॥
 एकाप्रषष्टिशतयुतसहस्रमुक्ताफलानि दृष्टानि । तन्मौक्तिकप्रमाणं प्रकीर्णकं वेत्सि चेत् कथय ॥२२॥

अर्द्ध राशि द्वारा हासित करने से प्राप्त राशि के तोते दक्षिण दिशा की ओर उड़े । जो दक्षिण की ओर उड़े तथा आग्नेय दिशा में उड़े उनके अन्तर को, निज के ३ भाग द्वारा हासित करने से प्राप्त राशि के तोते दक्षिण पश्चिम (नैऋत्य) दिशा में उड़े । जो नैऋत्य में उड़े तथा पश्चिम में उड़े, उनके अन्तर में उस निज के ३ भाग को जोड़ने से प्राप्त संख्या के तोते उत्तर-पश्चिम (वायव्य) में उड़े । जो वायव्य और पश्चिम में उड़े उनके अन्तर में निज के ४ भाग को जोड़ने से प्राप्त संख्या के तोते उत्तर दिशा में उड़े । जो वायव्य और उत्तर में उड़े उनका योगफल निज के ३ भाग द्वारा हासित होने से प्राप्त राशि के तोते उत्तर पूर्व (ईशान) दिशा में उड़े । तथा, २८० तोते ऊपर आकाश में शेष रहे । बतलाओ कुल कितने तोते थे ? ॥१२-१६॥

वसन्त ऋतु के मास में एक रात्रि को, कोई . युवती अपने पति के साथ, फल और पुष्पों के गुच्छों से नम्रीभूत हुए वृक्षोंवाले, और फूलों से प्राप्त रस द्वारा मत्त शुक, कोयल तथा भ्रमरवृन्द के मधुर स्वरो से गुंजित बगीचे में स्थित . महल के फर्श पर सुख से तिष्टी थी । तभी पति और पत्नी में प्रणयकलह होने के कारण, उस अबला के गले की मुक्तामयी कंठिका टूट गई और फर्श पर गिर पड़ी । उस मुक्ता के द्वार के ३ मुक्ता दासी के पास पहुँचे, ६ शय्या पर गिरे, तब शेष के ३, और पुनः अग्रिम शेष के ३ और फिर अग्रिम शेष के ३, इसी तरह कुल ६ बार में प्राप्त मुक्ता राशि सर्वत्र गिरी । शेष बिना बिखरे हुए ११६१ मोती पाये गये । यदि तुम प्रकीर्णक भिन्नो का साधन करना जानते हो तो उस द्वार के मोतियों का सख्यात्मक मान बतलाओ ॥१७-२२॥ स्फुरित इन्द्रनीलमणि समान नीले रंग

भिन्नीय भाग हैं । यह सूत्र निम्नलिखित समीकरण से प्राप्त किया जा सकता है ।

क - ब_१ क - ब_२ (क - ब_१ क) - ब_३ { क - ब_१ क - ब_२ (क - ब_१ क) } - (इत्यादि)..... = अ

(१७) कुछ शब्दों का अनुवाद छोड़ दिया गया है, जिन्हें पाठक मूल गायामें देख सकते हैं ।

स्फुरद्विभ्रतीकषण पटपद्मस्य प्रफुल्लितोद्याने । दृष्टं तस्याष्टांशोऽंशोके कृतमे पदं सको धीन ॥२१॥
 कृतवाशोकविशेष पद्मगुणितो विपुलपाटमीपण्डे ।
 पाटस्यश्लोकशेष स्वनवांशोनो विशाखसाक्षयने ॥२२॥
 पाटस्यश्लोकशेषो युव स्वसप्तौंशकेन मधुकवने । पञ्चांश सद्यो बहुलेपूरुस्त्वमुकुलेषु ॥२३॥
 तिष्ठकेपु कुम्बकेपु च सरलेष्वाम्रेषु पद्मपण्डेषु । बनकरिकपोलमूलेष्वपि सन्तस्ये च एषांश ॥२४॥
 किञ्चस्फुल्लपुष्पखरकक्षयने मधुकराक्षयकिञ्चम् । दद्या भ्रमरकुम्बस्य प्रमाणमाचक्ष्व गणक स्वम् ॥२५॥
 गोकुम्बस्य द्विविधुति दृष्टं तदर्थं शैलमूले पट तस्यांशा विपुलविपिने पूषपूर्वार्धमाना ॥
 संविष्टस्ते मगरनिकटे धेनवो दृश्यमाना द्वात्रिंशत् स्वं बहु मम सखे गोकुम्बस्य प्रमाणम् ॥२६॥
 इति मागवात्स्युरेखकः ।

शेषमातावुदेखकः

बहुभागमाभ्रराशे राजा शेषस्य पञ्चमं राशो । सुयैश्वर्यशुभधानि त्रयोऽमरीषु कुमारवराः ॥ २९ ॥
 शेषाणि त्रीणि शूतानि कनिष्ठो वारकोऽमरीषु । तस्य प्रमाणमाचक्ष्व प्रकीर्णकविशारद ॥ ३० ॥
 चरति गिरौ सप्तौशः करिणां पञ्चापिमात्रैपाञ्चास्या ।
 प्रतिशेषांशा विपिने बहुदृष्टा सरसि कति ते स्युः ॥ ३१ ॥

१ अ में 'स्फुरतिन्त्र', पाठ है ।

बाँके भ्रमरों के समूह (बरपद्म रूप) को प्रफुल्लित उद्यान में देखा गया । उस समूह का २ भाग श्लोक वृक्षों में तथा १ भाग कृतव वृक्षों में छिप गया । जो क्रमशः कृतव और श्लोक वृक्षों में छिप गये उन समूहों के अंतर को १ द्वारा गुणित करने से प्राप्त भ्रमरों की राशि विपुल पाटकी वृक्षों के समूह में छिप गई । पाटकी और श्लोक वृक्षों के भ्रमर समूहों के अन्तर को निज के २ भाग द्वारा हासित करने से प्राप्त भ्रमर राशि विशाख साक वृक्षों के वन में छिप गई । उसी अंतर को निज के २ भाग में मिकाने से प्राप्त भ्रमर राशि मधुक वृक्षों के वन में छिप गई । कुछ समूह की २ भ्रमरराशि बन्धी तरह किडीवृद्ध कवियों बाँके बहुक वृक्षों में छिपी देखी गई और वही २ भ्रमर राशि तिष्ठक कुम्बक, सरक और काम के वृक्षों में कमकों के समूह में और बनहस्तिवों बाँके मंत्रिों के मूक में छिप गई । और, शेष ३३ मर बहीराशि के विभिन्न रंगा से व्याप्त कमक वृक्ष में देखे गये । हे गणितज्ञ ! भ्रमर समूह का संख्यात्मक मान दो ॥२१-२७॥ गोकुम्ब (पद्मवृक्षों के वृक्ष) में से २ भाग पर्वत पर है; उमका २ भाग पर्वत के मूक में है ऐसे ही १ और भाग (जिनमें से प्रत्येक उचरोत्तर पूर्ववर्ती भाग का व्यापार है), किडी विपुल वन में है । शेष ३२ माघ नगर के निवृत्त देखी जाती हैं । हे मेरे मित्र ! यह पद्म वृक्ष का संख्यात्मक मान वतकावो ॥२८॥

इस प्रकार 'माग' वादि के उदाहरणार्थ प्रश्न समाप्त हुए ।

'शेष' वादि के उदाहरणार्थ प्रश्न

जात्र वृक्षों के समूह में से राजा ने २ भाग किया; राशि में शेष का २ भाग किया और प्रमुल राखकुमारों ने उसी शेष के क्रमशः ५, ५ और २ भाग किये । सबसे छोटे से शेष ३ काम किये । हे प्रकीर्णक विशारद ! कामसमूह का संख्यात्मक मान वतकावो ॥२९-३१॥ हाथियों के वृक्ष का २ भाग पर्वत पर विचरन कर रहा है । काम से उचरोत्तर शेष के २ भाग को व्याधि डेंकर २ एक वृक्ष मात्रा वन में डोक रहे हैं । शेष १ सरोवर के निवृत्त हैं । क्यावो कि वे कितने हाथी हैं ? ॥३१॥

कोष्ठस्य लेभे नवमांशमेक. परेऽष्टभागादिदलान्तिमांशान् ।
शेषस्य शेषस्य पुनः पुराणा दृष्टा मया द्वादश तत्प्रभा का ॥ ३२ ॥
इति शेषजात्युद्देशक ।

अथ मूलजातौ सूत्रम्—

मूलार्धाग्रे छिन्द्यादशोनैकेन युक्तमूलकृते. । दृश्यस्य पदं सपद वर्गितमिह मूलजातौ स्वम् ॥३३॥

अत्रोद्देशकः

दृष्टोऽटव्यामुष्ट्रयूथस्य पादो मूले च द्वे शैलसानौ निविष्टे ।
सैष्ट्रास्त्रिणा पञ्च नद्यास्तु तीरे किं तस्य स्यादुष्ट्रकस्य प्रमाणम् ॥ ३४ ॥
श्रुत्वा वर्षाभ्रमालापटहपटुरव शैलशृङ्गोरुरङ्गे
नाट्यं चक्रे प्रमोदप्रमुदितशिखिनां षोडशाशोऽष्टमश्च ।
त्र्यश शेषस्य षष्ठो वरबकुलवने पञ्च मूलानि तस्थु
पुत्राग्रे पञ्च दृष्टा भण गणक गणं वर्हिणां सगुणय्य ॥ ३५ ॥

१ B में 'हस्ति' पाठ है । २ B में 'नागाः' पाठ है ।

३ B में 'किं स्यात्तेषा कुञ्जगणा प्रमाणम्' पाठ है ।

एक आदमी को खजाने का ३ भाग मिला । दूसरा को उत्तरोत्तर शेषों के $\frac{1}{2}$ से आरम्भ कर, क्रम से ३ तक भाग मिले । अंत में शेष १२ पुराण मुझे दिखे । बतलाओ कि कोष्ठ में कितने पुराण हैं ? ॥३२॥

इस तरह शेष जाति के उदाहरणार्थ प्रश्न समाप्त हुए ।

'मूल' जाति सम्बन्धी नियम—

अज्ञात राशि के वर्गमूल का आधा गुणांक (वार घोटक coefficient) और ज्ञात शेष में से प्रत्येक को अज्ञात राशि के भिन्नीय गुणांक से हासित एक द्वारा भाजित करना चाहिये । इस तरह वर्ते हुए ज्ञात शेष को अज्ञात राशि के वर्गमूल के गुणांक के वर्ग में जोड़ते हैं । प्राप्त राशि के वर्गमूल में इसी प्रकार वर्ते हुए अज्ञात राशि के वर्गमूल के गुणांक को जोड़ते हैं । तत्पश्चात् परिणामी राशि का पूर्ण वर्ग करने पर, इस मूल प्रकार में दृष्ट अज्ञात राशि प्राप्त होती है ॥३३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

ऊँटों के झुण्ड का $\frac{2}{3}$ भाग वन में देखा गया । उस झुण्ड के वर्गमूल का दुगुना भाग पर्वत के उतारों पर देखा गया । ५ ऊँटों के तिगुने, नदी के तीर पर देखे गये । ऊँटों की कुल सख्या क्या है ? ॥३४॥ वर्षा ऋतु में, घनावलि द्वारा उत्पन्न झुई स्पष्ट ध्वनि सुनकर, मयूरों के समूह के $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{2}$ भाग तथा शेष का $\frac{2}{3}$ भाग और तत्पश्चात् शेष का $\frac{1}{4}$ भाग, आनन्दातिरेक होकर पर्वत शिखररूपी विशाल नाट्यशाला पर नाचते रहे । उस समूह के वर्गमूल के पाँचगुने बकुल वृक्षों के उच्छ्रित वन में ठहरे रहे । और, शेष ५ पुत्राग वृक्ष पर देखे गये । हे गणितज्ञ ! गणना करके कुल मयूरों की सख्या बतलाओ ॥३५॥ किसी अज्ञात सख्या वाले सारस पक्षियों के झुण्ड का $\frac{2}{3}$ भाग कमल षण्ड (समूह)

(३३) बीजीय रूप से, यह नियम निम्नलिखित रूप में आता है—यहाँ अज्ञात राशि 'क' है ।

$$क = \left\{ \frac{स/२}{१-ब} + \sqrt{\frac{अ}{१-ब} + \left(\frac{स/२}{१-ब}\right)^2} \right\}^2, \text{ यह, समीकरण क - (क + स}\sqrt{\text{क + अ)}$$

= ० के द्वारा सरलता से प्राप्त किया जा सकता है ।

ग० सा० सं०-१०

परति कमलपण्डे सारसानां चतुर्थो नयमचरणभागौ सप्त मूल्यानि चाहौ ।
 विकचबहुलमध्ये सप्तनिप्राष्टमानां कति कथय सखे त्वं पश्चिपो वक्ष साक्षात् ॥ ३६ ॥
 न भाग कपिकुन्डस्य त्रीणि मूल्यानि पर्वते । अत्वारिंशद्दने दृष्टा धानरास्वद्वयः कियाम् ॥ ३७ ॥
 कसकण्ठानामर्थं सहकारतरो प्रफुल्लशालायाम् ।
 तिलकेऽष्टादश वस्तुनो मूळ कथय पिफनिकरम् ॥ ३८ ॥
 हंसकुलस्य दलं बहुलेऽस्याम् पञ्च पदानि वमालकुवाप्रे ।
 अत्र न किंचिदपि प्रतिदृष्टं वस्त्रमिति कथय प्रिय शीघ्रम् ॥ ३९ ॥
 इतिमूलाति ।

अथ शेषमूलाती सूत्रम्—

पदवृत्तवर्गयुतामान्मूलं सप्राक्पदार्थमस्य कृति ।
 दृश्ये मूलं प्राप्ते फलमिह भागं तु भागव्यतिविधि ॥ ४० ॥

पर एक रहा है उसके २ और २ भाग तथा उसके वर्गमूल का ७ गुना भाग पक्ष पर विभक्त रहे हैं । कुल गुण्यपुल्ल बहुल वृक्षों के मध्य में शेष ५९ हैं । हे शिष्य मित्र ! मुझे डीक बतलाओ कि कुल कितने पक्षी हैं ॥३६॥ बन्दरों के समूह का कोई भी निजीय भाग क्यों नहीं है । उसके वर्गमूल का तिगुण भाग पक्ष पर है और शेष ७ भाग में देके गये हैं । उन बन्दरों की संख्या क्या है ? ॥३७॥ कोयलों की जाधी संख्या व्याध की प्रफुल्लित शाखा पर है । १८ कोयलों एक तिलक वृक्ष पर देखी गई हैं । उनकी संख्या के वर्गमूल का कोई भी गुण्य नहीं नहीं देखा गया है । उन कोयलों की संख्या क्या है ? ॥३८॥ इसी की जाधी संख्या बहुल वृक्षों के मध्य में देखी गई; उनके समूह के वर्गमूल की वीच गुनी संख्या वमाल वृक्षों के शिखर पर देखी गई । शेष नहीं नहीं दिखाई दी । हे मित्र ! उस समूह का सख्यात्मक मान शीघ्र बतलाओ ॥३९॥

इस प्रकार 'मूल' चाति प्रकार्य समाप्त हुआ ।

शेषमूल चाति सम्बन्धी विषय—

अज्ञात समुच्चय राशि के शेष भाग के वर्गमूल के गुणांक की जाधी राशि के वर्ग को को । इसमें शेष ज्ञात संख्या मिलाने । योगफल का वर्गमूल निकालो । अज्ञात समुच्चय राशि के शेष भाग को वर्गमूल के गुणांक की जाधी राशि में इस वर्गमूल को मिलाओ । यदि अज्ञात समुच्चय राशि को मूल (original) समुच्चय राशि ही के किया जाता है तो इस अंतिम योग का वर्ग हट फल होया । परन्तु, यदि इस अज्ञात समुच्चय राशि का शेष भाग केवल एक भाग की तरह ही ली जाता है तो "भाग" प्रकार सम्बन्धी निबन्ध उपयोग में काम पड़ेगा ॥४०॥

यह समीकरण इस प्रकार के प्रश्नों का बीजिय निरूपण है । यहाँ 'घ' अज्ञात राशि क क वर्गमूल का गुणांक है ।

(४) बीजिय रूप से $k - पक्ष = \left\{ \frac{घ}{१} + \sqrt{\left(\frac{घ}{१}\right)^2 + ४घ} \right\}$ है । इस मान से इस अज्ञात में शिधे गण नियम ४ के अनुसार क का मान निकाला जा सकता है । समीकरण $k - पक्ष +$

अत्रोद्देशकः

गजयूथस्य त्र्यंशः शेषपदं च त्रिसंगुणं सानौ ।

सरसि त्रिहस्तिनीभिर्नागो दृष्टः कतीह गजाः ॥ ४१ ॥

निर्जन्तुकप्रदेशे नानाद्रुमषण्डमण्डितोद्याने । आसीनानां यमिनां मूलं तरुमूलयोगयुतम् ॥ ४२ ॥

शेषस्य दशमभागो मूलं नवमोऽथ मूलमष्टांशः । मूलं सप्तममूलं षष्ठो मूलं च पञ्चमो मूलं ॥ ४३ ॥

एते भागाः काव्यप्रवचनधर्मप्रमाणनयविद्या ।

वादच्छन्दोज्यौतिषमन्त्रालङ्कारशब्दज्ञाः ॥ ४४ ॥

द्वादशतपप्रभावा द्वादशभेदाङ्गशास्त्रकुशलधियः ।

द्वादश मुनयो दृष्टा कियती मुनिचन्द्र यतिसमिति ॥ ४५ ॥

मूलानि पञ्च चरणेन युतानि सानौ शेषस्य पञ्चनवमं करिणां नगाग्रे ।

मूलानि पञ्च सरसीजवने रमन्ते नद्यास्तटे षडिह ते द्विरदाः कियन्तः ॥ ४६ ॥

इति शेषमूलजातिः ।

1 B में शेषस्य पदं त्रिसंगुणं पाठ है ।

उदाहरणार्थं प्रश्न

हाथियों के यूथ (छुंड) का ३ भाग तथा शेष भाग की वर्गमूल राशि के हाथी, पर्वतीय उतार पर देखे गये । शेष एक हाथी ३ हस्तिनियों के साथ एक सरोवर के किनारे देखा गया । बतलाओ कितने हाथी थे ? ॥ ४१ ॥ कई प्रकार के वृक्षों के समूह द्वारा मंडित उद्यान के निर्जन्तुक प्रदेश में कई साधु आसीन थे । उनमें से कुल के वर्गमूल की संख्या के साधु तरुमूल में बैठे हुए योगाभ्यास कर रहे थे । शेष के १/३, (इसको घटाकर) शेष का वर्गमूल, (इसको घटाकर) शेष के १/२, (इसको घटाकर) शेष का १/४, (इसको घटाकर) शेष का ३/४, (इसको घटाकर) शेष का ५/८, (इसको घटाकर) शेष का ७/८, इसको घटाकर शेष के वर्गमूल द्वारा निरूपित संख्याओं वाले वे थे जो (क्रमशः) काव्य प्रवचन, धर्म, प्रमाण नयविद्या, वाद, छन्द, ज्योतिष, मंत्र, अलंकार और शब्द शास्त्र (व्याकरण) जानने वाले थे, तथा वे भी थे जो चारह प्रकार के तप के प्रभाव से प्राप्त होनेवाली ऋद्धियों के धारी थे, तथा बारह प्रकार के अंग शास्त्र को कुशलता पूर्वक जानने वाले थे । इनके अतिरिक्त अंत में १२ मुनि देखे गये । हे मुनिचन्द्र ! बतलाओ कि यति समिति का संख्यात्मक मान क्या था ? ॥ ४२-४५ ॥ हाथियों के समूह के वर्गमूल का ५/३ गुना भाग पर्वतीय उतार पर क्रीड़ा कर रहा है, शेष का १/३ भाग पर्वत के शिखर पर क्रीड़ा कर रहा है । (इसको घटाकर) शेष का वर्गमूल प्रमाण हस्तीगण कमल के वन में रमण कर रहा है । और, शेष ६ हस्ती नदी के तीर पर हैं । यहाँ सब हस्ती कितने हैं ? ॥ ४६ ॥

इस प्रकार, 'शेषमूल' जाति प्रकरण समाप्त हुआ ।

“द्विरत्र शेष मूल” जाति [शेषों की सरचना करने वाली दो ज्ञात राशियों वाले 'शेषमूल' प्रकार] सम्बन्धी नियम—

(समूह वाचक अज्ञात राशि के) वर्गमूल का गुणांक, और (शेष रहने वाली) अंतिम ज्ञात

(स/क - बक + अ) = ० द्वारा उपर्युक्त क - बक का मान सरलतापूर्वक प्राप्त किया जा सकता है ।

यहाँ भी 'क' अज्ञात राशि है ।

अथ द्विप्रक्षेपमूलश्रुती सूत्रम्—

मूलं इदं च मजेदक्षकपरिहाणरूपभातेन । पर्वाप्रमप्रराशौ क्षिपेत्त श्लेषमूलविधिः ॥ ४७ ॥

अत्रोद्देशकं

मधुकर एको दृष्टः से पक्षे क्षेपपञ्चमचतुर्था । क्षेपत्र्यंशो मूलं द्वात्रात्रे ते कियन्त स्तु ॥ ४८ ॥

मिहाभ्रत्वारोऽत्रौ प्रतिक्षेप पदंशकविमार्घान्ता ।

मूले चत्वारोऽपि च विधिने दृष्टा कियन्तस्ते ॥ ४९ ॥

१. ३ में 'क्षी' पात्रे पाठ है ।

राशि हल दोनों को प्रत्येक दशा में मिश्रीव समासुपायी राशियों को लेकर एक में सहासित करने से प्राप्त शेषों के गुणनफल द्वारा विभाजित करना चाहिये । तब प्रथम प्राप्त राशि को उस अन्य शत राशि में (जिसे ऊपर साधित किया है) जोड़ देना चाहिये । तत्पश्चात् प्रकीर्णक मिश्री के 'क्षेपमूल' प्रकार सम्बन्धी क्रिया की जाती है ॥ ४७ ॥

उदाहरणार्थ मथ

मधुमन्त्रिणी के शृङ्ख में से एक मधुमन्त्री आकाश में दिखाई दी । शेष का ५ भाग; पुनः, श्लेष का ३ भाग पुनः श्लेष का ३ भाग तथा शृङ्ख के संख्यात्मक मान का वर्गमूल प्रमाण कमकों में दिखाई दिया । अंत में शेष दो मधुमन्त्रिणी एक अक्षरद्वय पर दिखाई दीं । बतलाओ कि इस शृङ्ख में कितनी मधुमन्त्रिणी हैं ? ॥ ४८ ॥ सिंह दृष्ट में से चार पर्यंत पर दूखे गये । दृष्ट के क्रमिक शेषों के ३ के भाग से आरम्भ होकर ३ के भाग तक के मिश्रीव भाग दृष्ट के संख्यात्मक मान के वर्गमूल का द्विगुणित प्रमाण तथा अन्य में श्लेष रहने बाह्य ४ सिंह वन में दिखाई दिया । बतलाओ कि उस दृष्ट में कितने सिंह हैं ? ॥ ४९ ॥ अग दृष्ट में से तत्पश्चात् हरिभियों के दो पुनः वन में देखे गये । शृङ्ख के क्रमिक शेषों

(४७) कीर्ण रूप से, इस नियम से $\frac{४}{(१-४_१)(१-४_२) \times}$ इत्यादि और

$(१-४_१)(१-४_२) \times$ इत्यादि $+ ४_१$, पर संश्लेषों प्राप्त होती हैं जिनका शेषमूल क सूत्र में स और अ का स्थान पर प्रतिस्थापन करना पड़ता है । 'शेषमूल' का सूत्र यह है

$k - \sqrt{k} = \left\{ \frac{४}{१} + \sqrt{\left(\frac{४}{१}\right)^2 + ४} \right\}$ । इस सूत्र का प्रयोग करने में k का मान शून्य हो जाता है ।

क्योंकि द्विप्रक्षेपमूल में गणित रहने का मूल अथवा वर्गमूल कुम राशि का होता है न कि राशि के मिश्रीव भाग का । ऐसा कि यह है आदेशन करने से हमें $k = \left\{ \frac{४}{१(१-४_१)(१-४_२) \times} \right.$ इत्यादि $+$

$\left. \sqrt{\left(\frac{४}{१(१-४_१)(१-४_२) \times} \right)^2 + \frac{४_१}{१(१-४_१)(१-४_२) \times} \right\}$ प्राप्त होता है । यह पत्र समीकरण

$k - ४_१ - ४_२ (k - ४_१) - ४_३ \{ k - ४_१ - ४_२ (k - ४_१) \} - ४_४ \sqrt{k - ४_१} = ४$ से लगभगापूर्वक प्राप्त हो सकता है, बशर्त कि $४_१, ४_२$ इत्यादि उल्लेख्य शेषों का विभिन्न मिश्रीव भाग है और $४_३$ तथा $४_४$ क्रमशः प्रथम शत राशि और अंतिम शत राशि हैं । पुनः, यहाँ 'क' अशत राशि है ।

तरुणहरिणीयुग्म दृष्टं द्विसगुणितं वने कुधरनिकटे जेषा पञ्चाशकादिदलान्तिमा ।
विपुलकलमक्षेत्रे तासा पद त्रिभिराहत कमलसरसीतीरे तस्थुर्दशैव गण. क्रियान् ॥ ५० ॥

इति द्विरप्रशेषमूलजाति ।

अथाशमूलजातौ सूत्रम्—

भागगुणे मूलाग्रे न्यस्य पदप्राप्तदृश्यकरणेन । यल्लब्ध भागहत धन भवेदंशमूलविधौ ॥ ५१ ॥

अन्यदपि सूत्रम्—

दृश्यादंशकभक्ताच्चर्तुगुणान्मूलकृतियुतान्मूलम् । सपद दलित वर्गितमंशाभ्यस्तं भवेत् सारम् ॥ ५२ ॥

के ६ वे भाग से लेकर ३ वें भाग तक के भिन्नीय भाग पर्वत के पास देखे गये । उस झुण्ड के संख्यात्मक मान के वर्गमूल की त्रिगुनी राशि विस्तृत कलम (चावल) क्षेत्र में देखी गई । अंत में, कमल सरोवर के किनारे शेष केवल १० देखे गये । झुण्ड का प्रमाण क्या है ? ॥ ५० ॥

इस प्रकार 'द्विरप्र शेषमूल' जाति प्रकरण समाप्त हुआ ।

“अशमूल” जाति सम्बन्धी नियम—

अज्ञात समूह वाचक राशि के दिये गये भिन्नीय भाग के वर्गमूल के गुणांक को तथा अत में शेष रहनेवाली ज्ञात राशिको लिखो । इन दोनों राशियों को दिये गये समानुपाती भिन्न द्वारा गुणित करो । जो 'शेषमूल' प्रकार में अज्ञात राशिको निकालने की क्रिया द्वारा प्राप्त होता है, उस फल को जब दिये गये समानुपाती भिन्न द्वारा भाजित करते हैं तब अशमूल प्रकार की इष्ट राशि प्राप्त होती है । ॥ ५१ ॥

'अशमूल' प्रकार का अन्य नियम—

अंतिम शेष के रूप में दी गई ज्ञात राशि दिये गये समानुपाती भिन्न द्वारा भाजित की जाती है और ४ द्वारा गुणित की जाती है । प्राप्त फल में अज्ञात समूह वाचक राशि के दत्त भिन्न के वर्गमूल के गुणांक का वर्ग जोड़ा जाता है । इस योगफल के वर्गमूल को ऊपर कथित अज्ञात राशि के भिन्नीय भाग के वर्गमूल के गुणांक में जोड़ते हैं और तब आधा कर वर्गित करते हैं । प्राप्त फल को दत्त समानुपाती भिन्न द्वारा गुणित करने पर इष्ट फल प्राप्त होता है । ॥ ५२ ॥

(५०) इस गाथा में आया हुआ शब्द 'हरिणी' का अर्थ न केवल मादा हरिण होता है वरन् उस छन्द का भी नाम होता है जिसमें यह गाथा संरचित हुई है ।

(५१) बीजीय रूप से कथन करने पर, यह नियम 'स ब' और 'अ ब' के मान निकालने में सहायक होता है, जिनका प्रतिस्थापन, शेषमूल प्रकार में किये गये अनुसार सूत्र $k - bk = \left\{ \frac{s}{r} + \sqrt{\left(\frac{s}{r}\right)^2 + 4b} \right\}^2$ में क्रमशः स और अ के स्थान पर करना पड़ता है । ४७ वीं गाथा के टिप्पण के

समान, $k - bk$ यहाँ भी क हो जाता है । इष्ट प्रतिस्थापन के पश्चात् और फल को ब द्वारा विभाजित करने पर हमें $k = \left\{ \frac{sb}{r} + \sqrt{\left(\frac{sb}{r}\right)^2 + 4b} \right\}^2 - b$ प्राप्त होता है ।

क का यह मान समीकरण $k - s\sqrt{bk} - 4b = 0$ से भी सरलता से प्राप्त हो सकता है ।

(५२) बीजीय रूप से कथन करने पर, $k = \left\{ \frac{s + \sqrt{s^2 + \frac{4b}{v}}}{r} \right\}^2 \times v$ होता है । यह

पिछली गाथा के टिप्पण में दिये गये समीकार से भी स्पष्ट है ।

अत्रोरेशकः

पद्मानलत्रिमासस्य जले मूलाष्टकं स्थितम् । पोडशाकुलमाकाशे जलनाम्नेदयं वद ॥ ५३ ॥
 द्वित्रिमासस्य धम्मूलं नवमं हस्तिनां पुन । शेषत्रिपरुचर्माशस्य मूलं पद्मिं समाहृतम् ॥ ५४ ॥
 विगलज्ञानभारार्द्रगण्डमण्डल्यमिन्द । चतुर्विंशतिराष्टष्टा मयाटव्यां कति द्विपा ॥ ५५ ॥
 क्रोडौषार्थं चतुःपदानि विपिनं शार्दूलबिक्रीरितं प्रापु । शेषपदांशामूलस्युगलं शैलं चतुस्ताडितम् ।
 शेषार्थस्य परं त्रियगैरुणितं वमं वराहा वने दृष्टा । सप्तगुणाष्टकप्रमितयस्तेषां प्रमाणं वद ॥ ५६ ॥
 इत्यंशामूलजातिः ।

अयं भागसंयोगजातौ सूत्रम्—

स्वौषाग्नहरापूनाश्चतुर्गुणप्रेण ठदरेण हताम् । मूलं योग्यं त्याज्यं तच्छेदे तद्वलं विदम् ॥ ५७ ॥

१. ३ में 'वाराह' पाठ है ।

२. इस श्लोक के पश्चात् सभी हस्तलिपियों में निम्नलिखित श्लोक है जो केवल ५७ में श्लोक का व्याख्यातुवार है—

अन्यथा—

चतुर्विंशतिं नोनाग्राग्नहराद्वारात् । तच्छेदेन हतान्मूलं योग्यं त्याज्यं तच्छेदे तदर्पविदम् ॥

उद्याहरणार्थं मूलं

कमल की जड़ के त्रिभाग के बर्गमूल का आठगुना भाग पानी के भीतर है और १२ अंगुल पानी के ऊपर बापु में है । बतलाओ कि तली से पानी की ऊँचाई कितनी है तथा कमल जड़ की ऊँचाई क्या है ? १५२० हाथियों के गुण्ड में से उनकी रुक्या के १/३ भाग के बर्गमूल का ९ गुना प्रमाण और शेषभाग के ३ भाग के बर्गमूल का ९ गुना प्रमाण; और अंत में शेष २४ हाथी बल में ऐसे दोसे गय जिनके चौड़े गण्ड मण्डक से मद शर रहा था । बतलाओ कुछ कितने हाथी हैं ? १५४-१५४ बराहों के गुण्ड के अर्ध अंश के बर्गमूल की बीगुनी राशि अंगक में गई जहाँ शेर खड़ा कर रहे थे । १५ गुण्ड के बसने भाग के बर्गमूल की अठगुनी राशि अर्धत पर गई । शेष के अर्धभाग के बर्गमूल की ९ गुनी राशि नदी के किनारे गई । और अन्य में ५९ बराह बल में दोसे दाने । बतलाओ कि कुछ बराह कितने थे ? १५९४

इस प्रकार, अंशमूल जाति प्रकरण समाप्त हुआ ।

'भाग संयोग' जाति सम्बन्धी विषय—

(अज्ञात समूह बाचक हाथि के विभिन्न मिश्र मिश्रीय भाग के सरकीकृत) हर को स्व सम्बन्धित (सरकीकृत) अंश द्वारा विभाजित करने से प्राप्त एक में से सिधे गण्ड ज्ञात भाग की बीगुनी राशि बतलाओ । तब इस अंतर एक को बली (ऊपर बतें हुए सरकीकृत) हर द्वारा गुणित करो । इस गुणनफल के बर्गमूल को बतें हुए बली हर में जोड़ो और फिर उसी में से घटाओ । तब बायफल अथवा अंतर एक में से किसी एक की अर्ध राशि, यह (अज्ञात समूह बाचक) राशि होती है । १५७४

(५९) "शार्दूल विक्रीरित" का अर्थ शेरों की कड़ी होता है । इसके विषय यह नाम उल्ट उल्ट का भी है जिनमें कि यह श्लोक संरक्षित हुआ है ।

(५७) बीजीय रूप से कचन करने पर $k = \frac{\frac{नक}{मप} \pm \sqrt{\left(\frac{नक}{मप}\right)^2 - ४म}}{२} \frac{नक}{मप}$ होता है । क की

अत्रोद्देशकः

अष्टमं षोडशांशत्र शालिराशे कृपोवल । चतुर्विंशतिवाहांच लेभे राशि क्रियान् वद ॥ ५८ ॥
शिखिनां षोडशभाग. स्वगुणश्चूते तमालपण्डेऽस्थात् ।

शेषनवाशः स्वहतश्चतुरग्रदशापि कति ते स्युः ॥ ५९ ॥

जले त्रिंशद्दशाहतो द्वादशांशः स्थितः शेषविंशो हृत षोडशेन ।

त्रिनिघ्नेन पट्के करा विंशतिः खे सखे स्तम्भदैर्घ्यस्य मानं वद त्वम् ॥ ६० ॥

इति भागसवर्गजाति ।

अथोनाधिकांशवर्गजातौ सूत्रम्—

स्वाशकभक्तहरार्धं न्यूनयुगाधिकोनितं च तद्वर्गात् ।

न्यूनाधिकवर्गाग्रान्मूलं स्वर्णं फलं पट्टेऽशहृतम् ॥ ६१ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

कोई कृपक शालि के ढेरी की $\frac{1}{2}$ भाग प्रमाण राशि द्वारा गुणित उसी ढेरी की $\frac{1}{4}$ भाग प्रमाण राशि को प्राप्त करता है । इसके सिवाय उसके पास २४ वाह और रहती है । बतलाओ ढेरी का परिमाण क्या है ? ॥५८॥ छुट के $\frac{1}{4}$ वें भाग द्वारा गुणित मयूरों के छुट का $\frac{1}{4}$ वा भाग, आम के वृक्ष पर पाया गया । स्व [अर्थात् शेष के $\frac{1}{2}$ वें भाग] द्वारा गुणित शेष का $\frac{1}{2}$ वा भाग, तथा शेष १४ मयूरों को तमाल वृक्ष के छुट में देखा गया । बतलाओ वे कुल कितने हैं ? ॥५९॥ किसी स्तम्भ के $\frac{1}{2}$ वें भाग को स्तम्भ के $\frac{1}{4}$ वें भाग द्वारा गुणित करने से प्राप्त भाग पानी के नीचे पाया गया । शेष के $\frac{1}{4}$ वें भाग को उसी शेष के $\frac{1}{4}$ वें भाग द्वारा गुणित करने से प्राप्त भाग कीचड़ में गड़ा हुआ पाया गया । शेष २० हस्त पानी के ऊपर हवा में पाया गया । हे मित्र ! स्तम्भ की लम्बाई बताओ । ॥६०॥ इस प्रकार, “भाग संवर्ग” जाति प्रकरण समाप्त हुआ ।

ऊनाधिक ‘अंशवर्ग’ जाति सम्बन्धी नियम—

(अज्ञात राशि के विशिष्ट भिन्नीय भाग के) हर की अर्द्ध राशि के स्व अंश द्वारा विभाजित करने से प्राप्त राशियों को (समूह वाचक अज्ञात राशि के विशिष्ट भिन्नीय भाग में से घटाई जाने वाली) दी गई ज्ञात राशि द्वारा मिश्रित अथवा हासित करो । इस परिणामी राशि के वर्ग को (घटाई जाने वाली अथवा जोड़ी जाने वाली) ज्ञात राशि के वर्ग द्वारा तथा राशि के ज्ञात दोष द्वारा हासित करो । जो फल मिले उसका वर्गमूल निकालो । इस वर्गमूल द्वारा उपर्युक्त प्रथम वर्ग राशि का वर्गमूल मिश्रित अथवा हासित किया जाता है । जब प्राप्त राशि को अज्ञात राशि के विशिष्ट भिन्नीय भाग द्वारा विभाजित करते हैं तब अज्ञात राशि की इष्ट अर्धा (value) प्राप्त होती है ॥६१॥

इस अर्धा को समीकार $k - \frac{m}{n} k \times \frac{p}{f} k - a = 0$ द्वारा भी प्राप्त कर सकते हैं, जहाँ m/n और p/f नियम में अवेक्षित भिन्न हैं ।

$$(६१) \text{ बीजीय रूप से, } k = \left\{ \pm \sqrt{\left(\frac{n}{2m} \pm d\right)^2 - d^2 - a} + \left(\frac{n}{2m} \pm d\right) \right\} - \frac{m}{n},$$

क की यह अर्धा समीकार, $k - \left(\frac{m}{n} k \mp d\right)^2 - a = 0$, द्वारा भी प्राप्त हो सकती है, जहाँ d दी गई ज्ञात राशि है, जो अज्ञात राशि के इस उल्लिखित भिन्नीय भाग में से घटाई जाती है अथवा उसमें जोड़ी जाती है ।

हीनालाप उदाहरणम्

महिषोष्णामर्षादो ध्येको वर्गीकृतो बने रमते । पञ्चदशाशौ दृष्टास्तुर्ष चरन्त्य कियन्त्यस्ता ॥६२॥
अनेकपानां दक्षमो द्विषजित स्वसगुण त्रिघति सप्तकीवने ।

चरन्ति पद्भूमिता गजा गिरौ कियन्त पतेऽत्र भवन्ति वन्तिन ॥ ६३ ॥

अधिकालाप उदाहरणम्

अम्युष्टे पञ्चदशाशौ द्विकयुक्त स्वेनाभ्यस्त केचिदुल्लस्य द्विकृतिम्ना ।

पञ्चाप्यन्ये मत्तमयूरा महकारे रंरम्यन्ते मित्र वर्षेषा परिमाणम् ॥ ६४ ॥

इत्युनाधिकदशवैजाति ॥

अथ मूलमिभजातौ सूत्रम्—

मिभट्टितरुनयुक्ता ध्यधिका च द्विगुणमिभसंमत्ता ।

वर्गीकृता फलं स्यात्करणमिदं मूलमिभविधौ ॥ ६५ ॥

१. A में 'हीन' छूट गया है ।

२. A में यह तथा अनुगामी श्लोक छूट गये हैं ।

हीनालाप प्रकार क उदाहरण

कुछ हुंड के २ वें भाग के पूर्व वर्ग से एक कम मरिच (मैसा) राशि बन में खीड़ा कर रही है ।
लेव १५, पर्वत पर घास खाते हुए दिखाई दे रहे हैं । बतकाभो कुछ कितने मैसे हैं ? ॥६२॥ कुछ
हुंड के २३ वें भाग से दो कम प्रमाण, बसी प्रमाण द्वारा गुणित होने से कण्ड इति राशि सप्तकी
बन में खीड़ा कर रही है । लेव हाथी जो संख्या में ६ की वर्गराशि प्रमाण है पर्वत पर बिबर रहे हैं ।
बतकाभा के कुछ कितने हैं ? ॥६३॥

अधिकालाप प्रकार क उदाहरण

कुछ हुंड के २३ भाग से २ अधिक राशि को एक द्वारा गुणित करने से प्राप्त राशि प्रमाण
मयूर अम्युष्ट पर लेव रहे हैं । लेव गर्भलि २^३ × ५ मयूर आम के वृक्ष पर लेक रहे हैं । हे मित्र !
उन हुंड के कुछ मयूरों की संख्या बतकाभो ? ॥ ६४ ॥

इस प्रकार ऊनाधिक अंश वर्ग जाति प्रकरण समाप्त हुआ ।

'मूलमिभ जाति सम्बन्धी नियम—

(विहित अज्ञात राशियों के वर्गमूलों के) मिमित (ज्ञात) वाग के वर्ग में (ही गई)

अज्ञात राशि आइ ही जाती है अथवा ही गई अज्ञात राशि उसमें से घटा ही जाती है । परिणामी
राशि को उपयुक्त मिमित योग की कुमुभी राशि द्वारा विभाजित करत है । इसके वर्गित करने पर इद
अज्ञात मयूर की अर्ध (value) प्राप्त होती है । यही, 'मूलमिभ प्रकार के प्रश्नों का साधन करने
का नियम है ॥ ६५ ॥

(६४) इस गणना में 'मत्तमयूरा घटा' का अर्थ गर्भलि मयूर दत्ता है । यह इस छन्द का भी
नाम है जिसमें यह गणना गर्भवत हुई है ।

(६५) वर्गीय कर म $k = \left\{ \frac{m \pm c}{n} \right\}^2$ है यह क की अर्ध गमीवार $\sqrt{k} + \sqrt{k - c}$

= म हाथ लाला म पास हा मज्जी है । यही 'म' नियम म अज्ञात ज्ञात मिमित वर्ग है ।

हीनालाप उद्देशकः

मूल कपोतवृन्दस्य द्वादशोन्नस्य चापि यत् । तयोयोगे कपोता. षड् दृष्टास्तन्निकरः कियान् ॥६६॥
पारावतीयसंघे चतुर्धनोनेऽपि तत्र यन्मूलम् । तद्द्वययोग. षोडश तद्गुन्दे कति विहङ्गा' स्यु. ॥६७॥

अधिकालाप उद्देशकः

राजहसनिकरस्य यत्पद् साष्टषष्टिसहितस्य चैतयो' ।
संयुतिर्द्विकविहीनषट्कृतिस्तद्रूपे कति मरालका वद ॥ ६८ ॥
इति मूलमिश्रजातिः ।

अथ भिन्नदृश्यजातौ सूत्रम्—

दृश्यांशोने रूपे भागाभ्यासेन भाजिते तत्र । यल्लब्धं तत्सारं प्रजायते भिन्नदृश्यविधौ ॥ ६९ ॥

अत्रोद्देशकः

सिकतायामष्टांश' संदृष्टोऽष्टादशांशसंगुणितः । स्तम्भस्यार्धं दृष्टं स्तम्भायाम' कियान् कथय ॥७०॥

१ B में 'योगः', पाठ है ।

२ B, M और K में 'गगने' पाठ है ।

हीनालाप के उदाहरणार्थ प्रश्न

कपोतों की कुल संख्या के वर्गमूल में १२ द्वारा हासित कपोतों की कुल संख्या के वर्गमूल को जोड़ने पर (ठीक फल) ६ क्वतर प्रमाण देखने में आता है । उस वृन्द के कपोतों की कुल संख्या क्या है ? ॥ ६६ ॥ कपोतों के कुल समूह का वर्गमूल, तथा ४ के घन द्वारा हासित कपोतों की कुल संख्या का वर्गमूल निकालकर इन (दोनों राशियों) का योग १६ प्राप्त होता है । बतलाओ समूह में कुल कितने विहग हैं ? ॥ ६७ ॥

अधिकालाप का उदाहरणार्थ प्रश्न

राजहसों के समूह के संख्यात्मक मान का वर्गमूल तथा ६८ अधिक उसी समूह की संख्या का वर्गमूल (निकालने से प्राप्त) इन (दोनों राशियों) का योग ६२ - २ होता है । बतलाओ उस समूह में कितने हंस हैं ? ॥ ६८ ॥

इस प्रकार 'मूल मिश्र' जाति प्रकरण समाप्त हुआ ।

'भिन्न दृश्य' जाति सम्बन्धी नियम—

जब एक को (अज्ञात राशियों से सम्बन्धित दी गई) भिन्नीय शेष राशि द्वारा हासित कर (सम्बन्धित विशिष्ट) भिन्नीय भागों के गुणन फल द्वारा भाजित करते हैं, तब प्राप्त फल (भिन्नों पर प्रश्नों के) 'भिन्न दृश्य' प्रकार का साधन करने में, इष्ट उत्तर होता है ॥ ६९ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी स्तम्भ का $\frac{1}{2}$ भाग, उसी स्तम्भ के $\frac{1}{3}$ भाग द्वारा गुणित होता है । इससे प्राप्त भाग प्रमाण रेत में गड़ा हुआ पाया गया । उस स्तम्भ का $\frac{2}{3}$ भाग ऊपर दृष्टिगोचर हुआ । बतलाओ कि स्तम्भ की (उदग्र vertical) लम्बाई क्या है ? ॥ ७० ॥ कुल हाथियों के झुंड के $\frac{1}{3}$ वें भाग

(६९) त्रीन्वीय रूप से, $k = \left(1 - \frac{r}{y} \right) - \frac{m}{n}$ है । यह, समीकरण $k - \frac{m}{n} = k \times \frac{p}{q} - k -$

द्विभक्तनयमांशकप्रहृतमप्रयिंशांशकः प्रमोदमवतिष्ठने करिष्युल्लस्य पृथ्वीतले ।
 यिनीन्वजलद्राट्टविर्यिहरति त्रिभागो नग यद् स्वमधुना सखे करिष्युल्लप्रमाणं मम ॥ ७१ ॥
 माधुदहननिव्रमति योद्वशांशकस्त्रिभाजित स्वधुगुणितो घनान्तरे ।
 पादो गिरौ मम कथयागु तमिति प्रोत्तीर्णयान् जलधिममं प्रकीर्णकम् ॥ ७२ ॥

इति भिन्नदृश्यजाति ॥

इति मारसग्रह गणितशास्त्र महावीराचार्यस्य कृती प्रकीर्णको नाम तृतीयदृश्यवहार समाप्त ॥

का बनी हुई क २ के भाग से गुणित करने तथा ३ द्वारा विभाजित करने से प्राप्त कक प्रमाण के हाथी मदान में प्रसन्न दशा में तिष्ठे है । केप (कचा हुआ) $\frac{2}{3}$ भाग हुई को बादलों के समान लब्ध काल हाथियों का है, पक्ष पर लीदा कर रहा है । है मित्र । बतकाभे कि हाथियों के हुई का संख्यात्मक मान क्या है । ० ७१ ० साधुओं के समूह का $\frac{2}{3}$ वां भाग ३ द्वारा विभाजित करने के बचान् ३३ द्वारा गुणित (अर्थात् $\frac{2}{3} + ३$ द्वारा गुणित) करने से प्राप्त भाग प्रमाण कम के अन्तः मान में रह रहा है इस समूह का (कचा रहने बाका) $\frac{2}{3}$ भाग पर्वत पर रह रहा है । है कक्षि सम् प्रकीर्णक क प्रोत्तीर्णयान् । मुझे शीघ्रही साधुओं के समूह का संख्यात्मक मान बतकाभे । ॥७२॥

इस प्रकार भिन्न दृश्य जाति प्रकार समाप्त हुआ ।

इस प्रकार महावीराचार्य की कृति सारसंग्रह नामक गणित शास्त्र में प्रकीर्णक नामक तृतीय दृश्यवहार समाप्त हुआ ।

$\frac{2}{3}$ क = में रह रहा है ।

(७१) 'पृथ्वी' शब्द का इस गाथा में आवा है, कचा का अर्थ पृथ्वी है तथा यह उल छन्द का नाम भी है जिसमें यह गाथा उर्गित हुई है ।

५. त्रैराशिकव्यवहारः

त्रिलोकबन्धवे तस्मै केवलज्ञानभानवे । नमः श्रीवर्धमानाय निर्धूताखिलकर्मणे ॥ १ ॥

इतः पर त्रैराशिक चतुर्थव्यवहारमुदाहरिष्याम ।

तत्र करणसूत्रं यथा—

त्रैराशिकेऽत्र सार फलमिच्छासंगुणं प्रमाणात्तम् ।

इच्छाप्रमयो साम्ये विपरीतेय क्रिया व्यस्ते ॥ २ ॥

पूर्वार्धोद्देशकः

दिवसैस्त्रिभि सपादैर्योजनषट्कं चतुर्थभागोनम् । गच्छति यः पुरुषोऽसौ दिनयुतवर्षेण कि कथय ॥३॥

व्यर्धाष्टाभिरहोभि क्रोशाष्टांशं स्वपञ्चमं याति ।

पङ्क्तुः सपञ्चभागैर्वैस्त्रिभिरत्र किं ब्रूहि ॥ ४ ॥

अङ्गुलचतुर्थभागं प्रयाति कीटो दिनाष्टभागोन । मेरोर्मूलाच्छिखरं कतिभिरोहोभिः समाप्नोति ॥५॥

१ P, K और M में स्व के लिये स पाठ है ।

५. त्रैराशिकव्यवहार

तीनों लोकों के बन्धु तथा सूर्य के समान केवल ज्ञान के धारी श्री वर्द्धमान को नमस्कार है जिन्होंने समस्त कर्म (मल) को निर्धूत कर दिया है । ॥१॥

इसके पश्चात्, हम त्रैराशिक नामक चतुर्थ व्यवहार का प्रतिपादन करेंगे ।

त्रैराशिक सम्बन्धी नियम—

यहाँ त्रैराशिक नियम में, फल को इच्छा द्वारा गुणित कर प्रमाण द्वारा विभाजित करने से इष्ट उत्तर प्राप्त होता है, जब कि इच्छा और प्रमाण समान (अनुक्रम direct अनुपात में) होते हैं । जब यह अनुपात प्रतिक्रम (inverse) होता है तब यह गुणन तथा भाग की क्रिया विपरीत हो जाती है (ताकि भाग की जगह गुणन हो और गुणन के स्थान में भाग हो) । ॥२॥

पूर्वार्ध, अनुक्रम त्रैराशिक पर उदाहरणार्थ प्रश्न

वह मनुष्य जो ३३ दिन में ५३ योजन जाता है, १ वर्ष और १ दिन में कितनी दूर जाता है ? ॥३॥ एक लगद्दा मनुष्य ७३ दिन में एक क्रोश का ३ तथा उसका ६ भाग चलता है । बतलाओ वह ३३ वर्षों में कितनी दूरी तय करता है ? ॥४॥ एक कीड़ा ३ दिन में ३ अंगुल चलता है । बतलाओ कि वह मेरुपर्वत की तली से उसके शिखर पर कब पहुँचेगा ? ॥५॥ वह मनुष्य जो ३३ दिन में १३ कार्पा-

(२) प्रमाण और फल के द्वारा अर्ध (rate) प्राप्त होती है । फल, इष्ट उत्तर के समान राशि होती है और प्रमाण, इच्छा के समान होता है । 'इच्छा' वह राशि है जिसके विषय में, किसी अर्ध (दर) से, कोई वस्तु निकालना होती है । जैसे कि गाथा ३ के प्रश्न में ३ दिन प्रमाण है, ५३ योजन फल है, और १ वर्ष १ दिन इच्छा है ।

(५) मेरु पर्वत की ऊँचाई ९९,००० योजन अथवा ७६,०३२,०००,००० अंगुल मानी जाती है ।

कर्पापणं मपार्थं निर्दिशति त्रिभिराहोमिरर्षयुतैः । यो ना पुराणशतकं सपणं कालेन केनासौ ॥६॥
 कृष्णागरुसत्तल्लण्डं द्वादशहस्तायतं त्रिभिस्तारम् । क्षयमेत्यकुलमहा क्षयकालः कोऽप्य वृक्षस्य ॥७॥
 स्यर्षोद्दशभिः मार्षैर्द्रौणाडककुडबमिमितं श्रितं । वरराजमापवाह किं हेमशतेन सार्धेन ॥ ८ ॥
 मार्षैस्त्रिभिः पुराणैः कुडुमपलमष्टभागसंयुक्तम् । संप्राप्य यत्र स्वाम् पुराणशतकेन किं सत्र ॥ ९ ॥
 मार्षार्थं कसप्तपलैश्चतुर्दशार्धोनिता पणा लब्ध्या । द्वात्रिंशदार्द्रक्यछैः सपञ्चमैः किं सखे ब्रूहि ॥१०॥
 कर्पापणेऽत्रुर्भिः पञ्चांशयुतैः पलानि रजतस्य । षोडश सार्धोनि नरो लभते किं कर्पेनियुतेना ॥११॥
 कर्पूरस्याष्टपलैस्त्र्यंशोर्नैनात्र पञ्च दीनाराम । भार्गाशकलायुक्ताम् लभते किं पलसहस्रेण ॥ १२ ॥
 मार्षैस्त्रिभिः पणैरिह घृतस्य पलपञ्चकं सपञ्चांशम् । श्रिणाति यो नरोऽयं किं साष्टमकर्षशतकेना ॥१३॥
 मार्षैः पञ्चपुराणैः षोडश सद्दानि वरुणगुल्फानि । लब्धानि सैकपट्या कर्पाण्यां किं सखे कथय ॥१४॥
 वापी ममघटुरभा सलिलवियुक्ताऽहस्तभनमाना । छैल्लस्तस्यास्तीरे सैमुत्थितः शिखरस्यस्य ॥१५॥
 वृष्टाकुलविष्कम्भा सखभारा स्फटिकनिर्मल पतिता ।
 धाप्यन्तरजलपूर्णा नमोऽस्त्रिति का च जलसप्तया ॥ १६ ॥

१. B में सक्ृष्णागरुसत्तल्लण्डं पाठ है । २. B और B में सख्याः पाठ है । ३. B में समुत्थिता धि पाठ है ।

पण इपयोग में जाता है वह १ पण सहित १ पुराण कितने दिन में कर्ष करेगा । ॥६॥ १९ हाथ कम्बे (आयत) तथा ३ हाथ व्यास (विस्तार) वाले कृष्णागरु का सत्तल्लण्ड (कपडा टुकड़ा) एक दिन में एक बल अंगुल के कर्ष (rate) से क्षय होता है । बतलाओ कुछ बेकलाकर टुकड़े को क्षय होने में कितना समय लगेगा ? ॥७॥ १ २ स्वर्ण में श्रेष्ठ काले बने का १ बाह १ ड्रोज, १ अडक और १ कुडब लारीय जाते हैं । बतलाओ १ २ स्वर्ण में कितना कितना प्रमाण लारीया का संकेत ? ॥८॥ यदि ३२ पुराणों के द्वारा १२ एक कुडुम प्राप्त हो सकता हो तो १० पुराणों में कितना प्राप्त हो सकेगा ? ॥९० ७२ एक भार्गव के द्वारा १३२ पण प्राप्त किये गये । हे मित्र ! ३२२ एक अर्द्रक में क्या प्राप्त होगा ? ॥११ ॥ ७२ कर्पापण में एक मनुष्य १९२ एक रजत प्राप्त करता है तो बसे १ कर्ष में कितनी रजत प्राप्त होगी ? ॥१३॥ ७२ एक कर्पूर क द्वारा एक मनुष्य ५ दीनार तथा १ भाय, १ अंस और १ कला प्राप्त करता है । बतलाओ कि उसे १० एक के द्वारा क्या प्राप्त होगा ? ॥१२॥ वह मनुष्य जो ३२ पण में ५२ एक की प्राप्त करता हो तो वह १ २ कर्ष में कितना प्राप्त करेगा ? ॥१३॥ ५२ पुराण क द्वारा एक मनुष्य १९२ कुछक बल प्राप्त करता है । हे मित्र ! ९१ कप में उसे कितने प्राप्त होंगे ?

जक रश्मि एक वर्गाकार वृत्त ५१२ बल इस्त है । उसके तीर पर एक पहाड़ी है । उसके शिखर से स्फटिक की भांति निर्मल एक बारा जिसके वर्तुळ छेद (circular section) का व्यास १ अंगुल है तभी में गिरती है आर वृष पानी से पूरी तरह भर जाता है । पहाड़ी की ऊँचाई क्या है तथा पानी का माप (संव्यामक मान में) क्या है ? ॥१५ १६॥ किसी राजा ने संव्यामि के अवसर पर

(७) यहाँ क्रिया में गिय गये व्यास से रंग (बसत) के अनुप्रय छद् (cross-section) का क्षेत्रफल शत मान लिया जाता है । वृष का क्षेत्रफल अनुमानतः व्यास के वर्ग को ५ द्वारा माहित कर और ३ द्वारा गुणित करने से प्राप्त शक्ति मान लिया जाता है ।

वृष्णागरु एक प्रकार की सुगन्धित लकड़ी है जिसे गुग्गुलु के लिए धूमि में बजाते हैं ।
 (१ १६) हा प्रश्न में पानी की पारा की स्याई परत की ऊँचाई के बराबर है, जिससे ज्योही वह वर्तक की लगी है वही लगी है ज्योही वह शिखर से बहना बंद हुई मान ली जाती है । बाहों में

मुद्गद्रोणयुगं नवाज्यकुडवान् षट् तण्डुलद्रोणका-
 नष्टौ वस्त्रयुगानि वत्ससहिता गाष्पट् सुवर्णत्रयम् ।
 संक्रान्तौ ददता नराधिपतिना षड्भ्यो द्विजेभ्यः सखे
 षट्त्रिंशत्त्रिंशतेभ्य आशु वद किं तद्वत्तमुद्गादिकम् ॥ १७ ॥
 इति त्रैराशिकः ।

व्यस्तत्रैराशिके तुरीयपादस्योद्देशकः

कल्याणकनकनवतेः कियन्ति नववर्णकानि कनकानि ।
 साष्टाशकदशवर्णकसगुञ्जहेन्नां शतस्यापि ॥ १८ ॥
 व्यासेन दैर्घ्येण च षट्कराणां चीनाम्बराणां त्रिंशतानि तानि ।
 त्रिपञ्चहस्तानि कियन्ति सन्ति व्यस्तानुपातक्रमविद्वद् त्वम् ॥ १९ ॥
 इति व्यस्तत्रैराशिकः ।

व्यस्तपञ्चराशिक उद्देशकः

पञ्चनवहस्तविस्तृतदैर्घ्याया चीनवस्त्रसप्तत्याम् । द्वित्रिकरव्यासायति तच्छ्रुतवस्त्राणि कति कथय ॥२०॥

१ इस श्लोक के स्थान में B और K में निम्न पाठ है—

दुग्धद्रोणयुगं नवाज्यकुडवान् षट् शर्कराद्रोणकानष्टौ चोचफलानि सान्द्रदधिखार्थषट् पुराणत्रयम् ।
 भीखण्डं ददता नृपेण सवनार्थं षड्भिनागारके षट्त्रिंशत्त्रिंशतेषु मित्र वद मे तद्वत्तदुग्धादिकम् ॥

६ ब्राह्मणों को २ द्रोण मुद्ग (kidney-bean), ६ कुडब घी, ६ द्रोण चावल, ८ युग्म (pairs)
 कपड़े, ६ बछड़ों सहित गायें और ३ सुवर्ण दिये । हे मित्र ! शीघ्र बतलाओ कि उसने ३३६ ब्राह्मणों
 को कितनी-कितनी मुद्गादि अन्य वस्तुएँ दी ? ॥१७॥

इस प्रकार अनुक्रम त्रैराशिक प्रकरण समाप्त हुआ ।

चौथे पाद* के अनुसार व्यस्त त्रैराशिक पर उदाहरणार्थ प्रश्न

शुद्ध स्वर्ण के ९० के लिये ९ वर्ण का स्वर्ण कितना होगा, तथा १० $\frac{१}{२}$ वर्ण के स्वर्ण की बनी
 हुई गुंज सहित १०० स्वर्ण (घरण) के लिये (९ वर्ण का स्वर्ण) कितना होगा ? ॥१८॥ ६ हस्त लम्बे
 और ६ हस्त चौड़े चीनी रेशम के टुकड़े ३०० टुकड़े हैं । हे व्यस्त अनुपात की रीति जानने वाले,
 बतलाओ कि उसी रेशम के ५ हस्त लम्बे, ३ हस्त चौड़े कितने टुकड़े उनमें से मिल सकेंगे ॥१९॥

इस प्रकार व्यस्त त्रैराशिक प्रकरण समाप्त हुआ ।

व्यस्त पंचराशिक पर उदाहरणार्थ प्रश्न

९ हस्त लम्बे, ५ हस्त चौड़े ७० चीनी रेशम के टुकड़ों में २ हस्त चौड़े और ३ हस्त लम्बे
 माप के कितने टुकड़े प्राप्त हो सकेंगे ? ॥२०॥

पानी की मात्रा निकालने के लिये घन माप तथा द्रव माप में सम्बन्ध दिया जाना चाहिये था । P में की
 संस्कृत और B में की कन्नड़ी टीकाओं के अनुसार १ घन अंगुल पानी, द्रव माप में १ कर्ष के बराबर
 होता है ।

(१७) एक राशि से दूसरी राशि में सूर्य के पहुँचने के मार्ग को संक्राति कहते हैं ।

(१८) शुद्ध स्वर्ण यहाँ १६ वर्ण का लिया गया है ।

* यहाँ इस अध्याय की दूसरी गाथा के चौथे चतुर्थीश का निर्देश है ।

व्यस्तसप्तराशिक उद्देशक

स्यामायामोक्षयतो धनुर्माणिक्यं घतुर्नवाष्टकर ।

द्विपदकदम्बमितयः प्रतिभा कति कयय तीर्थकृताम् ॥ २१ ॥

व्यस्तनवराशिक उद्देशकः

विन्मारदैर्ध्वोदयतः करस्य पद्विंशत्प्रमित्वा नवार्धा ।

क्षिप्त्वा तथा तु द्विपदकमानाम्नाः पञ्चद्वयार्धाः कति चैत्ययोग्या ॥ २२ ॥

इति व्यस्तपञ्चसप्तनवराशिकम् ।

गतिनिष्कृती सूत्रम्—

निजनिजकालोद्धृतयोर्गमननिष्ठस्योर्विद्योपजाज्जाताम् ।

दिनशुद्धगतिं न्यस्य त्रैराशिकविधिमत्तं कुर्यात् ॥ २३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वादशस्य पञ्चभागं नौषासि दिनत्रिमस्रभागेन । वार्धो वातायिद्धा प्रत्येति क्रोशनवर्मासम् ॥२४॥

कालेन कन गच्छेत्तु त्रिपञ्चभागोनयोजनशर्तं मा ।

संख्याम्भिनमुत्तरेण पादुपलिप्स्यं सभा रक्ष्य ॥ २५ ॥

१ B और K में तद्विन्मदले वार्धो, पाठ है ।

व्यस्त सप्तराशिक पर उद्गाहरणार्थं प्रश्न

बतकाओ कि ३ हस्त चौड़े २ हस्त कम्बे ८ हस्त कंबे बड़े मणि में से १ हस्त चौड़ी १ हस्त कम्बी तथा १ हस्त ऊँची तीर्थकरों की कितनी प्रतिमार्थें बन सकेंगी ? ॥२१॥

व्यस्त नव राशिक पर उद्गाहरणार्थं प्रश्न

जिसकी कीमत ९ है पैसी १ हस्त चौड़ी ३ हस्त कम्बा तथा ८ हस्त ऊँची एक सिखा की गई है । बतकाओ कि जिन मंदिर बनवान के लिये इस सिखा में से जिसकी कीमत ५ है पैसी १ हस्त चौड़ी १ हस्त कम्बी तथा १ हस्त ऊँची कितनी सिखानें प्राप्त हो सकेंगी ? ॥२२॥

इस प्रकार व्यस्त पञ्चराशिक सप्तराशिक और नवराशिक प्रकारन समाप्त हुआ ।

गति निर्धारित सम्बन्धी विषय—

दिन की शुद्ध गति का क्षिणा को अग्र तथा पश्च (अग्रो तथा पीठो की ओर होने वाली) गतियों के द्रव्य गण अर्थों (rates) के अन्तर से प्राप्त होती है जबकि इन अर्थों में से प्रत्येक को प्रथम उन्नते विविध समयों द्वारा विभाजित कर दिया जाता है । और तब इस शुद्ध दैनिक गति के सम्बन्ध में वैज्ञानिक विषय की जिज्ञा करा ।

उद्गाहरणार्थं प्रश्न

१ दिन में एक प्रहास गमुद्र में ६ क्रोस आती है; जमी समय वह पवन के विराम से २ प्रहास पीठे हट जाती है । है संख्या गमुद्र को बार बरान के अर्थे बाहुबक धारी । बतकाओ कि वह प्रहास १२६ बाजन दिनन समय में आवेगी ? ॥२३ २५॥ एक गमुद्र को ३० दिनों में १२ वर्षों

सपादहेम त्रिदिनैः सपञ्चमैर्नरोऽर्जयन् व्येति सुवर्णतुर्यकम् ।
 निजाष्टम पञ्चदिनैर्देलोनितैः स केन कालेन लभेत सप्ततिम् ॥ २६ ॥
 गन्धेभो मदलुब्धषट्पदपदप्रोद्धिन्नगण्डस्थल
 सार्धं योजनपञ्चमं व्रजति यः पड्भिर्देलोनैर्दिनैः ।
 प्रत्यायाति दिनैस्त्रिभिश्च सदलैः क्रोशद्विपञ्चांशक
 ब्रूहि क्रोशदलोनयोजनशतं कालेन केनाप्नुयात् ॥ २७ ॥
 वापी पय प्रपूर्णा दशदण्डसमुच्छ्रिताञ्जमिह जातम् ।
 अङ्गुलयुगलं सदल प्रवर्धते सार्धं दिवसेन ॥ २८ ॥
 निस्सरति यन्त्रतोऽम्भ सार्धेनाहाङ्गुले सर्विशे द्वे ।
 शुष्यति दिनेन सलिलं सपञ्चमाङ्गुलकमिनकिरणैः ॥ २९ ॥
 कूर्मो नालमधस्तात् सपादपञ्चाङ्गुलानि चाकृषति ।
 सार्धस्त्रिदिनैः पद्म तोयसमं केन कालेन ॥ ३० ॥
 द्वात्रिंशद्द्वस्तदीर्घं प्रविशति विवरे पञ्चभिः सप्तमार्धैः
 कृष्णाहीन्द्रो दिनस्यासुरवपुरजितः सार्धसप्ताङ्गुलानि ।
 पादेनाहोऽङ्गुले द्वे त्रिचरणसहिते वर्धते तस्य पुच्छ
 रन्ध्र कालेन केन प्रविशति गणकोत्तस मे ब्रूहि सोऽयम् ॥ ३१ ॥

इति गतिनिवृत्तिः ।

मुद्रा कमाता है, ४३ दिन में ३ स्वर्ण मुद्रा तथा उस (३) की ३ स्वर्णमुद्रा खर्च करता है, बतलाओ कि वह ७० स्वर्ण मुद्रायें कितने दिनों में बचा सकेगा ? ॥२६॥ एक श्रेष्ठ हाथी, जिसके गण्ड स्थल पर झरते हुए मद की सुगन्ध से लुब्ध भ्रमर राशि पदों द्वारा आक्रमण कर रही है, ५३ दिन में एक योजन का ३ भाग तथा ३ भाग चलता है, और, ३३ दिन में ३ क्रोश पीछे हट जाता है, बतलाओ कि वह ३ क्रोश कम १०० योजन की कुल दूरी कितने समय में तय करेगा ? ॥२७॥ एक वापिका पानी से पूरी भरी रहने पर गहराई में दश दण्ड रहती है। अंकुरित होता हुआ एक कमल तली से १३ दिन में २३ अंगुल के अर्ध (rate) से उगता है। यन्त्र द्वारा १३ दिन में वापिका का पानी निकल जाने से पानी की गहराई २२ १/२ अंगुल कम हो जाती है। और, सूर्य की किरणों द्वारा १३ अंगुल (गहराई का) पानी वाष्प बनकर उड़ जाता है, तथा, एक कृष्णा कमल की नाल को ३३ दिन में ५३ अंगुल नीचे की ओर खींच लेता है। बतलाओ कि वह कमल पानी की सतह तक कितने समय में उग आवेगा ? ॥२८-३०॥ एक बलयुक्त, अजित, श्रेष्ठ कृष्णाहीन्द्र (काला सर्प) जो ३२ हस्त लम्बा है, किसी छिद्र में ५३ दिन में ७३ अंगुल प्रवेश करता है, और ३३ दिनों में उसकी पूँछ २३ अंगुल बढ़ जाती है। हे अंकगणितज्ञों के भूषण ! मुझे बतलाओ कि यह सर्प इस छिद्र में कितने समय में पूरी तरह प्रवेश कर सकेगा ? ॥३१॥

इस प्रकार, गति निवृत्ति प्रकरण समाप्त हुआ ।

पंचराशिक, सप्तराशिक और नवराशिक सम्बन्धी नियम—

स्व स्थान से 'फल' को अन्य स्थान में पक्षान्तरित करो (जहाँ वैसी ही मूर्त राशि आवेगी), (तब इष्ट उत्तर को प्राप्त करने के लिये विभिन्न राशियों की) बड़ी सख्याओं वाली पंक्ति को (सबको

(२८-३०) कुएँ की गहराई मूल गाथा में तली से नापी गई 'ऊँचाई' कही गई है ।

पञ्चसप्तमवराहिकेषु करणसूत्रम्—

त्रोम नीत्वाम्योर्न्यं विभजेत् पृथुपङ्क्तिमल्पया पंक्त्या ।

गुणयित्वा जीवानां ऋष्यविक्रमयोस्तु तानेष ॥ ३२ ॥

अत्रोदेशकः

द्वित्रिंशत् शतयोगे पञ्चाशत्याष्टिमसृतिपुराणा । अमार्षिना प्रयुक्ता वृक्षमासेष्वस्य का वृद्धि ॥३१॥

इत्रां सार्धाद्गीतेर्नामर्ष्यंसेन वृद्धिरभ्यर्था । सत्रिंशत्तुर्धनकत्या क्रियती पादोनपण्मासौ ॥३२॥

१. ४ में निम्नलिखित पाठान्तर है ।

प्रकान्तरेव सूत्रम्—

सकम्प फले छिन्द्यात्पुपंक्त्याने कयधिको पंक्तिम् । स्वगुणामश्वदीनां ऋष्यविक्रमयोस्तु तानेष ।

अन्यदपि सूत्रम्—

सकम्प फले छिन्द्यात् पुपंक्त्यासम्पत्त्या पक्त्या । अश्वदीनां ऋष्यविक्रमयोरश्वदिकोऽथ सकम्प ॥

अ केवळ वाद का कम्प दिया गया है जिसके वृद्धे शौर्याई भाग का पाठान्तर यह है—

पुपंक्त्यासम्पत्त्यासम्पत्त्याइत्या ।

साय गुणित करने के पश्चात्) सबको साय छकर गुणित की गई विभिन्न राशियों की छोटी संख्याओं वाली पंक्ति द्वारा विभाजित करना चाहिये । परन्तु नीचे पङ्क्तियों को देखने और करीबने के प्रसों में केवल उन्हें प्ररूपण करनेवाली संख्याओं के सम्बन्ध में ही पञ्चान्तरण करते हैं ॥३२॥

उदाहरणार्थ मूल

किसी व्यक्ति द्वारा ५, १ और ७ पुराण ऋष्या २, ३ और ४ प्रतिफल प्रतिमास के वर्ष (२२) से काम के किये ध्याव वर दिये गये । एक माह में उसे कितना ध्याव प्राप्त होगा ? ॥३३॥
 ३ मास में ५ ३ वर्षों सुश्राओं पर ध्याव १३ होता है । ५३ माह में १ ३ स्वर्ग सुश्राओं पर वह कितना होगा ? ॥३४॥ यह जो १६ वर्षों के १ स्वर्ग खंडों में २ एक प्राय करता है ता १० वर्ष

(३२) पङ्क्त का पञ्चान्तरण तथा अन्य कथित क्रियामें निम्नलिखित तावित उदाहरण से स्पष्ट हो जायेंगी । गान्धा ३६ के मूल में दिया गया न्वाश (data) प्रथम निम्न प्रकार प्ररूपित किया जाता है ।

१ मानी	}	१ वाह + १ कुम्प
३ योजन		१ योजन
६ पत्र		

अब यहाँ पङ्क्त जो १ एक है की अन्य पंक्ति में पञ्चान्तरण करते हैं तब—

१ मानी	}	२ वाह + १ कुम्प = २ ३ वाह
३ योजन		१ योजन
		६ पत्र

अब जिसमें विभिन्न राशियों की संख्या अधिक है ऐसी राशिमें हाय की पंक्ति की तब राशियों का गुणित कर उसे कम पंक्ति (जिसमें विभिन्न राशियों की संख्या कम है) की तब राशियों को गुणित करने से प्राप्त गुणतकक द्वारा भाजित करना चाहिये । तब हमें पत्तों की संख्या प्राप्त होगी जो कि इष्ट उत्तर होगा ।

यथा $\frac{1}{4} \times 1 \times 6$
 1×3

षोडशवर्णककाञ्चनशतेन यो रत्नविंशतिं लभतं । दशवर्णसुवर्णानामष्टाशीतिद्विशत्या किम् ॥३५॥
गोधूमाना मानीर्नव नयता योजनत्रय लब्धा । षष्टिं पणा सवाहं कुम्भ दशयोजनानि कति ॥३६॥

भाण्डप्रतिभाण्डस्योद्देशकः

कस्तूरीकर्षत्रयमुपलभते दशभिरष्टभि कर्णकै
कर्षद्वयकर्पूरं मृगनाभित्रिशतकर्षकै. कति ना ॥३७॥
पनसानि षष्टिमष्टभिरुपलभतेऽशीतिमातुलुङ्गानि ।
दशभिर्भाषैः नवशतपनसै कति मातुलुङ्गानि ॥३८॥

जीवक्रयविक्रययोरुद्देशकः

षोडशवर्षास्तुरगा विंशतिरर्हन्ति नियुतकनकानि ।
दशवर्षसप्तिसप्ततिरिह कति गणकाग्रणीः कथय ॥ ३९ ॥
स्वर्णत्रिशती मूल्यं दशवर्षाणा नवाङ्गनाना स्यात् । षट्त्रिंशन्नारीणा षोडशसंवत्सराणा किम् ॥४०॥
षट्कशतयुक्तनवतेर्दशमासैर्वृद्धिरत्र का तस्या ।
क काल किं वित्त विदिताभ्यां भण गणकमुखमुकुर ॥ ४१ ॥

१ B में अन्त में ना जुडा है ।

२ K, M और B में ना के लिए हेमकर्षा' पाठ है ।

वाले २८८ स्वर्ण खडों में क्या प्राप्त करेगा ? ॥३५॥ एक मनुष्य जो ९ मानी गेहूँ ३ योजन तक ले जाकर ६० पण प्राप्त करता है, वह एक कुम्भ और एक वाह गेहूँ १० योजन तक लेजाकर क्या प्राप्त करेगा ? ॥३६॥

भाण्ड प्रतिभाण्ड (विनिमय) पर उदाहरणार्थ प्रश्न

एक मनुष्य १० स्वर्ण मुद्राओं में ३ कर्ष कस्तूरी तथा ८ स्वर्ण मुद्राओं में २ कर्ष कर्पूर प्राप्त करता है । बतलाओ कि उसे ३०० कर्ष कस्तूरी के बदले में कितने कर्ष कर्पूर प्राप्त होगा ? ॥३७॥ एक मनुष्य ८ माशा चाँदी के बदले में ६० पनस प्राप्त करता है और १० माशा चाँदी के बदले में ८० अनार प्राप्त करता है । बतलाओ कि ९०० पनस फलों के बदले में वह कितने अनार प्राप्त करेगा ? ॥३८॥

पशुओं के क्रय और विक्रय पर उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रत्येक १६ वर्ष की उम्र वाले धीस घोड़ों की कीमत १००,००० स्वर्ण मुद्राएँ हैं । हे गणित-ज्ञाग्रणी ! बतलाओ कि प्रत्येक १० वर्ष वाले ७० घोड़ों का मूल्य इस अर्घ से क्या होगा ? ॥३९॥ प्रत्येक १० वर्ष की उम्रवाली ९ नवाङ्गनाओं का मूल्य ३०० स्वर्ण मुद्राएँ हैं । प्रत्येक १६ वर्ष की उम्रवाली ३६ नवाङ्गनाओं का मूल्य क्या होगा ? ॥४०॥ ६ प्रतिशत प्रतिमास की दर से ९० पर १० मास में क्या व्याज होगा ? हे गणक मुख मुकुर ! दो अन्य आवश्यक ज्ञात राशियों की सहायता से बतलाओ कि उस व्याज के सम्बन्ध में समय क्या होगा और उस व्याज तथा समय के सम्बन्ध में मूलधन क्या होगा ? ॥४१॥

पञ्चमसप्तवराशिकेषु करणसूत्रम्—

लोम नीत्यान्वोम्यं विमजेत् पृथुपङ्क्तिमल्पया पंक्त्या ।
गुणयित्वा जीवानां क्रयधिक्रययोस्तु तानेष ॥ ३२ ॥

अत्रोद्देशक.

द्वित्रिचतुष्टययोग पञ्चाशत्यष्टिसप्ततिपुराणा । अमार्शिनो प्रयुक्ता वृक्षमासेष्वस्य का वृद्धि ॥३१॥
हेक्ता सार्धाष्टीतेर्मासप्र्ययेन वृद्धिरभ्यर्षा । मत्रिचतुष्टयनवत्या कियती पावोनवण्मासे ॥३२॥

१ १ में निम्नलिखित पाठान्तर है ।

प्रकान्तरेष सूत्रम्—

संक्रम्य फलं छिन्वात्पुपंकस्यान करणिकां पंक्तिम् । स्वगुणाम्भारीनां क्रयविक्रममास्तु तानेष ।

अन्वपि सूत्रम्—

संक्रम्य फलं छिन्वात् पृथुपंकस्यासमस्यया पंक्त्या । अम्भारीनां क्रयविक्रयद्वयार्थादिक्रम्य संक्रम्य ॥

३३ केवल वाक्य का अर्थ दे दिया गया है जिसके दूसरे चौथाई भाग का पाठान्तर यह है—

पृथुपंकस्यासमस्यपंकस्याहत्या ।

साय गुणित करण के पञ्चाशत्) सबको साथ लेकर गुणित की गई विभिन्न राशियों की छोटी संख्याओं बाधो पंक्ति द्वारा विभाजित करना चाहिये । परन्तु अधिक्त पण्डों को देखने और करिदने के प्रश्नों में केवल उन्हें प्रकल्प करनेवाकी संख्याओं के सम्बन्ध में ही पञ्चान्तरण करते हैं ॥३२॥

उदाहरणार्थ प्रस्त

किसी व्यक्ति द्वारा ५, ९ और ७ पुराण क्रमशः २ ३ और ४ प्रतिवत्स प्रतिमास के बर्ष (वर) से काम क मिये व्याज पर दिये गये । इस माह में कसे कितना व्याज प्राप्त होगा ? ३३३३
३ मास में ८ ३ वर्षों सुत्राओं पर व्याज १२ होता है । ५३ माह में ९ ३ वर्षों सुत्राओं पर यह कितना होगा ? ०३३३ यह जो १९ वर्ष के १ वर्षों बर्षों में २ रत्न प्राप्त करता है तो १ वर्षों

(३२) पृष्ठ का पञ्चान्तरण तथा अन्य कथित क्रिमार्शे निम्नलिखित तावित उदाहरण से स्पष्ट हो जावेगी । गाया ३३ के प्रश्न में िका गया न्यास (data) प्रथम निम्न प्रकार प्ररूपित किया जाता है ।

९ मानी	१ बाह + १ कुम्भ
१ योवन	१ योवन
६ पत्र	

यस यहाँ पत्र जो १ पत्र है, को अन्य पंक्ति में पञ्चान्तरित करते हैं तब—

९ मानी	बाह + १ कुम्भ = १३ बाह
१ योवन	१ योवन
	६ पत्र

अब जिसमें विभिन्न राशियों की संख्या अधिक है वैसी राशिने बाह की पंक्ति की सब राशियों को गुणित कर उसे बाह पंक्ति (जिसमें विभिन्न राशियों की संख्या कम है) की सब राशियों को गुणित करने से प्राप्त गुणनफल द्वारा भाजित करना चाहिये । तब हमें पत्रों की संख्या प्राप्त होगी जो कि इष्ट उत्तर होगा ।

$$\begin{aligned} \text{मया} & \quad १ \frac{१}{४} \times १ \times ९ \\ & \quad ९ \times १ \end{aligned}$$

षोडशवर्णककाञ्चनशतेन यो रत्नविंशति लभते । दशवर्णसुवर्णानामष्टाशीतिद्विशत्या किम् ॥३५॥
गोधूमानां मानीर्नव नयता योजनत्रय लब्धा । षष्टिः पणा सवाहं कुम्भ दशयोजनानि कति ॥३६॥

माण्डप्रतिभाण्डस्योद्देशकः

कस्तूरीकर्पत्रयमुपलभते दशभिरष्टभि कर्णकै
कर्षद्वयकर्पूरं मृगनाभिः त्रिशतकर्षकै. कति ना ॥३७॥
पनसानि षष्टिमष्टभिरुपलभतेऽशीतिमातुलुङ्गानि ।
दशभिर्माणैः नवशतपनसै कति मातुलुङ्गानि ॥३८॥

जीवक्रयविक्रययोरुद्देशकः

षोडशवर्षास्तुरगा विंशतिरहन्ति नियुतकनकानि ।
दशवर्षसप्तिसप्ततिरिह कति गणकाप्रणी कथय ॥ ३९ ॥
स्वर्णत्रिशती मूल्य दशवर्षाणा नवाङ्गनाना स्यात् । षट्त्रिंशन्नारीणा षोडशसंवत्सराणा किम् ॥४०॥
षट्कशतयुक्तनवतेर्दशमासैर्वृद्धिरत्र का तस्या ।
क काल किं वित्तं विदित्ताभ्या भण गणकमुखमुकुर ॥ ४१ ॥

१ B में अन्त में ना जुडा हैं ।

२ K, M ओर B में ना के लिए हेमकर्षा पाठ है ।

वाले २८८ स्वर्ण खडों में क्या प्राप्त करेगा ? ॥३५॥ एक मनुष्य जो ९ मानी गेहूँ ३ योजन तक ले जाकर ६० पण प्राप्त करता है, वह एक कुम्भ ओर एक वाह गेहूँ १० योजन तक लेजाकर क्या प्राप्त करेगा ? ॥३६॥

माण्ड प्रतिभाण्ड (विनिमय) पर उदाहरणार्थ प्रश्न

एक मनुष्य १० स्वर्ण मुद्राओं में ३ कर्ष कस्तूरी तथा ८ स्वर्ण मुद्राओं में २ कर्ष कर्पूर प्राप्त करता है । बतलाओ कि उसे ३०० कर्ष कस्तूरी के बदले में कितने कर्ष कर्पूर प्राप्त होगा ? ॥३७॥ एक मनुष्य ८ माशा चाँदी के बदले में ६० पनस प्राप्त करता है और १० माशा चाँदी के बदले में ८० अनार प्राप्त करता है । बतलाओ कि ९०० पनस फलों के बदले में वह कितने अनार प्राप्त करेगा ? ॥३८॥

पशुओं के क्रय और विक्रय पर उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रत्येक १६ वर्ष की उम्र वाले शीस घोड़ों की कीमत १००,००० स्वर्ण मुद्राएँ हैं । हे गणित-ज्ञाप्रणी ! बतलाओ कि प्रत्येक १० वर्ष वाले ७० घोड़ों का मूल्य इस अर्घ से क्या होगा ? ॥३९॥ प्रत्येक १० वर्ष की उम्रवाली ९ नवाङ्गनाओं का मूल्य ३०० स्वर्ण मुद्राएँ हैं । प्रत्येक १६ वर्ष की उम्रवाली ३६ नवाङ्गनाओं का मूल्य क्या होगा ? ॥४०॥ ६ प्रतिशत प्रतिमास की दर से ९० पर १० मास में क्या व्याज होगा ? हे गणक मुख मुकुर ! दो अन्य आवश्यक ज्ञात राशियों की सहायता से बतलाओ कि उस व्याज के सम्बन्ध में समय क्या होगा और उस व्याज तथा समय के सम्बन्ध में मूलधन क्या होगा ? ॥४१॥

सप्तराशिक उद्देशक

त्रिचतुर्व्यासायामौ श्रीसृष्ट्यावर्द्धतोऽष्टहेमानि ।

पण्यविस्वसिदैर्घ्यां हस्तेन चतुर्दशान् कति ॥ ४२ ॥

इति सप्तराशिक' ।

नवराशिक उद्देशक.

पञ्चाष्टत्रिव्यासदैर्घ्योद्दयान्मो घटे वापी शास्त्रिणी वाहृष्टकम् ।

सप्तव्यासा हस्तत' पष्टिदैर्घ्यां पात्सेभो किं नवाचक्ष्य विद्वस ॥ ४३ ॥

इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ त्रैराशिको नाम चतुर्व्यवहार' ॥

१ ४३ वें श्लोक क सिवाव ४ और ३ में निम्नलिखित श्लोक प्राप्य है—

इषाशास्त्रिभ्यासदैर्घ्योद्दयान्मो घटे वापी शास्त्रिणी चार्धवाही ।

इतरावहायामकाः पौष्ट्याप्लूः षट्कव्यासा किं क्तव्यं नर स्वम् ॥

सप्तराशिक पर उद्दाहरणार्थ प्रश्न

जिनमें प्रत्येक का व्यास ३ हस्त और कम्बाई (जाबाम) ४ हस्त है ऐसे संदक-ककड़ी के दो डुकड़ों का मूल्य ८ स्वर्ण मुद्राएँ हैं । इस भाव से जिनमें प्रत्येक ६ हस्त व्यास में और ९ हस्त कम्बाई में है ऐसे संदक-ककड़ी के १० डुकड़ों का क्या मूल्य होगा ? ॥४२॥

नवराशिक पर उद्दाहरणार्थ प्रश्न

जो चौड़ाई कम्बाई और (लकी से) कम्बाई में क्रमशः ५ ८ और ३ हस्त है ऐसी मिट्टी पर की चापिकर में ९ बाह पानी भरा है । हे विद्वान् ! कतकामो कि ७ हस्त चौड़ी ६ हस्त कम्बी और लकी से ५ हस्त चौको ९ चापिकरों में कितना पानी समावेगा ? ॥४३॥

इस प्रकार सप्तराशिक और नवराशिक प्रकरण समाप्त हुआ ।

इस प्रकार महावीराचार्य की कृति सारसंग्रह नामक गणित शास्त्र में त्रैराशिक नामक चतुर्व्यवहार समाप्त हुआ ।

(४३) इस गाथा में 'शास्त्रिणी' शब्द का अर्थ "पर की" होता है । यह उस छंद का भी नाम है जिसमें यह गायत्री संरक्षित हुई है ।



६. मिश्रकव्यवहारः

प्राप्तानन्तचतुष्टयान् भगवतस्तीर्थस्य कर्तृन् जिनेान्
सिद्धान् शुद्धगुणांस्त्रिलोकमहितानाचार्यवर्यान्पि ।
सिद्धान्तार्णवपारगान् भवभृतां नेतृनुपाध्यायकान्
साधून् सर्वगुणाकरान् हितकरान् वन्दामहे श्रेयसे ॥ १ ॥
इतः परं मिश्रगणितं नाम पञ्चमव्यवहारमुदाहरिष्यामः । तद्यथा—

संक्रमणसंज्ञाया विषमसंक्रमणसंज्ञायाश्च सूत्रम्—
युतिवियुतिदलनकरणं संक्रमणं छेदलब्धयो राशयो ।
संक्रमण विषममिदं प्राहुर्गणिततार्णवान्तगता ॥ २ ॥

६. मिश्रकव्यवहार

जिन्होंने अनन्त चतुष्टय प्राप्त कर वर्य तीर्थ की प्रवर्तना की है ऐसे अरिहत प्रभुओं की, जो अष्टाधिक गुण सम्पन्न हैं तथा तीनों लोकों में आदर को प्राप्त हैं ऐसे सिद्ध प्रभुओं की, श्रेष्ठ आचार्यों की, जो जैन सिद्धान्त सागर के पारगामी हैं तथा संसारी जीवों को मोक्षमार्ग के उपदेशक हैं ऐसे उपाध्यायों की और जो सर्व सद्गुणों के धारक हैं तथा दूसरों के हितकर्ता हैं ऐसे साधुओं की हम अपने सर्वोपरि हित के लिये वन्दना करते हैं ॥१॥

इसके पश्चात् हम मिश्रित उदाहरण नामक पाँचवें व्यवहार का प्रतिपादन करेंगे ।

पारिभाषिक शब्द 'संक्रमण' और 'विषम संक्रमण' के अर्थों को स्पष्ट करने के लिये सूत्र—

गणित समुद्र के पारगामी, किन्हीं दो राशियों के योग अथवा अन्तर के आधा करने को संक्रमण कहते हैं । और, ऐसी दो राशियाँ जो क्रमशः भाजक तथा भजनफल रहती हैं, उनके संक्रमण को विषम संक्रमण कहते हैं ॥२॥

(१) कर्म और जन्म मरण के दुःखों से पूर्ण ससारीजीवनरूपी नदी को पार करने के लिये 'तीर्थ' शब्द का प्रयोग 'एक ऐसे स्थान के लिये हुआ है जो उथला होने के कारण नदी को पार करने में सहायक सिद्ध होता है । ससार अर्थात् चतुर्ध्वंक्रमण के दुःखों रूपी सागर को पार कराने के लिये भगवान् आत्माओं के लिये नैमित्तिक सहायक माने गये हैं । इसलिये इन जिनों को तीर्थकर कहा जाता है ।

(२) बीजीय रूप से, दो राशियों अ और व का संक्रमण $\frac{अ+व}{२}$ और $\frac{अ-व}{२}$ के मान निकालना है ।

लना है । उनका विषम संक्रमण, $व + \frac{अ}{व}$ और $व - \frac{अ}{व}$ के मान निकालना है ।

अत्रोद्देशकः

द्वादशसंख्याराशेद्वाभ्यां संक्रमणमत्र किं भवति ।

तस्मात्त्राशेर्भेदं विपर्ययं वा किं तु संक्रमणम् ॥ ३ ॥

पञ्चराशिकविधि

पञ्चराशिकस्वरूपवृद्धयानयनसूत्रम्—

इच्छाराशिः स्वस्य हि कालेन गुणः प्रमाणफलगुणितः ।

कालप्रमाणभक्तो भवति तदिच्छाफलं गणित ॥ ५ ॥

अत्रोद्देशकः

त्रिकपञ्चकपटकशातं पञ्चादात्याष्टसप्ततिपुराणां । उभार्यतः प्रमुक्ता का वृद्धिर्मासपदकस्य ॥ ५ ॥

व्यर्थाष्टकशतयुक्ताशिशतकार्षापणा पपाश्वाष्टौ । मासाष्टकेन जाता दलहीननैव का वृद्धिः ॥ ६ ॥

षष्टया वृद्धिर्दृष्टा पञ्च पुराणां पणत्रयविमिमां । मासद्वयेन लब्धा शतवृद्धिः का तु वर्षस्य ॥ ७ ॥

मार्घशतकप्रयोगे सार्धकमासेन पञ्चवशा स्त्रयम् । मासवशाकेन लब्धा शतत्रयस्यात्र का वृद्धिः ॥ ८ ॥

साष्टशतकाद्ययोगं त्रिवष्टिकार्षापणा विधा वृत्तां । सप्तानां मामानां पञ्चमभागाभितानां किम् ॥ ९ ॥

उदहरणार्थं प्रश्न

अब संख्या १२ दो से व्युत्पन्नित हो तो संक्रमण क्या होगा ? और २ के सम्बन्ध में उसी संख्या १२ का मागीय विचय संक्रमण क्या होगा ?

पंचराशिक विधि

पंचराशिक प्रकार के व्याज को निकालने की विधि के लिये विषय—

इच्छा का संक्रमण करनेवाकी संख्या, वर्षात् जिस पर व्याज निकालना इच्छ होता है ऐसे धन को उससे सम्बन्धित समय द्वारा गुणित किया जाता है और तब लिये हुए मूलधन पर व्याज दर का निरूपण करने वाली संख्या द्वारा गुणित किया जाता है । गुणनफल को समय तथा मूलधन रमित द्वारा भाजित किया जाता है । यह मूलधनक गणित में इच्छ धन का व्याज होता है ॥५॥

उदहरणार्थं प्रश्न

५ ६ और ७ पुराण क्रमशः ३ ५ और ६ प्रतिशत प्रतिमाह की दर (rate) से व्याज पर लिये गये उनका ६ माह में व्याज क्या होगा ? ॥५॥ ३ कार्षापण और ८ पण, ७ प्रतिशत प्रतिमाह की दर से व्याज पर लिये गये, ७ माह में कितना व्याज होगा ? ॥६॥ ३ पर २ माह में ५ पुराण और ३ पण व्याज होता है । पण ३ वर्ष का व्याज कतकानो ॥७॥ १५ को १ माह तक उधार दन से १५ व्याज प्राप्त होता है । इसी अर्थ से ३ पर १ माह का व्याज क्या होगा ? ॥८॥ एक व्यापारी ने ६३ कार्षापण १ ८ पर ८ प्रतिमाह की दर पर उधार लिये कतकानो ७ माह में कितना व्याज होगा ॥९॥

(४) बीबीय रूप से
$$व = \frac{प \times अ \times वा}{भा \times पर}$$
 जहाँ भा वा और वा प्रमाण अथवा दर सम्बन्धी क्रमशः

अवधि, मूलधन और व्याज हैं और अ व तथा व इच्छा की क्रमशः अवधि मूलधन और व्याज हैं । प्रमाण और इच्छा के विशेष स्वीकरण के लिये अथवा ५ की याथा २ की पाठ टिप्पणी देखिये ।

(५) व्याज की दर यदि उल्लिखित न हो तो उसे प्रतिमाह धमकना चाहिये ।

मूलानयनसूत्रम्—

मूलं स्वकालगुणित स्वफलेन विभाजित तदिच्छाया ।
कालेन भजेद्भ्रं फलेन गुणितं तदिच्छा स्यात् ॥ १० ॥

अत्रोद्देशकः

पञ्चार्धकशतयोगे पञ्च पुराणान्दलोनमासौ द्वौ । वृद्धि लभते कश्चित् किं मूल तस्य मे कथय ॥११॥
सप्तत्या. सार्धमासेन फलं पञ्चार्धमेव च । व्यर्धाष्टमासे मूलं किं फलयो' सार्धयोर्द्वयो' ॥ १२ ॥
त्रिकपञ्चकपट्कशते यथा नवाष्टादशाथ पञ्चकृतिः ।
पञ्चाशकेन मिश्रा षट्सु हि मासेषु कानि मूलानि ॥ १३ ॥

कालानयनसूत्रम्—

कालगुणितप्रमाणं स्वफलेच्छाभ्यां हृत तत कृत्वा ।
तदिहेच्छाफलगुणित लब्ध काल बुधा' प्राहु ॥ १४ ॥

उधार दिये गये मूलधन को निकालने के लिये नियम—

मूलधन राशि को उसी से सम्बन्धित समय द्वारा गुणित करते हैं और सम्बन्धित व्याज द्वारा विभाजित करते हैं । तब इस भजनफल को (उधार दिये गये) मूलधन से सम्बन्धित अवधि द्वारा विभाजित करते हैं, यह अंतिम भजनफल जब उपार्जित व्याज द्वारा गुणित किया जाता है तब वह मूलधन प्राप्त होता है जिस पर कि उक्त व्याज प्राप्त हुआ है ॥१०॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

व्याज दर २½ प्रतिशत प्रतिमाह से १½ माह तक रकम उधार देकर एक व्यक्ति ५ पुराण व्याज प्राप्त करता है । मुझे बतलाओ कि उस व्याज के सम्बन्ध में मूलधन क्या है ? ॥११॥
७० पर १½ माह में २½ व्याज होता है । यदि ७½ माह में २½ व्याज होता हो तो बतलाओ कि कितना मूलधन व्याज पर दिया गया है ? ॥१२॥ क्रमशः ३, ५ और ६ प्रतिशत प्रति माह की दर से उधार देने पर ६ माह में प्राप्त होने वाले व्याज क्रमश ९, १८ और २५½ हैं, कौन-कौन से मूलधन व्याज पर दिये गये हैं ? ॥१३॥

अवधि निकालने के लिये नियम—

मूलधन को सम्बन्धित अवधि से गुणित करो, तब इस गुणनफल को उसी से सम्बन्धित व्याज दर से भाजित करो और उधार दी हुई रकम से भी भाजित करो । प्राप्त भजनफल को उधार दी हुई रकम के व्याज द्वारा गुणित करो । बुद्धिमान मनुष्य कहते हैं कि परिणामी गुणनफल (उपार्जित व्याज की) अवधि होता है ॥१४॥

$$(१०) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{\text{धा} \times \text{आ} \times \text{बा}}{\text{बा} \times \text{अ}} = \text{घ}$$

$$(१४) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{\text{धा} \times \text{आ} \times \text{ब}}{\text{बा} \times \text{घ}} = \text{अ}$$

अत्रोद्देशकं

समार्धशतकयोगे वृद्धिस्त्वष्टामर्धिशतिरशीत्या ।

कालेन केन लब्धा कालं विगणय्य कथय सन्ने ॥ १५ ॥

विंसतिपटशतकस्य प्रयोगत्वं सप्तगुणपटि । वृद्धिरपि चतुरशीति कथय मन्त्रे कालमाद्यु त्वम् ॥१६॥

वन्कशतेन हि युक्ता पण्यवतिर्षुद्धिरत्र संष्टया । सप्तोत्तरपञ्चाशत् त्रिपञ्चमागच्छ कः कालः ॥१७॥

माण्डप्रतिमाण्डसूत्रम्—

माण्डस्वमूस्यमर्त्तं प्रतिमाण्डं माण्डमूस्यसंगुणितम् ।

स्वेच्छामाण्डाम्यस्तं माण्डप्रतिमाण्डमूस्यपञ्चमेवत् ॥ १८ ॥

अत्रोद्देशकं

श्रीतान्यष्टौ शुष्ण्या पञ्चानि पञ्चमि पणौ सपादाशौ ।

पिप्पल्या पलपञ्चकस्य पादोनै पौनैचमि ॥ १९ ॥

शुष्ण्या पलैश्च केनचिदशीतिमि कति पलानि पिप्पल्या ।

श्रीतानि विधिन्य त्वं गणितविद्याचक्र मे शीघ्रम् ॥ २० ॥

इति मिश्रकव्यवहारे पञ्चराशिविधि समाप्तः ।

वृद्धिविधानम्

इत् परं मिश्रकव्यवहार वृद्धिविधानं व्याख्यास्यामः ।

१ B और B दोनों में मध्यम पाठ है कश्चिन् त्वाशीतिमि स च पञ्चानि पिप्पल्याः।

उदाहरणार्थं प्रश्न

हे मित्र ! जबधि की गणना कर बतकाओ कि ३२ प्रतिशत प्रतिमाह के बर्ष से ८ पर २८

व्याज कितने समय में प्राप्त होगा ? ११५B १ प्रति १ प्रतिमाह के बर्ष से उधार दिया गया धन

३२ है । व्याज मी ८४ है । हे मित्र ! मुझे सीमा बतकाओ कि यह व्याज कितनी जबधि में उपार्जित

हुआ है ? १११D १ प्रतिशत प्रतिमाह के बर्ष से २९ उधार दिये जाते हैं । उन पर ५०६ व्याज होगा

है । यह व्याज कितनी जबधि में प्राप्त हुआ होगा ? ११०B

मांडप्रतिमांड (वस्तुओं के पारस्परिक विधिमय) के सम्बन्ध में निम्न—

बढ़ते में की गई वस्तु के परिमाण को उसके स्वसूच्य तथा बढ़ते में की गई वस्तु के परिमाण

द्वारा विभाजित करते हैं । तब उसे बढ़ते में की गई वस्तु के सूच्य द्वारा गुणित करते हैं और तब

बढ़की जाने वाली (जिसे बढ़कना हू है) वस्तु के परिमाण द्वारा गुणित करते हैं । यह परिणामी

गुणवक्रक बढ़ते में की गई वस्तु तथा बढ़ते में की गई वस्तु के सूच्यों की संघाती हू राशि होती है ११८D

उदाहरणार्थं प्रश्न

८ एक इण्डि (सूखी अदरक) ६५ पय में खरीदी गई और ५ एक कम्बी मिर्च ८३ पय में

खरीदी गई । हे मित्र ! विचारकर मुझे सीमा बतकाओ कि ऊपर कितनी हुई दर से खरीदी जाने वाली

कम्बी मिर्च ८ एक सूखी अदरक (सोंठ) के बढ़ते में कितने पय खरीदी जा सकेगी ? ११९-२ B

इस प्रकार, मिश्रक व्यवहार में पञ्चराशिक विधि नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

वृद्धि विधान [व्याख]

इसके पश्चात् मिश्रक व्यवहार में हम व्याज पर व्याख्या करेंगे ।

मूलवृद्धिमिश्रविभागानयनसूत्रम्—

रूपेण कालवृद्ध्या युतेन मिश्रस्य भागहारविधिम् । कृत्वा लब्धं मूल्य वृद्धिमूल्येनमिश्रधनम् ॥२१॥

अत्रोद्देशकः

षष्ठकशतप्रयोगे द्वादशमामैर्धनं प्रयुङ्क्ते चेत् । साष्टा चत्वारिंशन्मिश्र तन्मूलवृद्धी के ॥ २२ ॥

पुनरपि मूलवृद्धिमिश्रविभागसूत्रम्—

इच्छाकालफलत्र स्वकालमूलेन भाजितं सैकम् । संमिश्रस्य विभक्त लब्ध मूलं विजानीयात् ॥२३॥

अत्रोद्देशकः

सार्धद्विशतक्रयोगे मासचतुष्केण किमपि धनमेक ।

दत्त्वा मिश्र लभते किं मूल्य स्यात् त्रयस्त्रिंशत् ॥ २४ ॥

कालवृद्धिमिश्रविभागानयनसूत्रम्—

मूल स्वकालगुणित स्वफलेच्छाभ्यां हृत तत् कृत्वा ।

मिश्रित रकम में से धन और व्याज अलग करने के लिये नियम—

मूलधन और व्याज सम्बन्धी दिये गये मिश्रधन को जो ढी गई अवधि के व्याज में जोड़कर प्राप्त किया जाता है, ऐसी (व्याज) राशि द्वारा हासित किया जाय तो इष्ट मूलधन प्राप्त होता है, और इष्ट व्याज को मिश्रित धन में से (निकाले हुए) इष्ट मूलधन को घटाकर प्राप्त कर लेते हैं ॥२१॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

यदि कोई वन ५ प्रतिशत प्रतिमाह के अर्ध से व्याज पर दिया जाय तो १२ माह में मिश्रधन ४८ हो जाता है । बतलाओ कि मूलधन और व्याज क्या है ? ॥२२॥

मिश्रधन में से मूलधन और व्याज अलग करने के लिये दूसरा नियम—

दिये गये समय तथा व्याज दर के गुणनफल को समयदर तथा मूलधनदर द्वारा भाजित करते हैं । प्राप्त फल से १ जोड़ने से प्राप्त राशि द्वारा मिश्रधन को भाजित करते हैं जिससे परिणामी भजनफल इष्ट मूलधन होता है ॥२३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

२३ प्रतिशत प्रतिमाह के अर्ध से रकम को व्याजपर देने से किसी को चार माह में ३३ मिश्रधन प्राप्त होता है । बतलाओ मूलधन क्या है ? ॥२४॥

मिश्र योग में से अवधि तथा व्याज को अलग करने के लिये नियम—

मूलधनदर को अवधि दर द्वारा गुणित करो और व्याज दर तथा दिये गये मूलधन द्वारा

$$(२१) \text{ प्रतीक रूप से } घ = \frac{म}{१ + \frac{व \times वा}{आ \times घ}}$$

जहाँ म = घ + व है, इसलिये व = म - घ

$$(२३) \text{ प्रतीक रूप से, } घ = म - \left\{ \frac{व \times वा}{आ \times घ} + १ \right\}, \text{ स्पष्ट है कि यह बहुत कुछ गाथा २१ से}$$

दिये गये सूत्र के समान है ।

मैत्रं तेनाप्तस्य च मित्रस्य फलं हि वृद्धिं स्यात् ॥ २५ ॥

अत्रोद्देशकः

पञ्चकक्षतप्रयोगे फलार्थिना धोत्रितेव धनपट्टि ।

कालः स्ववृद्धिसहितो विंशतिरत्रापि कः कालः ॥ २६ ॥

अर्धत्रिकस्तत्या सार्धाया योगयोजितं मूलम् ।

पञ्चोत्तरमत्तसार्धं मित्रमस्तीति स्वकालवृद्धयोर्हि ॥ २७ ॥

अर्धवर्षमुष्कास्तीत्या युक्ता मासद्वयेन सार्धेन ।

मूलं षट्पञ्चसदं पदत्रिंशत्सिद्धं हि कालवृद्धयोर्हि ॥ २८ ॥

मूलकालमिभ्यमागानयनसूत्रम्—

स्वफलेद्वृत्तप्रमाणं कालपतुर्वृद्धिसहितं स्रोध्यम् ।

मित्रवृत्तेस्तन्मूलं मित्रे क्रियते धु संक्रमणम् ॥ २९ ॥

विनाशित करो । परिष्कामी शक्तिको १ में मित्राभा । प्राप्तकक्ष द्वारा मित्रधोग को विनाशित करने पर इष्ट व्याज प्राप्त होता है ॥२५॥

उदाहरणार्थं मन्त्र

५ प्रतिशत प्रतिमाह क बर्ष से किसी साहूकार ने ६ हजार दिये । अबचि तथा समय मित्रा कर २ होता है । बतकाभो कि जबचि क्या है ? ॥२६॥ १२ प्रति ७ २ प्रति मास की दर से व्याज पर दिया गया मूलधन ७ ५ है । समय और व्याज का मित्रधोग ८ है । समय तथा व्याज के मातों को अलग-अलग गिनाको ॥२७॥ १२ प्रति ८ की दर से १२ मातों के बिये व्याज पर दिया गया मूलधन ७ है और समय तथा व्याज का मित्रधोग ३६ है । समय तथा व्याज अलग-अलग बतकाभो ॥२८॥

मूलधन और व्याज की अबचि का इनके मित्रधोग में से अलग करने के लिये निम्न—

जबचि और मूलधन के दिये गये मित्रधोग के बर्ग में से वह शक्ति बचाई जाती है जो मूलधन-दर को व्याजदर से भाजित करने और अबचिदर तथा बिये गये व्याज की चौगुनी शक्ति द्वारा गुणित करने पर प्राप्त होती है । इस परिष्कामी क्षेत्र के वर्गमूल को दिये गये मित्रधोग के सम्बन्ध में संक्रमण क्रिया करने के उपयोग में लात है ॥२९॥

$$(२५) \text{ प्रतीक रूप से, } w = m + \left\{ \frac{pa \times ba}{pa \times w} + 1 \right\} = w, \text{ यहाँ } m = w + m$$

$$(२९) \text{ प्रतीक रूप से, } \left\{ \frac{\sqrt{m^2 - \frac{pa \times ba}{w}} \times \sqrt{w \times m}}{w} \right\} = w \text{ अथवा } w, \text{ (यथा$$

स्थिति) यहाँ } m = w + m, \text{ दिये गये निम्न क अनुसार, मूल (करबी) वत राशि का मान (} w - m \text{) है; इसके वर्गमूल तथा मित्र इन दोनों के सम्बन्ध में संक्रमण की क्रिया की जाती है ।

• संक्रमण क्रिया को समझने के लिये अग्राय ६ का दशके २ देखिये ।

अत्रोद्देशकः

सप्तत्या वृद्धिरियं चतु पुराणा फल च पञ्चकृति ।

मिश्रं नव पञ्चगुणा पादेन युतास्तु किं मूलम् ॥ ३० ॥

त्रिकषष्ट्या दत्त्वैक किं मूल केन कालेन । प्राप्तोऽष्टादशवृद्धि षट्षष्टि कालमूलमिश्र हि ॥ ३१ ॥

अध्यर्धमासिकफल षष्ट्याः पञ्चार्धमेव संदृष्टम् ।

वृद्धिस्तु चतुर्विंशतिरथ षष्टिर्मूलयुक्तकालश्च ॥ ३२ ॥

प्रमाणफलेच्छाकालमिश्रविभागानयनसूत्रम्—

मूल स्वकालवृद्धिद्विकृतिगुण लिङ्गमितरमूलेन । मिश्रकृतिशेषमूल मिश्रे क्रियतं तु संक्रमणम् ॥३३॥

अत्रोद्देशकः

अध्यर्धमासकस्य च शतस्य फलकालयोश्च मिश्रधनम् ।

द्वादश दलसंमिश्र मूलं त्रिंशत्फलं पञ्च ॥ ३४ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

४ पुराण, ७० पर प्रतिमाह व्याज है । कुल पर प्राप्त व्याज २५ है । मूलधन तथा व्याज को अवधि का मिश्रयोग ४५ है । कितना मूलधन उधार दिया गया है ? ॥३०॥ ३ प्रति ६० प्रतिमास के अर्ध से कोई मनुष्य कितना मूलधन कितने समय के लिये व्याज पर लगाये ताकि उसे व्याज १८ प्राप्त हो जबकि उस अवधि तथा उस मूलधन का मिश्रयोग ६६ दिया गया है ॥३१॥ ६० पर १२ माह में व्याज केवल २३ है । यहाँ व्याज २४ है और मूलधन तथा अवधि का मिश्रयोग ६० है । समय तथा मूलधन क्या है ? ॥३२॥

व्याजदर तथादृष्ट अवधि को मिश्रितयोग में से अलग-अलग करने के लिये नियम—

मूलधनदर स्व समयदर द्वारा गुणित किया जाता है, तथा दिये गये व्याज से और ४ से भी गुणित करने के उपरान्त अन्य दिये गये मूलधन द्वारा विभाजित किया जाता है । इस परिणामी भजन-फल को दिये गये मिश्रयोग के वर्ग में से घटाकर प्राप्त शेष के वर्गमूल को मिश्रयोग के सम्बन्ध में संक्रमण क्रिया करने के उपयोग में लाते हैं ॥३३॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

अर्ध अधिक प्रतिशत प्रतिमाह की दृष्ट दर से व्याज दर और अवधि का मिश्रयोग १२ है होता है । मूलधन ३० है और उस पर व्याज ५ है । बतलाओ व्याज दर और अवधि क्या-क्या हैं ? ॥३४॥

(३३) प्रतीक रूप से, $\sqrt{m^2 - \frac{दा \times आ \times व \times ४}{घ}}$ का 'म' के साथ दृष्ट संक्रमण क्रिया करने

के उपयोग में लाते हैं । यहाँ $m = वा + अ$ है ।

मूलकाल्पवृद्धिमिभविभागानयन्सूत्रम्—

मिभ्रादूनितराशि काल्पस्त्वस्यैव रूपसमभेन । सैकेन भवेन्मूलं स्वकाल्पमूलोनिव फलं मिभम् ॥३५॥

अत्रोद्देशकः

पञ्चकक्षयप्रयोगे न ज्ञात काल्पमूलफलराशि । तन्मिभं द्रोशीतिर्मूलं किं काल्पवृद्धी के ॥ ३५ ॥

बहुमूलकाल्पवृद्धिमिभविभागानयन्सूत्रम्—

विभजेत्स्वकाल्पादितमूलसमासेन कलसमासहतम् ।

काल्पम्यस्त्वं मूलं पृथक् पृथक् चाविशोद् वृद्धिम ॥ ३७ ॥

अत्रोद्देशकः

चत्वारिंशत्त्रिंशत्पृथिविपञ्चाक्षवृत्त मूल्यनि । मासा पञ्चचतुस्रिकपट फलपण्ड्यतुकिंशात् ॥३८॥

१ इतन्मिपि मे नह अष्टक रूप प्राप्य वै; इत्य रूप 'द्वयशीति' छत्र की भावत्मकता को समाधानित नहीं करता है ।

सूक्ष्मण, व्याज और समय को उनके मिश्रयोग में से अलग-अलग प्राप्त करने के लिये निम्न—
दिय गये मिश्रयोग में से कोई मूल से चुनी हुई संख्या को व्याज पर इष्ट समय प्राप्त हुआ मान किया जाता है । उस अवधि के लिये १ पर व्याज निकालकर उसमें १ जोड़ते हैं । तब, लिये गये मिश्रयोग में से मूल से चुनी गई अवधि बटाकर शेष राशि को उपर्युक्त प्राप्त राशि द्वारा विभाजित करते हैं । परिणामी अलगफल इष्ट सूक्ष्मण होता है । मिश्रयोग को निम्न के संवादी समय और सूक्ष्मण द्वारा हासित करने पर इष्ट व्याज प्राप्त होता है ॥३५॥

उत्पाहरणार्थ मूल

५ प्रतिशत प्रतिमाह के बर्ष से उपार दी गई रकम के विषय में अवधि सूक्ष्मण और व्याज का निकलपत्र करने वाली राशिर्षी ज्ञात नहीं हैं । उनका मिश्रयोग ८९ है । अवधि, सूक्ष्मण और व्याज निकलको ३२३७

विभिन्न धनों पर विभिन्न अवधियों में उपार्जित विभिन्न व्याजों को इन्हीं के मिश्रयोग में से अलग-अलग व्याज प्राप्त करने के लिये निम्न—

प्रत्येक सूक्ष्मण संवादी समय पर गुणित होकर तथा व्याजों की कुल दत्त रकम द्वारा गुणित होकर अलग-अलग दत्त गुणनफलों के योग द्वारा विभाजित किया जाता है जो प्रत्येक सूक्ष्मण को उसके संवादी समय द्वारा गुणित करने पर प्राप्त होते हैं । प्राप्त फल उस सूक्ष्मण सम्बन्धी व्याज घोषित किया जाता है ॥३७॥

उत्पाहरणार्थ मूल

इस मूल में दिय गये सूक्ष्मण ७ ३ २ और ५ है; और मास क्रमस्तः ५, ७, ९ और ६ है । व्याज की राशिर्षी का योग ३७ है । प्रत्येक व्याज राशि निकलको ॥३८॥

(३५) वहाँ ३ अक्षत राशिर्षी ही गई हैं । समय का मान मन से चुन लिया जाता है और अन्य ३ राशिर्षी अम्पान ९ की २२वीं गाथा के निम्नानुसार प्राप्त हो जाती हैं ।

(३७) मतीक रूप से,
$$\frac{व_१, अ_१, म}{व_१, अ_१ + प_१, अ_१ + प_२, अ_१ + प_३, अ_१} = व_१; और$$

$$\frac{व_१, अ_१, म}{प_१, अ_१ + व_२, अ_१ + प_२, अ_१ + प_३, अ_१} = व_२; वहाँ म = व_१ + व_२ + व_३ + ; प_१, व_२, प_३$$

आदि विभिन्न सूक्ष्मण हैं तथा अ_१, अ_२, अ_३ आदि विभिन्न अवधियों हैं ।

बहुमूलमिश्रविभागानयनसूत्रम्—

स्वफलैः स्वकालभक्तैस्तद्युत्या मूलमिश्रधनराशिम् ।

छिन्द्यादंशं गुणयेत् समागमो भवति मूलानाम् ॥ ३९ ॥

अत्रोद्देशकः

दशषट्त्रिपञ्चदशका वृद्धय इषवश्चतुस्त्रिषण्मासाः ।

मूलसमासो दृष्टश्चत्वारिंशच्छतेन संमिश्रा ॥ ४० ॥

पञ्चार्धषड्दशापि च सार्धा षोडश फलानि च त्रिंशत् ।

मासास्तु पञ्च षट् खलु सप्ताष्ट दशाप्यशीतिरथ पिण्डः ॥ ४१ ॥

बहुकालमिश्रविभागानयनसूत्रम्—

स्वफलैः स्वमूलभक्तैस्तद्युत्या कालमिश्रधनराशिम् ।

छिन्द्यादंशं गुणयेत् समागमो भवति कालानाम् ॥ ४२ ॥

१ हस्तलिपि में छिन्द्यादंशान् पाठ है जो शुद्ध प्रतीत नहीं होता है ।

विभिन्न मूलधनों को उन्हीं के मिश्रयोग से अलग-अलग करने के नियम—

उधार दी गई विभिन्न मूलधन की राशियों के मिश्रयोग का निरूपण करनेवाली राशि को उन भजनफलों के योग द्वारा विभाजित करो जो विभिन्न व्याजों को उनकी सवादी अवधियों द्वारा अलग-अलग विभाजित करने पर प्राप्त होते हैं। परिणामी भजनफल को क्रमशः ऐसे विभिन्न भजनफलों द्वारा विभाजित करो जो कि विभिन्न व्याजों को उनकी सवादी अवधियों द्वारा विभाजित करने पर प्राप्त होते हैं। इस प्रकार विभिन्न मूलधन की राशियों को अलग-अलग निकालते हैं ॥३९॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

दिये गये विभिन्न व्याज १०, ६, ३ और १५ हैं और सवादी अवधियाँ क्रमशः ५, ४, ३ और ६ मास हैं, विभिन्न मूलधन की रकमों का योग १४० है। ये मूलधन की रकमें कौन-कौन सी हैं? ॥४०॥ विभिन्न व्याज राशियाँ ६, ६, १०३, १६ और ३० हैं। उनकी सवादी अवधियाँ क्रमशः ५, ६, ७, ८ और १० माह हैं। विभिन्न मूलधन की रकमों का मिश्रयोग ८० है। इन रकमों को अलग अलग बतलाओ ॥४१॥

विभिन्न अवधियों को उनके मिश्रयोग में से अलग-अलग प्राप्त करने के लिये नियम —

विभिन्न अवधियों के मिश्रयोग का निरूपण करनेवाली राशि को उन विभिन्न भजनफलों के योग द्वारा विभाजित करो जो कि विभिन्न व्याजों को उनके सवादी मूलधनों द्वारा विभाजित करने पर प्राप्त होते हैं। और तब, परिणामी भजनफल को अलग अलग उपर्युक्त भजनफलों में से प्रत्येक द्वारा गुणित करो। इस प्रकार विभिन्न अवधियाँ निकाली जाती हैं ॥४२॥

$$(३९) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{m}{\frac{v_1}{a_1} + \frac{v_2}{a_2} + \frac{v_3}{a_3} + \dots} \times \frac{v_1}{a_1} = \varphi_1,$$

$$\text{और, } \frac{m}{\frac{v_1}{a_1} + \frac{v_2}{a_2} + \frac{v_3}{a_3} + \dots} \times \frac{v_2}{a_2} = \varphi_2, \text{ जहाँ } m = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots \text{ इत्यादि}$$

$$(४२) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{m}{\frac{v_1}{\varphi_1} + \frac{v_2}{\varphi_2} + \frac{v_3}{\varphi_3} + \dots} \times \frac{v_1}{\varphi_1} = a_1, \text{ जहाँ } m = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

...इत्यादि, इसी तरह a_2, a_3 इत्यादि के मान निकालते हैं।

अत्रोद्देशकः

-

षत्वारिंशत्त्रिंशद्विंशतिपञ्चाशदत्र मूलमनि ।

दशपन्त्रिपञ्चदश फलमष्टादश कालमिभधनराशि ॥ ४३ ॥

प्रमाणराशौ फलेन तुल्यमिच्छाराशिमूलं च तदिच्छाराशौ वृद्धिं च संपीठ्य तन्मिभराशौ प्रमाणराशेरुद्दिष्टविभागानयन्सूत्रम्—

काष्ठगणितप्रमाणं परकालद्वयं तदेकगुणमिभधनात् ।

इतरार्थे ह्यतिपुतात् पद्मितरार्थेन प्रमाणफलम् ॥ ४४ ॥

अत्रोद्देशकः

मासचतुष्कस्य प्रनष्टवृद्धिं प्रयोगमूलं तत् ।

स्वफलेन युतं द्वादश पञ्चदशस्तस्य कालोऽपि ॥ ४५ ॥

सामप्रितयाक्षीत्या प्रनष्टवृद्धिं स्वमूलफलराशे । पञ्चमसार्गेनाभ्याष्टौ वर्षेण मूलवृद्धी के ॥ ४६ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

इस प्रश्न में दिव्य मूल मूलम ३, २ और ५ हैं तथा संवादी व्याज राशिर्षो क्रमशः १, २ और १५ हैं। विभिन्न अवधिर्षो का मिश्रयोग १८ है। बतकाजो कि अवधिर्षो क्या क्या हैं ? ३३३३

व्याजदर के बराबर दिवा गया मूलम और इस उधार दिये गये मूलम के व्याज, इन दोनों के मिश्रयोग को निकालित करनेवाली राशि में से मूलमदर दर्ज व्याजदर अलग-अलग निकालने के लिये नियम—

मूलमदर को अवधिदर द्वारा गुणित कर उस जिस समय तक व्याज लगाया गया है उस समय द्वारा विभाजित करते हैं। इस परिणामी मूलमदर को दिये गये मिश्रयोग द्वारा एक बार गुणित करते हैं और इस उसमें उपर्युक्त मूलमदर की भांसी राशि के बर्ग को जोड़ते हैं। इस तरह प्राप्त राशि का वर्गमूल निकालते हैं। प्राप्त फल को उसी मूलमदर की अर्द्धराशि द्वारा ह्रासित करते हैं तो मूलम के बराबर वह व्याजदर प्राप्त होती है ३३३३

उदाहरणार्थं प्रश्न

व्याजदर प्रतिशत प्रति ३ माह अज्ञात है। वहीं अज्ञात राशि उधार दिवा गया मूलम भी है। वह मूल के व्याज से जोड़ी जाने पर १२ हो जाती है। २५ माह अवधि है जिसमें कि वह व्याज उपार्जित हुआ है। व्याजदर को निकालने के लिये नियम है ३३३३ व्याजदर प्रति ८ प्रति ३ माह अज्ञात है। एक साल के व्याज तथा उस अज्ञात राशि के तुल्य मूलम का मिश्रयोग ३३ है। बतकाजो कि मूलम और व्याजदर क्या क्या हैं ? ३३३३

$$(iv) \text{ प्रतीक रूप में } \sqrt{\frac{ba}{ab} \times m + \left(\frac{ba}{ab}\right)^2} - \frac{ba}{ab} = \text{बा वा ब के तुल्य है।}$$

समानमूलवृद्धिमिश्रविभागसूत्रम्—

अन्योन्यकालविनिहतमिश्रविशेषस्य तस्य भागाख्यम् ।
कालविशेषेण हृते तेषां मूल विजानीयात् ॥ ४७ ॥

अत्रोद्देशकः

पञ्चाशदष्टपञ्चाशन्मिश्र षट्पष्टिरेव च । पञ्च सप्तैव नव हि मासाः किं फलमानय ॥ ४८ ॥
त्रिंशच्चैकत्रिंशद्द्वित्र्यंशाः स्युः पुनस्त्रयस्त्रिंशत् । सत्र्यंशा मिश्रधनं पञ्चत्रिंशच्च गणकादात् ॥ ४९ ॥
कश्चिन्नरश्चतुर्णां त्रिभिश्चतुर्भिश्च पञ्चभि षड्भि । मात्रैर्लब्धं किं स्यान्मूल शीघ्रं ममाचक्ष्व ॥ ५० ॥

समानमूलकालमिश्रविभागसूत्रम्—

अन्योन्यवृद्धिसंगुणमिश्रविशेषस्य तस्य भागाख्यम् ।
वृद्धिविशेषेण हृते लब्धं मूलं बुधाः प्राहुः ॥ ५१ ॥

अत्रोद्देशकः

एकत्रिपञ्चमिश्रितविंशतिरिह कालमूलयोर्मिश्रम् ।
षट्दश चतुर्दश स्युर्लाभा किं मूलमत्र साम्यं स्यात् ॥ ५२ ॥

मूलधन जो सब दशाभो में एकसा रहता है, और (विभिन्न अवधियों के) व्याजों को, उनके मिश्रयोग में से अलग-अलग करने के लिये नियम—

कोई भी दो दिये गये मिश्रयोगों को क्रमशः एक दूसरे के व्याज की अवधियों द्वारा गुणित करने से प्राप्त राशियों के अन्तर द्वारा विभाजित करने पर जो भजनफल प्राप्त होता है वह उन दिये गये मिश्रयोगों सम्बन्धी इष्ट मूलधन है ॥ ४७ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

मिश्रयोग ५०, ५८ और ६६ है और अवधियाँ जिनमें कि व्याज उपार्जित हुए हैं, क्रमशः ५, ७ और ८ माह हैं । प्रत्येक दशा में व्याज बतलाओ ॥ ४८ ॥ हे गणितज्ञ ! किसी मनुष्य ने ४ व्यक्तियों को क्रमशः ३, ४, ५ और ६ मास के अन्त में उसी मूलधन और व्याज के मिश्रयोग ३०, ३१, ३२, ३३ और ३५ दिये । मुझे शीघ्र बतलाओ कि यहाँ मूलधन क्या है ? ॥ ४९-५० ॥

मूलधन (जो प्रत्येक दशा में वही रहता हो) और अवधि (जितने समय में व्याज उपार्जित किया गया हो) को उन्हीं के मिश्रयोग में से अलग-अलग करने के लिये नियम—

कोई भी दो मिश्रयोगों को क्रमशः एक दूसरे के व्याज द्वारा गुणित कर, प्राप्त राशियों के अन्तर को दो लुने हुए व्याजों के अन्तर द्वारा विभाजित करने पर भजनफल के रूप में इष्ट मूलधन प्राप्त होता है, ऐसा विद्वान् कहते हैं ॥ ५१ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

मूलधन और अवधियों के मिश्रयोग २१, २३ और २५ हैं । यहाँ व्याज ६, १० और १४ हैं । बतलाओ कि समान अर्हा वाला मूलधन क्या है ? ॥ ५२ ॥ दिये गये मिश्रयोग ३५, ३७ और ३९ हैं,

$$(४७) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{m_1 a_2 + m_2 a_1}{a_1 + a_2} = \text{घ}$$

$$(५१) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{m_1 b_2 + m_2 b_1}{b_1 + b_2} = \text{घ, जहाँ } m_1, m_2, \text{ आदि, विभिन्न मिश्रयोग हैं ।}$$

पञ्चत्रिंशन्मिथं सप्तत्रिंशच्च नवयुतत्रिंशत् । विंशतिरष्टाविंशतिरथ षट्त्रिंशच्च द्वाद्विघनम् ॥ ५३ ॥

अथयप्रयोगमूलानयनसूत्रम्—

रूपरयेच्छाकास्त्रुभयफले ये तयोर्विद्योपेण । लब्धं विभजेन्मूलं स्वपूर्वसंकल्पितं भवति ॥ ५४ ॥

अत्रोद्देशकः

उद्दृष्ट्या पत्रकशातं प्रयोषितोऽसौ पुनश्च नवकशाते ।

मासेस्त्रिभिश्च लमते नैकाशीर्वि क्रमेण मूलं किम् ॥ ५५ ॥

त्रिवृद्धयैव शातं मासे प्रमुक्त्याष्टभिः शाते । लामोऽशीनि कियन्मूलं भवेत्तन्मासयोर्द्वयो ॥ ५६ ॥

द्विद्विमूलविमोचनकालानयनसूत्रम्—

मूलं स्वकास्त्रुणितं फलत्रुणितं सत्रमात्रकालाभ्याम् ।

भक्तं स्वन्यस्य फलं मूलं कालं फलात्प्राभ्यत् ॥ ५७ ॥

१ इसी नियम को कुछ अल्प रूप में परिवर्तित पाठ में इस प्रकार उल्लिखित किया गया है—

पुनरभ्युभवप्रयोगमूलानयनसूत्रम्—

इच्छमास्त्रुभयप्रयोगद्वि उमानिय । उद्दृष्ट्यन्तरमर्षं लब्धं मूलं विभजानीवात् ॥

व्याज १ २८ और ३९ हैं । समाप्त अर्द्धा वाका सूक्ष्मन क्या है ? ॥५३॥

दो निम्न व्याजद्वारा पर लगाया हुआ सूक्ष्मन प्राप्त करने के लिये नियम—

दो व्याज राशियों के अंतर को उन दो राशियों के अंतर द्वारा विभाजित करो जो ही हुई अवधि में १ पर व्याज होती हैं । यह भजनफल स्वपूर्व संकल्पित सूक्ष्मन होता है ॥५३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

१ प्रतिघात की दर पर उष्णम रेंकर और तब १ प्रतिघात की दर पर उष्णम दकर कोई व्यक्ति चक्र (differential) काम के द्वारा ठीक ३ माह के पश्चात् ८१ प्राप्त करता है । सूक्ष्मन क्या है ? ॥५५॥ २ प्रतिघात प्रतिमास के अर्थ से कोई एकम उष्णम की जाकर ८ प्रतिघात प्रतिमाह के अर्थ से व्याज परही जाती है । चक्रन काम २ माह के अन्त में ८ होता है । वतछाओ वह रकम क्या है ? ॥५६॥

जब सूक्ष्मन और व्याज दोनों (किसी द्वारा) एकत्र आत हों तब समय निकालने के नियम—

उष्णम दिया गया सूक्ष्मन किस के समय द्वारा गुणित किया जाता है और फिर व्याज दर द्वारा गुणित किया जाता है । इस गुणनफल को सूक्ष्मनदर द्वारा और अवधिदर द्वारा विभाजित करने पर उस किस सम्बन्धी व्याज प्राप्त होता है । इस व्याज से किस का सूक्ष्मन धार करण को निकालने का समय दोनों को प्राप्त किया जाता है ॥५७॥

(५५) प्रतीक रूप से $\frac{1 \times 81 \times 36}{36 \times 36} = \frac{1 \times 81 \times 36}{36 \times 36} = 1$

(५७) प्रतीक रूप से $\frac{8 \times 5 \times 36}{36 \times 36} =$ किस सम्बन्धी व्याज जहाँ ५ प्रत्येक दिन की अवधि है ।

अत्रोद्देशकः

मासे हि पञ्चैव च सप्ततीनां मासद्वयेऽष्टादशक प्रदेयम् ।
 स्कन्धं चतुर्भिः सहिता त्वशीतिः मूल भवेत्को नु विमुक्तिकालः ॥ ५८ ॥
 षष्ठ्या मासिकवृद्धिः पञ्चैव हि मूलमपि च षट्त्रिंशत् ।
 मासत्रितये स्कन्धं त्रिपञ्चक तस्य कः कालः ॥ ५९ ॥

समानवृद्धिमूलमिश्रविभागसूत्रम्—

मूलै स्वकालगुणितैर्वृद्धिविभक्तैः समासकैर्विभजेत् ।
 मिश्र स्वकालनिघ्नं वृद्धिर्मूलानि च प्राग्वत् ॥ ६० ॥

अत्रोद्देशकः

द्विकषट्कचतुः शतके चतुः सहस्रं चतुः शत मिश्रम् ।
 मासद्वयेन वृद्ध्या समानि कान्यत्र मूलानि ॥ ६१ ॥
 त्रिकशतपञ्चकसप्ततिपादोनचतुष्कषष्टियोगेषु । नवशतसहस्रसंख्या मासत्रितये समा युक्ता ॥ ६२ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

व्याजदर ५ प्रति ७० प्रतिमास है, प्रत्येक २ माह में चुकाई जाने वाली किश्त १८ है एव उधार दिया गया मूलधन ८४ है । विमुक्ति काल (कर्ज चुकाने का समय) बतलाओ ॥ ५८ ॥ ६० पर प्रतिमास व्याज ५ होता है । उधार दिया गया मूलधन ३६ है । ३ माह में चुकाई जाने वाली प्रत्येक किश्त १५ है । उस कर्ज के चुकाने का समय बतलाओ ॥ ५९ ॥

जिन पर समान व्याज उपाजित हुआ है ऐसे विभिन्न मूलधनों को मिश्रयोग से अलग-अलग करने के लिये नियम—

मिश्रयोग को अवधि द्वारा गुणित कर, उन राशियों के योग से विभाजित करो जो (राशियाँ) विभिन्न मूलधनदरों को उनकी सवादी अवधिदरों द्वारा गुणित करने तथा सवादी व्याजदरों द्वारा विभाजित करने पर प्राप्त होती हैं । इस प्रकार व्याज प्राप्त होता है और उससे मूलधन प्राप्त किये जाते हैं ॥ ६० ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

२, ६ और ४ प्रतिशत प्रतिमास की दर से दिये गये मूलधनो का मिश्रयोग ४,४०० है । इन समस्त मूलधनों की २ माह को व्याज राशियाँ बराबर होती हैं । बतलाओ कि वह व्याजराशि क्या है और विभिन्न मूलधन क्या-क्या हैं ? ॥ ६१ ॥ कुल रकम १,९००, ३ प्रतिशत, ५ प्रति ७० और ३३ प्रति ६० प्रतिमाह की दर से विभिन्न मूलधनों में व्याज पर विवरित कर दी गई । प्रत्येक दशा में ३ माह में व्याज बराबर बराबर उपाजित हुआ । उस समान व्याजराशि को तथा विभिन्न मूलधनों को अलग-अलग प्राप्त करो ॥ ६२ ॥

$$(६०) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{m \times x}{\frac{d_1 \times a_1}{v_1} + \frac{d_2 \times a_2}{v_2} + \dots} = v, \text{ इसके द्वारा मूलधनों}$$

को अध्याय ६ की १० वीं गाथा के नियम द्वारा प्राप्त किया जा सकता है ।

विमुक्तकालस्य मूढानयनसूत्रम्—

स्वर्ग्य स्वकात्मनः विमुक्तकालेन ताडितं विमजेत् ।

निर्मुक्तकालस्यैवा रूपस्य हि नैक्या मूढम् ॥ ६३ ॥

अत्रोद्देशकः

पञ्चकषतप्रयोगं मासौ द्वौ स्वर्ग्यमष्टकं वृत्त्या । मासैः पष्टिभिरिह वै निर्मुक्तं किं भवेन्मूढम् ॥६३॥

द्वौ मात्रपञ्चमासौ स्वर्ग्य द्वादशविनैवैवात्म्येकः । त्रिकशतयोगे वृत्तमिर्मासैर्मुक्तं हि मूढं किम् ॥६५॥

वृद्धिमुक्तरीनसमानमूलमिभविभागसूत्रम्—

काटस्वफलेनाधिकरूपोद्भूतरूपयोगाद्भवतिभे ।

१ 'मिभा' पाठ इत्यदिपिभो मे हे; महीं म्याकरन की दृष्टि से मिभे शब्द अधिक संतापजनक है ।

श्रावण अर्धमास में चुकाई जाने वाली किल्लों सम्बन्धी उचित दिय गये मुकबल को निम्नजने का नियम—

किशत की रकम को उसकी अर्धमास द्वारा विभाजित करते हैं और कर्ब चुकाने के समय (विमुक्ति काल) द्वारा गुणित करते हैं । जब प्रातः राशि को उस राशि द्वारा विभाजित करते हैं जो ३ में १ पर कर्ब निर्गुणित समय के किये लगाये हुए व्याज को जोड़ने पर प्राप्त होती है । इस प्रकार मुकबल प्राप्त होता है ॥६३॥

उदाहरणार्थ मन्थ

५ प्रतिशत प्रतिमास की दर से जब प्रत्येक किशत की अर्धमास २ मास रही और प्रत्येक बार में ५ किशत रूप में चुकाया गया तब एक मनुष्य १ माह में कर्जमुक्त हुआ । बतकाभो उसने किशता धन उधार किया था ? ॥६४॥

कोई व्यक्ति १२ दिनों में एक बार २५ किशतरूप में दत्ता है । यदि व्याज दर ३ प्रतिशत प्रति मास हो तो १ माह में चुकाने वाले कर्ज के परिमाण को बतकाभो ? ॥६५॥

ऐसे विभिन्न मूलधनों को अलग-अलग विक्रीकरण के किये विषय को इनके मिश्रयोग में जब इनकी के व्याजों द्वारा मिश्रणये जाने पर अथवा उसमें से हासिल किये जाने पर एक दूसरे के तुल्य हा जाते हैं (समी दत्त दशाभों में मुकबलों में व्याज राशियाँ जोड़ी जातो हैं अथवा इनमें से कदापी जाती है)—

प्रत्येक की गई व्याज दर के अनुसार प्रत्येक दशा में एक में उपाजित व्याज वा तो मिलावा जाता है अथवा एक में से हासिल किया जाता है । तब प्रत्येक दशा में, इन राशियों द्वारा एक ही विभाजित किया जाता है । इसके पश्चात् विभिन्न उधार दिये गये धनों के मिश्रयोग को इन परिभासी मन्थनधनों के धाग द्वारा विभाजित किया जाता है । और मिश्र योग सम्बन्धी इस तरह बर्ते गये इन उपर्युक्त मन्थनधनों के योग के संवादी समानुपातों भाग द्वारा अन्ततः-अन्ततः प्रत्येक दशा में उक्त गुणित

(६३) प्रतीक रूप से

$$\begin{array}{c} \frac{1}{3} \\ + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \end{array}$$

= ५; यही

{ स = किशत (रकम) है
प = किशत का समय है
और
अ = कर्ज के चुकान की अर्धमास है ।

प्रक्षेपो गुणकार. स्वफलोनाधिकसमानमूलानि ॥ ६६ ॥

अत्रोद्देशकः

त्रिकपञ्चकाष्टकशतं. प्रयोगतोऽष्टासहस्रपञ्चशतम् ।

विशतिसहितं वृद्धिभिरुद्धृत्य समानि पञ्चभिर्मासैः ॥ ६७ ॥

त्रिकषट्काष्टकषष्ट्या मासद्वितये चतुस्सहस्राणि ।

पञ्चाशद्विंशतयुतान्यतोऽष्टमासकफलादृते सदृशानि ॥ ६८ ॥

द्विकपञ्चकनवकशते मासचतुष्के त्रयोदशसहस्रम् ।

सप्तशतेन च मिश्रा चत्वारिंशत्सममूलानि ॥ ६९ ॥

किया जाता है। इससे उधार दी गई रकमें उत्पन्न होती हैं जो उनके व्याजों द्वारा मिलाने जाने पर अथवा हासित किये जाने पर समान हो जाती हैं ॥६६॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

८,५२० रुपये क्रमशः ३, ५ और ८ प्रतिशत प्रतिमास की दर से (भागों में) व्याज पर दिये जाते हैं। ५ माह में उपाजित व्याजों द्वारा हासित करने पर वे दत्त रकमें बराबर हो जाती हैं। इस तरह व्याज पर लगाये हुए धनों को बतलाओ ॥ ६७ ॥ ४,२५० द्वारा निरूपित कुल धन को (भागों में) क्रमशः ३, ६ और ८ प्रति ६० की दर से २ माह के लिये व्याज पर लगाया गया है। ८ माह में होने वाले व्याजों को धनों में से घटाने पर जो धन प्राप्त होते हैं वे शुल्य देखे जाते हैं। इस प्रकार विनियोजित विभिन्न धनों को बतलाओ ॥ ६८ ॥ १३,७४० रुपये, (भागों में) २, ५ और ९ प्रतिशत प्रतिमाह के अर्ध से व्याज पर लगाये जाते हैं। ४ माह के लिये उधार दिये गये धनों में व्याजों को जोड़ने पर वे बराबर हो जाते हैं। उन धनों को बतलाओ ॥ ६९ ॥ ३,६४३ रुपये (भागों में) क्रमशः १३, ३ और ६ प्रति ८० प्रतिमाह की दर से व्याज पर लगाये जाते हैं। ८ माह में

$$(६६) \text{ प्रतीक रूप से, } \frac{m}{1 \pm \left(\frac{1 \times a \times ba_1}{Aa_1 \times Ga_1} \right)} + \frac{1}{1 \pm \left(\frac{1 \times a \times ba_2}{Aa_2 \times Ga_2} \right)} + \text{इत्यादि}$$

$$\times \frac{1}{1 \pm \left(\frac{1 \times a \times ba_1}{Aa_1 \times Ga_1} \right)} = \text{घ}_1$$

$$\text{इसी प्रकार, } \frac{m}{1 \pm \left(\frac{1 \times a \times ba_1}{Aa_1 \times Ga_1} \right)} + \frac{1}{1 \pm \left(\frac{1 \times a \times ba_2}{Aa_2 \times Ga_2} \right)} + \text{इत्यादि}$$

$$\times \frac{1}{1 \pm \left(\frac{1 \times a \times ba_2}{Aa_2 \times Ga_2} \right)} = \text{घ}_2; \text{ इसी तरह}$$

घ₃, घ₄ आदि के लिये ।

प्रक्षेपककुट्टीकारः

इत परं मित्रकल्पवहारे प्रक्षेपककुट्टीकारगणितं व्याख्यास्यामः ।

प्रक्षेपककरणमित् सर्वगविच्छेदनांशयुतिहृतमिम् ।

प्रक्षेपकगुणकार कुट्टीकारो मुपै ममुदितम् ॥ ७९२ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वित्रिचतुष्पद्भागैर्विभाज्यते द्विगुणवद्विरिह हेमाम् ।

भृत्येभ्यो हि चतुर्भ्यो गणकाचक्ष्वाद्यु मे भागाम् ॥ ८०२ ॥

प्रथमस्यांशत्रितयं त्रिगुणोत्तरतम्य पञ्चभिर्भक्तम् ।

दीनाराण्यं त्रिसप्तं त्रिषष्टिसहितं क पक्षांस्त ॥ ८१२ ॥

आदाय धाम्बुजानि प्रविश्य सभ्रावकोऽथ तिननिष्ठमम् ।

पूर्वां चकार भक्त्या पूजार्हेभ्यो जितेन्द्रेभ्य ॥ ८२२ ॥

वृषभाय चतुर्धासं पठांशं शिष्टपार्श्वीयं । द्वादशानय जिनपतये श्र्यंशं मुनिमुपगतय द्वौ ॥ ८३२ ॥

नष्टाष्टकमणं अगविष्टायारिष्टनेमयेऽष्टांशम् । पञ्चमचतुर्भागां भक्त्या तिनज्ञान्धये प्रवौ ॥ ८४२ ॥

कमलाम्बुशीतिमिन्नाण्यायाताम्यथ क्षतानि चत्वारि ।

कुमुमानां भागाख्यं क्वय प्रक्षेपकाख्यकरणेन ॥ ८५२ ॥

प्रक्षेपक कुट्टीकार (समानुपाती भाग)

इसके पश्चात् हम इस मित्रक लक्षणहार में समानुपाती भाग के गणित का प्रतिपादन करेंगे—

समानुपाती भाग की विधा यह है जिसमें ही गई (समूह वाचक) राशि पहिले (विभिन्न समानुपाती भागों का विकल्प करने वाले) समान (साधारण) हर वाले मित्रों के अंशों के योग द्वारा विभाजित की जाती है । ऐसे समान हर वाले मित्रों के हरों को उच्छेदित कर विचारते यही हैं । मास चक्र को प्रत्येक दशा में क्रमशः इन समानुपाती अंशों द्वारा गुणित करते हैं । इसे शुद्धजन (विशुद्धजन) कुट्टीकार कहते हैं ॥ ७९२ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

इस प्रश्न में १२ स्वयं सुवार्द्ध च बीकरों में क्रमशः २ ३ २ और ३ के निश्चीव भागों में बाँटी जाती हैं । हे अंकगणितज्ञ ! तुझे शीघ्र बतलाओ कि उन्हें क्या मिला ? ॥ ८२ ॥ १६३ हीवारों को पूर्व स्वच्छियों में बाँटा गया । उनमें से प्रथम को ३ भाग मिले और शेष भाग को उपरोत्तर ३ की साधारण विप्लव में बाँटा गया । प्रत्येक का हिस्ता बतलाओ ॥ ८३२ ॥ एक स्वच्छ आचक में बिछी सक्का के कमल के फूल लिये और जिन मंदिर में आकर पूजनीय जितेन्द्रों की भक्तिभाव से पूजा की । उसने कृपम भगवान् को ३ ३ पूज्य पारथ भगवान् को २३ जिन पति का ३ मुनि सुवत्त भगवान् को भेंट दिया; २ भाग आठों बर्षों का मास करने वाले अगविष्ट अरिष्टनेमि भगवान् को और ३ का ३ शालि जिन भगवान् को भेंट दिये । यदि वह ४८ कमल के फूल इस पूजा के लिये लावा हा तो इस प्रक्षेप नामक विधा द्वारा फूलों का समानुपाती वितरण प्राप्त करो ॥ ८४२-८५२ ॥ ४८ की

(७९२) ८ ३ की गाथा के प्रश्न का इस निकमानुसार हल करने में हमें ३ ३, ३ ३ स १६ १६, १६ १२ प्राप्त होते हैं । इतों की इत्थान के पश्चात्, हमें १, ४ ३ २ प्राप्त होते हैं । ये तत्पश्चात् अथवा समानुपाती अंश भी करल्यते हैं । इनका योग १६ है जिसके द्वारा बाँये जानेवाली रकम

चत्वारि शतानि सखे युतान्यशीत्या नरैर्विभक्तानि ।
पञ्चभिराचक्ष्व त्वं द्वित्रिचतुःपञ्चषड्गुणितैः ॥ ८६३ ॥

इष्टगुणफलानयनसूत्रम्—

भक्तं शेषैर्मूलं गुणगुणितं तेन योजितं प्रक्षेपम् ।
तद्द्रव्यं मूल्यन्न क्षेपविभक्तं हि मूल्यं स्यात् ॥ ८७३ ॥

अस्मिन्नर्थे पुनरपि सूत्रम्—

फलगुणकारैर्हत्वा पणान् फलैरेव भागमादाय ।
प्रक्षेपके गुणाः स्युस्त्रैराशिकः फल वदेन्मतिमान् ॥ ८८३ ॥

अस्मिन्नर्थे पुनरपि सूत्रम्—

स्वफलहता स्वगुणान्नाः पणास्तु तैर्भवति पूर्ववच्छेष ।
इष्टफलं निर्दिष्टं त्रैराशिकसाधित सम्यक् ॥ ८९३ ॥

रकम ५ व्यक्तियों में २, ३, ४, ५ और ६ के अनुपात में विभाजित की गई। हे मित्र ! प्रत्येक के हिस्से में कितनी रकम पड़ी ? ॥ ८६३ ॥

इष्ट गुणफल को प्राप्त करने के लिये नियम—

मूल्यदर को खरीदने योग्य वस्तु (को प्ररूपित करने वाली संख्या) द्वारा विभाजित किया जाता है। तब इसे (दी गई) समानुपाती संख्या द्वारा गुणित करते हैं। इसके द्वारा, हमें योग करने की विधि से समानुपाती भागों का योग प्राप्त हो जाता है। तब दी गई राशि क्रमानुसारी समानुपाती भागों द्वारा गुणित होकर तथा उनके उपर्युक्त योगद्वारा विभाजित होकर इष्ट समानुपात में विभिन्न वस्तुओं के मान को उत्पन्न करती है।

इसी के लिये दूसरा नियम—

मूल्यदरों (का निरूपण करने वाली संख्याओं) को क्रमशः खरीदी जाने वाली विभिन्न वस्तुओं के (दिये गये) समानुपाती को निरूपित करने वाली संख्याओं द्वारा गुणित करते हैं। तब फल को मूल्यदर पर खरीदने योग्य वस्तुओं की संख्याओं से क्रमवार विभाजित करते हैं। परिणामी राशियाँ प्रक्षेप की क्रिया में (चाहे हुए) गुणक (multipliers) होती हैं। बुद्धिमान लोग फिर इष्ट उत्तर को त्रैराशिक द्वारा प्राप्त कर सकते हैं ॥ ८८३ ॥

इसी के लिये एक और नियम—

विभिन्न मूल्यदरों का निरूपण करने वाली संख्याएँ क्रमशः उनकी स्वसंबन्धित खरीदने योग्य वस्तुओं का निरूपण करनेवाली संख्याओं द्वारा गुणित की जाती हैं। और तब, उनकी सबन्धित समानुपाती संख्याओं द्वारा गुणित की जाती हैं। इनकी सहायता से, शेष क्रिया साधित की जाती है। इष्टफल त्रैराशिक निर्दिष्ट क्रिया द्वारा सम्यक् रूप से प्राप्त हो जाता है ॥ ८९३ ॥

१२० विभाजित की जाती है और परिणामी भजनफल ८ को अलग-अलग समानुपाती अंशों ६, ४, ३, २ द्वारा गुणित करते हैं। इस प्रकार प्राप्त रकमें ६ × ८ अर्थात् ४८, ४ × ८ अथवा ३२, ३ × ८ अर्थात् २४, २ × ८ अथवा १६ हैं। प्रक्षेप का अर्थ समानुपाती भाग की क्रिया भी होता है तथा समानुपाती अंश भी होता है।

(८७३-८९३) इन नियमों के अनुसार ९०३ वीं और ९१३ वीं गाथाओं का हल निकालने के लिये २, ३ और ५ को क्रमशः ३, ५ और ७ से विभाजित करते हैं तथा ६, ३ और १ द्वारा गुणित

सैकार्यैकपञ्चार्थैकपञ्चैकाक्षीतियोगमुक्तास्तु ।

मासाष्टके पञ्चभिका चत्वारिंशच्च पदकृतिशतानि ॥ ७० ॥

संकलितस्कन्धमूलस्य मूलधूम्रिषिमुक्तिफलनयनसूत्रम्—

स्कन्धासममूलविधिगुणितस्कन्धेष्वामपातियुतमूलं स्यात् ।

स्कन्धे कालेन फलं स्कन्धोद्भूतकालमूलकाल ॥ ७१ ॥

अप्रोदेशकः

केनापि संप्रमुक्त पट्टि पञ्चकदातप्रयोगेण । मासत्रिपञ्चभागात् सप्तोत्तरतश्च सप्तवि ॥ ७२ ॥

तत्पट्टिसप्तमांशकपदमितिसंकलितमनमेव । वृत्त्वा तत्सप्तमांशककृद्धिं प्राशाच्च चित्तिमूलम् ॥

किं तद्भूद्धिं का स्यात् कालस्तद्व्यस्य मौक्षिको भवति ॥ ७३ ॥

उत्पन्न हुए ध्याओं को मूलचरों में जोड़ने पर देखा जाता है कि वे बराबर हो जाते हैं । इन विधियोंके रकमों को निकालो ॥ ७० ॥

समान्तर भेदि वह किरतों द्वारा चुकाई गई क्षय की रकम के सम्बन्ध में धन ध्याज और क्षय मुक्ति का समय निकालने के लिये नियम—

इह क्षय धन वह मूलधन है जो मय से चुकी हुई (महत्तम प्राप्य किस्त की) रकम और भेदि के पदों की संख्या के निम्नोक्त भाग के गुणनफल को (१ जिसका प्रथम पद है १ प्रथम है और उपर्युक्त महत्तम क्षय की रकम को प्रथम किस्त द्वारा विभाजित करने से प्राप्त पूर्णाङ्क मान बाकी संख्या (अन्यधन) जिसके पदों की संख्या है, देसी) समान्तर भेदि द्वारा गुणित प्रथम किस्त से निकालने पर प्राप्त होता है । ध्याज वह है जो किरत की अवधि में उत्पन्न होता है । किस्त की अवधि को प्रथम किस्त द्वारा विभाजित करने और मय से चुकी हुई क्षय की महत्तम रकम द्वारा गुणित करने पर जो प्राप्त होता है वह क्षय मुक्त होने का समय है ॥ ७१ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

एक मनुष्य ने ५ प्रतिशत प्रतिमाह की दर से ध्याज लगाये जाने वाले क्षय की मुक्ति के लिये १ को महत्तम रकम चुना तथा ७ प्रथम किस्त चुनी जो उत्तरोत्तर ६ माह में होनेवाकी किस्तों में ७ द्वारा बढ़ती चकी गई । इस प्रकार उसने ३० पदों वाली समान्तर भेदि के योग को क्षय रूप में चुकाया तथा उन ७ के लवचकों (multiples) पर लगाये जाते ध्याज को भी चुकाया । भेदि के योग की सहायी क्षय रकम को निकालो चुकाये गये ध्याज को निकालो और बतलाओ कि इस क्षय की मुक्ति का समय क्या है ? ॥ ७२-७३ ॥ किसी मनुष्य ने ५ प्रतिशत प्रतिमास ध्याज की दर लगाये जाने

(७१) यह नियम (फर्द शब्द छूट जाने के कारण) भस्वन्त प्रमेत्यादक है तथा ७२-७३ की गाथा क उदाहरण हक करन पर स्पष्ट हो जायेगा । वहाँ मूल क्षयवा किस्त की महत्तम प्राप्य रकम १ है । वह प्रथम किस्त की रकम ७ द्वारा विभाजित होने पर ३० क्षयवा ८३ होती है जिसमें से ८ समान्तर भेदि क पदों की संख्या है । ऐसी समान्तर भेदि का १ प्रथम पद है १ प्रथम है और ३० क्षय क्षयवा उत्तर का निम्नोक्त भाग है । उपर्युक्त भेदि के योग ३६ को प्रथम किस्त ७ द्वारा गुणितकर ३ और १ क गुणनफल में जोड़ देत है । यहाँ १ महत्तम प्राप्य रकम है । इस प्रकार $३६ \times ७ + ३ \times १ = २५५$ प्राप्त होता है का क्षय वा इह मूलधन है । $\frac{२५५}{३०}$ दर २ माह में ५ प्रतिशत प्रतिमाह की दर से चुकी पर चुकाया गया ध्याज होगा । क्षय मुक्ति की अवधि $(३ + ७) \times १ = ३०$ माह होगी ।

केनापि संप्रयुक्ताशीति पञ्चकशतप्रयोगेण ॥ ७४३ ॥

अष्टाद्यष्टोत्तरतस्तदशीत्यष्टांशगच्छेन । मूलधन दत्त्वाष्टाद्यष्टोत्तरतो धनस्य मासार्धात् ॥ ७५३ ॥
वृद्धिं प्रादान्मूलं वृद्धिश्च विमुक्तिकालश्च । एषां परिमाण किं विगणय्य सखे ममाचक्ष्व ॥ ७६३ ॥

एकीकरणसूत्रम्—

वृद्धिसमासं विभजेन्मासफलैक्येन लब्धमिष्टः कालः । कालप्रमाणगुणितस्तद्विष्टकालेन संभक्तः ॥

वृद्धिसमासेन हतो मूलसमासेन भाजितो वृद्धिः ॥ ७७३ ॥

अत्रोद्देशकः

युक्ता चतुशतीह द्विकत्रिकपञ्चकचतुष्कशतेन । मासाः पञ्च चतुर्द्वित्रयः प्रयोगैककालः कः ॥ ७८३ ॥

इति मिश्रकव्यवहारे वृद्धिविधानं समाप्तम् ।

वाले ऋण की मुक्ति के लिये ८० को महत्तम रकम चुना । इसके साथ, ८ प्रथम किस्त की रकम थी जो प्रति ३ माह में उत्तरोत्तर ८ द्वारा बढ़ती चली गई । इस प्रकार, उसने समान्तर श्रेढि के योग को ऋण रूप में चुकाया । इस समान्तर श्रेढि में ५९ पदों की सख्या थी । उन ८ के भववर्षों पर व्याज भी चुकाया गया । हे मित्र ! श्रेढि के योग की सवादी ऋण की रकम, चुकाया गया व्याज और ऋण मुक्ति का समय अच्छी तरह गणना कर निकालो ॥ ७३३-७६ ॥

औसत साधारण व्याज को निकालने के लिये नियम—

(विभिन्न उपाजित होने वाले) व्याजों के योग को (विभिन्न सवादी) एक माह के दातव्य व्याजों के योग द्वारा विभाजित करने पर परिणामी भजनफल, इष्ट समय होता है । (काल्पनिक) समयदर और मूलधनदर के गुणनफल को इष्ट समय द्वारा विभाजित करते हैं और (उपाजित होने वाले विभिन्न) व्याजों के योग द्वारा गुणित करते हैं । प्राप्तफल को विभिन्न दिये गये मूलधनों के योग द्वारा फिर से विभाजित करते हैं । इससे इष्ट व्याज दर प्राप्त होती है ॥ ७७-७७३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

इस प्रश्न में, चार सौ की ४ रकमें अलग-अलग क्रमशः २, ३, ५ और ४ प्रतिशत प्रतिमास की दर से ५, ४, २ और ३ माहों के लिये व्याज पर लगाई गई । औसत साधारण अवधि और व्याजदर निकालो ॥ ७८३ ॥

इस प्रकार, मिश्रक व्यवहार में वृद्धि विधान नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

(७७ और ७७३) विभिन्न उत्पन्न होने वाले व्याज वे होते हैं जो अलग-अलग रकमों के, विभिन्न दरों पर उनकी क्रमवार अवधियों के लिये व्याज होते हैं ।

प्रतीक रूप से, $\left\{ \frac{ध_1 \times अ_1 \times वा_1}{आ \times घा} + \frac{ध_2 \times अ_2 \times वा_2}{आ \times घा} + \dots \dots \dots \right\} -$

$\left\{ \frac{ध_1 \times १ \times वा_1}{आ \times घा} + \frac{ध_2 \times १ \times वा_2}{आ \times घा} + \dots \dots \dots \right\}$

= अ_औ अथवा औसत अवधि ,

और $\frac{घा \times आ}{अ_औ} \times \left\{ \frac{ध_1 \times अ_1 \times वा_1}{आ \times घा} + \frac{ध_2 \times अ_2 \times वा_2}{आ \times घा} + \dots \dots \dots \right\} =$

(ध_१ + ध_२ +) = व_औ - अथवा औसत व्याज ।

प्रक्षेपककुटीकारः

इत पर मित्रकम्बवहारे प्रक्षेपककुटीकारगणितं व्याख्यास्यामः ।
प्रक्षेपकगुणकारं सवर्गविच्छेदनांशुविहृतमिभ ।
प्रक्षेपकगुणकारं कुटीकारो युषे मसुद्विष्टम् ॥ ७९२ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वित्रिचतुष्पञ्चभागेर्विभाज्यते द्विगुणचद्विरिह हेभाम् ।
श्रुत्येभ्यो हि चतुर्भ्यो गणकाचक्वाद्यु मे भागान् ॥ ८०२ ॥
प्रथमस्यांशत्रितयं त्रिगुणोत्तरतश्च पञ्चमिर्मैष्टम् ।
दीनाराणां त्रिस्तत्र त्रिचद्विस्तद्विह क पञ्चस्त ॥ ८१२ ॥
व्यादाय चान्मुद्धानि प्रविश्य सञ्ज्ञाबन्धेऽथ क्षिनन्तिष्ठयम् ।
पूजां चकार भक्त्या पूजार्हेभ्यो क्षिनेन्नेभ्यम् ॥ ८२२ ॥
शुभमाय चतुर्धाशं पञ्चांशं क्षिष्टपार्श्वीय । द्वादशसमय क्षिनपतये त्र्यंशं मुनिसुभवाय ववौ ॥ ८३२ ॥
नष्टाहकमणे जगदिष्टावारिष्टनेमयेऽष्टांशम् । चतुष्टयसुभार्गो भक्त्या क्षिनक्षान्तये प्रववौ ॥ ८४२ ॥
कमखान्यशीविमिभ्राण्यापातान्मयश्च तानि भस्वारि ।
कुसुमानां मागास्यं कस्य प्रक्षेपकास्यकरणेन ॥ ८५२ ॥

प्रक्षेपक कुटीकार (समानुपाती मग)

इसके पश्चात् हम इस मित्रक व्यवहार में समानुपाती भाग के दक्षित का प्रतिपादन करेंगे—
समानुपाती भाग की विद्या यह है जिसमें ही गई (समूह वाचक) एक पहिले (विभिन्न समानुपाती भागों का विकल्प करने वाले) समान (साधारण) हर वाले मित्रों के अंशों के योग द्वारा विभाजित की जाती है । ऐसे समान हर वाले मित्रों के हरों को उच्छेदित कर विचारते वही हैं । प्राप्त फल को प्रत्येक द्वाा में क्रमसः इन समानुपाती अंशों द्वारा गुणित करते हैं । इसे कुक्षयन (विहजन) कुटीकार कहते हैं ॥ ७९२ ॥

उत्तरदर्भा मक्ष

इस मग में १२ स्वयं मुद्दार् ७ बीकरों में क्रमसः २ ३ २ और ३ के निधीय भागों में बंटी जाती हैं । हे अंकगणितज्ञ ! तुझे क्षीय वतकाओ कि उन्हीं क्या सिद्धा ? ॥ ८०२ ॥ ३९३ हीपतों को वीच वचिधों में बंटा गया । उनमें से प्रथम को ३ भाग मिले और दोष भाग को चतुरोत्तर ३ की साधारण गिण्यति में बंटा रखर । प्रत्येक का द्विसता वतकाओ ॥ ८१२ ॥ एक सपने धादक ने किसी संख्या के कमक के पूरक किये और जिन मंदिर में जाकर पूजनीय जिनेन्द्रों की मक्तिमाय से पूजा की । उसने शुभम मगवान् को ३ ३ पूज्य पादार्थ मगवान् को २३ जिन पति को ३ मुनि सुमठ भगवान् को मंद किये ३ भाग आदों वसी का नाश करने वाले जगद्विह कतिहनेमि मगवान् को और ३ का ३ सांति जिन मगवान् को मंद किये । यदि वह ४८ कमक के पूरक इस पूजा के किये कावा हो तो इस प्रक्षेप नामक विद्या द्वारा कुक्षों का समानुपाती विचरण प्राप्त करो ॥ ८२२-८५२ ॥ ४८ की (७९२) ८ ३ की याया के मक्ष को इस निम्नानुसार ह्य करने में हमें २ ३, ३, ३ से १३ १३, १३ १३ प्राप्त होते हैं । हरों को हराने के पश्चात्, हमें ६ ४ ३ २ प्राप्त होते हैं । ये प्रत्येक व्ययवा समानुपाती अंश भी कहल्यत है । इनका योग १५ है जिसके द्वारा बंटी जानेवाही रक म

चत्वारिंशत्तानि सखे युतान्यशीत्या नरैर्विभक्तानि ।
पञ्चभिराचक्ष्व त्वं द्वित्रिचतुःपञ्चषड्गुणितैः ॥ ८६३ ॥

इष्टगुणफलानयनसूत्रम्—

भक्तं शेषैर्मूलं गुणगुणितं तेन योजितं प्रक्षेपम् ।
तदद्रव्यं मूल्यन्न क्षेपविभक्तं हि मूल्यं स्यात् ॥ ८७३ ॥

अस्मिन्नर्थे पुनरपि सूत्रम्—

फलगुणकारैर्हत्वा पणान् फलैरेव भागमादाय ।
प्रक्षेपके गुणाः स्युश्चैराशिकः फलं वदेन्मतिमान् ॥ ८८३ ॥

अस्मिन्नर्थे पुनरपि सूत्रम्—

स्वफलहृता स्वगुणघ्नाः पणास्तु तैर्भवति पूर्ववच्छेषः ।
इष्टफलं निर्दिष्ट त्रैराशिकसाधित सम्यक् ॥ ८९३ ॥

रकम ५ न्यक्तियों में २, ३, ४, ५ और ६ के अनुपात में विभाजित की गई। हे मित्र ! प्रत्येक के हिस्से में कितनी रकम पड़ी ? ॥ ८६३ ॥

इष्ट गुणफल को प्राप्त करने के लिये नियम—

मूल्यदर को खरीदने योग्य वस्तु (को प्ररूपित करने वाली संख्या) द्वारा विभाजित किया जाता है। तब इसे (दी गई) समानुपाती संख्या द्वारा गुणित करते हैं। इसके द्वारा, हमें योग करने की विधि से समानुपाती भागों का योग प्राप्त हो जाता है। तब दी गई राशि क्रमानुसारी समानुपाती भागों द्वारा गुणित होकर तथा उनके उपर्युक्त योगद्वारा विभाजित होकर इष्ट समानुपात में विभिन्न वस्तुओं के मान को उत्पन्न करती है।

इसी के लिये दूसरा नियम—

मूल्यदरों (का निरूपण करने वाली संख्याओं) को क्रमशः खरीदी जाने वाली विभिन्न वस्तुओं के (दिये गये) समानुपातो को निरूपित करने वाली संख्याओं द्वारा गुणित करते हैं। तब फल को मूल्यदर पर खरीदने योग्य वस्तुओं की संख्याओं से क्रमवार विभाजित करते हैं। परिणामी राशियाँ प्रक्षेप की क्रिया में (चाहे इष्ट) गुणक (multipliers) होती हैं। बुद्धिमान लोग फिर इष्ट उत्तर को त्रैराशिक द्वारा प्राप्त कर सकते हैं ॥ ८८३ ॥

इसी के लिये एक और नियम—

विभिन्न मूल्यदरों का निरूपण करने वाली संख्याएँ क्रमशः उनकी स्वसंबन्धित खरीदने योग्य वस्तुओं का निरूपण करनेवाली संख्याओं द्वारा गुणित की जाती हैं। और तब, उनकी संबन्धित समानुपाती संख्याओं द्वारा गुणित की जाती हैं। इनकी सहायता से, शेष क्रिया साधित की जाती है। इष्टफल त्रैराशिक निर्दिष्ट क्रिया द्वारा सम्यक् रूप से प्राप्त हो जाता है ॥ ८९३ ॥

१२० विभाजित की जाती है और परिणामी भजनफल ८ को अलग-अलग समानुपाती अंशों ६, ४, ३, २ द्वारा गुणित करते हैं। इस प्रकार प्राप्त रकमें ६ × ८ अर्थात् ४८, ४ × ८ अथवा ३२, ३ × ८ अर्थात् २४, २ × ८ अथवा १६ हैं। प्रक्षेप का अर्थ समानुपाती भाग की क्रिया भी होता है तथा समानुपाती अंश भी होता है।

(८७३-८९३) इन नियमों के अनुसार ९०३ वीं और ९१३ वीं गाथाओं का हल निकालने के लिये २, ३ और ५ को क्रमशः ३, ५ और ७ से विभाजित करते हैं तथा ६, ३ और १ द्वारा गुणित

अत्रोद्देशकः

द्वाभ्यां त्रीणि त्रिणि पञ्च पञ्चमि सप्त मानकैः ।
 दाडिमात्रकपित्यानां पञ्चानि गणितार्थेभित् ॥ १०२ ॥
 कपित्यास् त्रिगुणं द्वात्रं दाडिसं पञ्चगुणं मभेत् ।
 श्रित्वानय सखे शीघ्रं त्वं षट्सप्तविमि पयैः ॥ ११२ ॥
 वष्याम्यक्षीरपटैर्बिनबिम्बस्याभिपेचनं कूटवान् ।
 जिनपुरुषो द्वासप्तविपलेक्ष्यः पूरिता कस्यज्ञाः ॥ १२२ ॥
 द्वात्रिंशत्प्रथमपठे पुनश्चतुर्विंशतिर्विंसीयपठे ।
 षोडश तृतीयकस्येष्टे षडक् षडक् कस्य मे कृत्वा ॥ १३२ ॥
 तेषां द्वाविधुवपयसां ततश्चतुर्विंशतिर्षुत्वस्य पछानि ।
 षोडश पथपछानि द्वात्रिंशद् द्वाविपछमीह ॥ १४२ ॥
 वृत्तकस्य पुराणां पुंसआरोहकस्य तत्रापि । सर्वेऽपि पञ्चपट्टिः केचिद्गमा घनं तेचाम् ॥ १५२ ॥
 संनिहितानां वर्त्तं कस्य पुंसां वक्ष्ये चैकस्य ।
 के संनिहिता ममां के मम संचिन्त्य कथं च त्वम् ॥ १६२ ॥

उद्यहरणार्थं मम

अथार मम और कपित्य क्रमद्या २ पत्र में ३, ३ पत्र में ५ और ५ पत्र में ७ की दर से प्राप्य
 है । वे गणना के सिद्धांतों को जानने वाले मित्र । ७१ पत्रों के एक केकर शीघ्र जाओ ताकि जारों की
 संख्या कपित्यों की संख्या की शिगुनी हो और जवारों की संख्या १ गुनी हो ॥ १०२-११२ ॥ किसी
 जिनानुपानी मे जिन प्रतिमा का दही, की और दुरग से पुरित कस्यों द्वारा अभिनेक कराया ।
 इसके ७२ पत्रों द्वारा ३ पात्र भर गये । प्रथम घट में ३२ पत्र दूसरे घट में २४ तथा तीसरे में १६
 पत्र पाये गये । इन द्वावि भी, दूध मिश्रित पात्रों में मिश्रित दूधों को कछ्मा-कछ्मा हात और प्राण
 करो कसकि कुछ मिछाकर २४ पत्र की १६ पत्र दूध और ३२ पत्र दही है ॥ १२२-१३२ ॥
 एक जलवारोही सैनिक का वेतन ३ पुराण का । इस दर पर कुछ २५ व्यक्ति मिश्रित थे । उनमें के कुछ
 मारे गये और उनके वेतन की रकम रक्खेत्र में दोष रहनेवाले सैनिकों को द दी गई । इस प्रकार,
 प्रायिक मनुष्य के १ पुराण प्राप्त हुए । मुझे बतलानो कि रक्खेत्र में कितने सैनिक जेत रहे और
 कितने जीवित बचे ? ॥ १५२-१६२ ॥

करते हैं । इस प्रकार हमें ३ × १, ३ × ३, ३ × १ से क्रमद्या ५ २ और ३ प्राप्त होते हैं । ये उमानुपाली
 माग हैं । ८८२ और ८९२ सूत्रों में इन उमानुपाली मागों के संबंध में प्रक्षेप की किता का प्रकाश करना
 पड़ा है । परन्तु ८७२ करण नियम में वह किता पूरी तरह बर्णित है ।

इष्टरूपाधिकहीनप्रक्षेपककरणसूत्रम्—

पिण्डोऽधिकरूपो नो हीनोत्तररूपसंयुतः शेषात् । प्रक्षेपककरणमतः कर्तव्यं तैर्युता हीनाः ॥ ९७३ ॥

अत्रोद्देशकः

प्रथमस्यैकाशोऽतो द्विगुणद्विगुणोत्तराद्भजन्ति नराः ।

चत्वारोऽशः कः स्यादेकस्य हि सप्तषष्टिरिह ॥ ९८३ ॥

प्रथमादध्यर्धगुणात् त्रिगुणाद्रूपोत्तराद्विभाज्यन्ते ।

साष्टा सप्ततिरेभिश्चतुर्भिराप्तोऽशकान् ब्रूहि ॥ ९९३ ॥

प्रथमादध्यर्धगुणाः पञ्चार्धगुणोत्तराणि रूपाणि । पञ्चाना पञ्चाशत्सैका चरणत्रयाभ्यधिका ॥ १००३ ॥

प्रथमात्पञ्चार्धगुणाश्चतुर्गुणोत्तरविहीनभागेन ।

भक्त नरेश्चतुर्भिः पञ्चदशोर्न शतचतुष्कम् ॥ १०१३ ॥

समानुपाती भाग सम्बन्धी नियम, जहाँ मन से चुनी हुई कुछ पूर्णांक राशियों को जोड़ना अथवा घटाना होता है—

दी गई कुल राशि को जोड़ी जाने वाली पूर्णांक राशियों द्वारा हासित किया जाता है, अथवा घटाई जानेवाली पूर्णांक धनात्मक राशियों में मिलाया जाता है। तब इस परिणामी राशि की सहायता से समानुपाती भाग की क्रिया की जाती है, और परिणामी समानुपाती भागों को क्रमशः उनमें जोड़ी जानेवाली पूर्णांक राशियों से मिला दिया जाता है, अथवा, वे उन घटाई जानेवाली पूर्णांक राशियों द्वारा क्रमशः हासित की जाती हैं ॥ ९७३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

चार मनुष्यों ने उत्तरोत्तर द्विगुणित समानुपाती भागों में और उत्तरोत्तर द्विगुणित अन्तरों वाले योग में अपने हिस्सों को प्राप्त किया। प्रथम मनुष्य को एक हिस्सा मिला। ६७ बाँटी जाने वाली राशि है। प्रत्येक के हिस्से क्या हैं ? ॥ ९८३ ॥ ७८ की रकम इन चार मनुष्यों में ऐसे समानुपाती भागों में वितरित की जाती है जो उत्तरोत्तर प्रथम से आरम्भ होकर प्रत्येक पूर्ववर्ती से १३ गुणे हैं और (योग में) जिनका अन्तर एक से आरम्भ होकर त्रिगुना वृद्धि रूप है। प्रत्येक के द्वारा प्राप्त भागों के मान बतलाओ ॥ ९९३ ॥ पाँच मनुष्यों के हिस्से क्रमिकरूपेण प्रथम से आरम्भ होकर प्रत्येक पूर्ववर्ती से १३ गुने हैं, और योग में अन्तर की राशियाँ वे हैं जो उत्तरोत्तर (पूर्ववर्ती अन्तर) से २३ गुणे हैं। ५१३ विभाजित की जाने वाली कुल राशि है। प्रत्येक के द्वारा प्राप्त भागों के मान बतलाओ ॥ १००३ ॥ ४०० ऋण १५ को चार मनुष्यों के बीच ऐसे भागों में विभाजित किया जाता है जो पहिले से आरम्भ होकर प्रत्येक पूर्ववर्ती से २३ गुणे हैं, और जो उन अंतरों द्वारा हासित हैं जो उत्तरोत्तर पूर्ववर्ती अंतर से ४ गुने हैं। विभिन्न भागों के मानों के प्राप्त करो ॥ १०१३ ॥

(९७३) समानुपाती भाग की क्रिया यहाँ ८७३ से ८९३ में दिये गये नियमों में से किसी भी एक के अनुसार की जा सकती है।

(९८३) हिस्सों में जोड़ी जानेवाली अंतर राशि यहाँ १ है जो दूसरे मनुष्य के संबंध में है। यह दो शेष मनुष्यों में से प्रत्येक के लिये पूर्ववर्ती अंतर की दुगुनी है। यह अंतर दूसरे मनुष्य के लिये स्पष्ट रूप से उल्लिखित नहीं है वैसे कि इस उदाहरण में १ उल्लिखित है। १००३ वीं गाथा और १०१३ वीं गाथा के उदाहरण में भी स्पष्ट उल्लेख नहीं है।

समघनार्थात्पनतन्म्येष्टघनसंख्यानयनसूत्रम्—
 म्येष्टघनं सैकं स्यात् स्वधिक्येऽस्त्यार्धगुणमसैकं तत् ।
 क्रमणे म्येष्टानयनं समानयेत् ऋणविपरीतात् ॥ १०२३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वाघटी षट्त्रिंशत्समूलं नृणां यदेव चरमार्थः । एकार्धेन श्रित्वा विन्द्रीय च समघना जाता ॥ १०२३ ॥
 सार्धैकमर्धमर्धद्वयं च संगृह्य ते त्रयं पुरुषाः ।
 क्रयविक्रयौ च कृत्वा पद्भिः पद्भ्योर्ध्यात्मसमघना जाता ॥ १०४३ ॥

(क्यापार में कगार्ध गई) सबसे ऊँची रकम म्येष्ट घन का मान तथा बेचने की तुल्य रकमें उत्पन्न करने वाली कीमतों के मान को विक्रयने के किये निबन्ध—

कगारा गया सबसे बड़ा घन १ में मिलाने पर (बेची जाने वाली) वस्तु के विक्रय की दर हो जाता है । बही (बेचने की दर) जब दोष वस्तु की (दी गई) बेचने की कीमत द्वारा गुणित होकर एक द्वारा हासिल की जाती है तब खरीदने की दर उत्पन्न होती है । इस विधि को विक्रयस्थित (उच्चा) करने पर कारबार में कगारा गया सबसे बड़ा घन बिक्रय जा सकता है ॥ १२३ ॥

उदाहरणार्थं मदन

तीन मनुष्यों ने क्रमशः २, ८ और ३२ रकमें कगार्ध । ६ वह कीमत है जिस पर वे वस्तुएं बेची जाती हैं । उसी दर पर खरीद कर और बेच कर वे तुल्य घन वाले बन जाते हैं । खरीद और बेचने की कीमतों को बिक्रयो ॥ १ ३२ ॥ उन्हीं तीन मनुष्यों ने क्रमशः १२, २ और २२ वाली क्येपार में कगारा और उन्हीं कीमतों पर उसी वस्तु का क्रय और विक्रय किया । अंत में वे वस्तुओं के द्वारा निकपित शक्ति में बेचने पर वे समान बन जाके बच गये । खरीदने और बेचने के दामों को निक्रयो ॥ १ ३२ ॥ समान बन जाकी शक्ति ३१ है । जिस कीमत पर अन्त में सेप वस्तुएं बेची

—

१ २२) इस नियम पर किये जानेवाले प्रश्नों में, विभिन्न रूक रकमों से किसी साधारण दर पर कोई वस्तु खरीदी हुई समझ की जाती है । तब इस तरह खरीदी हुई वस्तु कोई अन्य साधारण दर पर बेची जाती है । क्यापार में कगारे घने घन की इकाई में बेची जाने के किये पर्वान्त होने के कारण बितनी वस्तु की मात्रा बच रहती है वह यहाँ पर 'शेष' कहलाती है । बित कीमत पर यह 'शेष' बेची जाती है उसे अन्वष्टिह-मूख्य (अंत्यार्थ) कहते हैं । प्रतीक रूपसे मानलो अ, अ + ब और अ + ब + त मूख्यन है । यहाँ अन्वष्टिह (अ + ब + त) म्येष्टघन अथवा सबसे बड़ा घन है । मानलो प चरमार्थ (अन्वष्टिह) अथवा अन्वष्टिह-मूख्य है ; तब इस नियमानुसार अ + ब + त + १ = बेचने की दर, और (अ + ब + त + १) प - १ = खरीदने की दर होती है । यह सरलतापूर्वक दिखाना वा लक्षणा है कि वस्तु को बेचने की दर पर और शेष को अन्वष्टिह-मूख्य पर बेचने से जो रकमें प्राप्त होती हैं उनका योग प्रत्येक दशा में एकसा होता है ।

यह आभाषणीय है कि खरीदने की दर इस नियम पर आश्रित प्रश्नों में समान अथवा समान विक्रयान्य (विक्री की रकमों) के मान के समान होती है ।

चत्वारिंशत् सैका समधनसंख्या षडेव चरमाधः ।
 आचक्ष्व गणक शीघ्रं ज्येष्ठधनं किं च कानि मूलानि ॥ १०५३ ॥
 समधनसंख्या पञ्चत्रिंशद्भवन्ति यत्र दीनारा ।
 चत्वारश्चरमार्षो ज्येष्ठधनं किं च गणक कथय त्वम् ॥ १०६३ ॥

चरमार्षभिन्नजातौ समधनार्धानयनसूत्रम्—

तुल्यापच्छेदधनान्त्यार्धाभ्यां विक्रयक्रयार्धौ प्राग्वत् ।
 छेदच्छेदद्वृत्तिघ्नानुपातात् समधनानि भिन्नेऽन्त्यार्धे ॥ १०७३ ॥
 अर्धात्रिपादभागा धनानि षट्पञ्चमाशकाश्चरमार्ष ।
 एकार्धेण क्रीत्वा विक्रीय च समधना जाताः ॥ १०८३ ॥

पुनरपि अन्त्यार्धे भिन्ने सति समधनानयनसूत्रम्—

ज्येष्ठाशद्विहरहति सान्त्यहरा विक्रयोऽन्त्यमूल्यघ्नः ।
 नैकोद्वयखिलहरघ्न स्यात्क्रयसंख्यानुपातोऽथ ॥ १०९३ ॥

जाती हैं वह ६ है । हे अकगणितज्ञ ! मुझे शीघ्र बतलाओ कि कौन सी सबसे ऊची लगाई गई रकम है और विभिन्न अन्य रकमों कौन-कौन हैं ? ॥ १०५३ ॥ उस दशा में जब कि ३५ दीनार समान धन राशि है, और ४ वह कीमत है जिस पर शेष वस्तुएं बेची जाती हैं, हे गणितज्ञ ! मुझे बतलाओ कि सबसे ऊची लगाई जाने वाली रकम क्या है ? ॥ १०६३ ॥

जब अवशिष्ट कीमत (अन्त्य अर्ध) भिन्नीय रूप में हों तब समान बेचने की रकमों उत्पन्न करने वाले कीमतों के मान निकालने के लिये नियम—

अवशिष्ट-कीमत (अन्त्य अर्ध) भिन्नीय होने पर बेचने और खरीदने की दरों को पहिले की भाँति प्राप्त करते हैं जब कि लगाई गई रकमों और अवशिष्ट-कीमत को समान हर वाला बना कर उपयोग में लाते हैं । यह हर इस समय उपेक्षित कर दिया जाता है । तब इष्ट बेचने और खरीदने की दरों को प्राप्त करने के लिये इन बेचने और खरीदने की दरों को इस हर और हर के वर्ग द्वारा गुणित करते हैं । तब समान विक्रयोदय (बेचने की रकमों) को त्रैराशिक के नियम द्वारा प्राप्त करते हैं ॥ १०७३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी व्यापार में ३, ४, ५ तीन व्यक्तियों द्वारा लगाई गई रकमों हैं । अवशिष्ट-कीमत (अन्त्यार्ध) ६ है । उन्हीं कीमतों पर खरीदने और बेचने पर वे समान धन राशि वाले बन जाते हैं । बेचने की कीमत और खरीदने की कीमत तथा समान विक्रय-धन निकालो ॥ १०८३ ॥

जब अवशिष्ट-कीमत (अन्त्यार्ध) भिन्नीय हो तब समान विक्रयोदय (बेचने की रकमों) को निकालने के लिये दूसरा नियम—

सबसे बड़े अश, दो और (लगाई गई मूल रकमों के प्राप्य) हरों का सतत गुणनफल जब अवशिष्ट-मूल्य के मान के हर में जोड़ा जाता है तब बेचने की दर उत्पन्न होती है । जब इसे अवशिष्ट-मूल्य (अन्त्यार्ध) से गुणित कर और १ द्वारा हासित कर और फिर उत्तरोत्तर दो तथा समस्त हरों द्वारा गुणित किया जाता है, तब खरीदने की दर प्राप्त होती है । तत्पश्चात्, त्रैराशिक की सहायता से बेचने की रकमों (sale-proceeds) का साधारण मान प्राप्त होता है ॥ १०९३ ॥

१०५३) यहाँ ध्यालोक्तनीय है कि इस नियमानुसार केवल सबसे बड़ी रकम निकाली जाती है । अन्य रकमों मन से चुन ली जाती हैं, ताकि वे सबसे बड़ी रकम से छोटी हों ।

अत्रोद्देशकः

वर्ष द्वौ त्र्यंशौ च त्रीन् पादांशश्च संगृह्य ।

विक्रीय श्रीस्थान्ते पञ्चमिरंज्यशकैः समानधना ॥ ११२ ३ ॥

इष्टगुणेषुष्टसंख्यायामिष्टसंख्यासमर्पणानयनसूत्रम्—

अन्यपदे स्वगुणहते द्विपेदुपात्त्यं च वस्थान्तम् । तेनोपात्त्येन मजेद्यहर्षं तद्वेग्यम् ॥ १११२ ॥

अत्रोद्देशकः

कश्चिच्छायकपुरुषश्चतुर्मुखं जिनगृहं समासाद्य ।

पूर्वां चक्रि रभक्त्या सुरभीप्यावाय कुसुमानि ॥ ११२२ ॥

द्विगुणमभूवाद्यमुले त्रिगुणं च चतुर्गुणं च पञ्चगुणम् ।

सर्वत्र पञ्च पञ्च च तत्संख्याम्नोऽस्त्राणि कानि स्युः ॥ ११२३ ॥

द्वित्रिचतुर्भांगुणां पञ्चार्धगुणांश्चपञ्चसप्तष्टौ । मत्सैर्मेवत्याहोभ्यो वृत्तान्यावाय कुसुमानि ॥ ११४१ ॥

इति मिश्रकव्यवहारे मज्ञेपककुटीकार समाप्त ।

१ अ में श्लोक क्रम ११ ३ के पश्चात् निम्नलिखित श्लोक बोझा गया है, जो ७ में प्राप्त नहीं है :—

अर्धत्रिपादमामा धनानि पट्पद्ममाद्यधनवार्धं । एकपदेन श्रीत्वा विक्रीय च समधना बाठाः ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

१, ३, ६ क्रमका व्यापार में कराकर बही बरत करीएने और बैचने तथा २ अक्षरिह-सूत्र से तीन व्यापारी अंत में समान विक्रयोदक (बैचने की रकम) बाडे हो बाते हैं । करिद की कीमत बेचने की कीमत और बिक्री की तुल्य रकमें क्या क्या हैं ? ॥ ११ ३ ॥

ऐसे प्रश्न को हक करने के लिये निचम अंतमें मन से चुनी हुई संख्या बार चुने मने अक्षर्यों में मन मे चुनी हुई राशिवाँ समर्पित को (ही) गू होँ :—

उपअंतिम राशि को अंतिम राशि की ही संख्यायी अपचरत्वं संख्या द्वारा विभाजित अंतिम राशि में जोडा जाये । इस क्रिया से प्राप्त फल को उस अपचरत्वं संख्या द्वारा विभाजित किया जाये जो कि इस ही गई उपअंतिम राशि से संयोजित (associated) है । एक विधि ही गई राशिवाँ के सम्बन्ध में इस क्रिया को करने पर इह सूत्र राशि प्राप्त होती है । ॥ ११३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी आचक मे चार दरवाजों बाडे जिन मंदिर में (अपने माथ) सुराजित फूल सेजाकर वन्दे पूजन में इस प्रकार मन्दि पूर्वक भेट किये—चार दरवाजों पर क्रमका मे दुगने हो गये तब त्रिगुने हो गये तब चौगुने हो गये और तब पाँचगुने हो गये । प्रारंभिक हाल पर उनमें ५ फूल अर्पित किये बतकाकी कि उनके पास कुछ कितने कमल के फूल थे ? ॥ ११२५-११३५ ॥ अर्थात् द्वारा मन्दि पूर्वक फूल प्राप्त किये गये और पूजन में भेट किये गये । फूल को इस प्रकार भेट किये गये बतरोत्तर ३, ५, ७ और ९ थे । उनकी संख्यायी अपचरत्वं राशिवाँ क्रमका ५, ३, २ और २ थीं । पूर्णों की कुल सूत्र संख्या क्या थी ? ॥ ११३ ॥

इस प्रकार मिश्रक व्यवहार में मज्ञेपक कुटीकार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

वल्लिकाकुट्टीकारः

इतः पर वल्लिकाकुट्टीकारगणितं व्याख्यास्यामः । कुट्टीकारे वल्लिकागणितन्यायसूत्रम्—
 छित्त्वा छेदेन राशिं प्रथमफलमपोह्याप्तमन्योन्यभक्तं
 स्थाप्योर्ध्वाधर्यतोऽधो मतिगुणमयुजालपेऽवशिष्टे धनर्णम् ।
 छित्त्वाधः स्वोपरिघ्नोपरियुतहरभागोऽधिकाप्रस्य हारं
 छित्त्वा छेदेन सामान्तरफलमधिकाप्रान्वितं हारघातम् ॥ ११५३ ॥

वल्लिका कुट्टीकार

इसके पश्चात् हम वल्लिका कुट्टीकार* नामक गणना विधि की व्याख्या करेंगे ।

कुट्टीकार सम्बन्धी वल्लिका नामक गणना विधि के लिये नियम—

दो गई राशि (समूह वाचक सख्या) को दिये गये भाजक द्वारा विभाजित करो । प्रथम भजनफल को अलग कर दो । तब (विभिन्न परिणामी शेषों द्वारा विभिन्न परिणामी भाजकों के उत्तरोत्तर भाग से प्राप्त विभिन्न) भजनफलों को एक दूसरे के नीचे रखो, और फिर इसके नीचे मन से चुनी हुई संख्या रखो जिससे कि (उत्तरोत्तर भाग की उपर्युक्त विधि में) अयुग्म स्थिति क्रमवाले अल्पतम शेष को गुणित किया जाता है; और तब इसके नीचे इस गुणनफल को (प्रश्नानुसार दी गई ज्ञात संख्या द्वारा) बढ़ाकर या हासित कर और तब (उपर्युक्त उत्तरोत्तर भाग की विधि में अन्तिम भाजक द्वारा) भाजित कर रखो । इस प्रकार वल्लिका अर्थात् बेलि सरीखी अंकों की शृङ्खला प्राप्त होती है । इसमें शृङ्खला की निम्नतम सख्या को, (इसके ठीक ऊपर की संख्या में ऊपर के ठीक ऊपर की संख्या का गुणन करने से प्राप्त) गुणनफल में जोड़ते हैं । ऐसी रीति को तब तक करते जाते हैं जब तक कि पूरी शृङ्खला समाप्त नहीं हो जाती है । यह योग पहिले ही दिये गये भाजक से भाजित किया जाता है । [इस अन्तिम भाजन में 'शेष' गुणक बन जाता है जिसमें, (इस प्रश्न में बतलाई गई विधि में) विभाजित या वितरित की जाने वाली राशि को प्राप्त करने के लिये, पहिले दी गई राशि (समूह वाचक सख्या) का गुणा किया जाता है । परन्तु, जो एक से अधिक बार बढ़ाई गई अथवा हासित की गई हों, ऐसी दी गई राशियों (समूह वाचक सख्याओं) को एक से अधिक समानुपात में विभाजित करना पड़ता है । यहाँ दो विशिष्ट विभाजनों में से कोई एक के सम्बन्ध में प्राप्त] अधिक बढ़ा समूह वाचक मान सम्बन्धी भाजक को (छोटे समूह वाचक मान सम्बन्धी) भाजक द्वारा ऊपर बतलाये अनुसार भाजित किया जाता है ताकि उत्तरोत्तर भजनफलों की कता के समान शृङ्खला पूर्व क्रम अनुसार इस दशा में भी प्राप्त हो जावे । इस शृङ्खला में निम्नतम भजनफल के नीचे, इस अन्तिम उत्तरोत्तर में भाग में अयुग्म स्थिति क्रमवाले अल्पतम शेष के मन से चुने हुए गुणक को रखा जाता है, और फिर इसके नीचे पहिले बतलाए हुए दो समूह वाचक मानों के अन्तर को ऊपर मन से चुने हुए गुणक द्वारा गुणित कर,

*वल्लिका कुट्टीकार कहने का कारण यह है कि इस नियम में समझाई गई कुट्टीकार की विधि लता समान अंकों की शृङ्खला पर आधारित होती है ।

(११५३) गाथा ११७३ वीं का प्रश्न साधित करने पर यह नियम स्पष्ट हो जावेगा । यहाँ कथन किया गया है कि ७ अला फलों सहित ६३ केलों के ढेर २३ मनुष्यों में ठीक-ठीक भाजन योग्य हैं । एक ढेर में फलों की संख्या निकालना है । यहाँ ६३ को 'समूह वाचक सख्या' (राशि) कहा जाता है, और प्रत्येक में स्थित फलों के संख्यात्मक मान को 'समूह वाचक मान' कहा जाता है । इसी 'समूह

अन्तिम अयुग्म स्थिति क्रम बाधे अस्वतन्त शेष में जोड़कर परिष्कृती योगफल को ऊपर की मात्रा श्रेणिका के अन्तिम मात्रक द्वारा विभाजित करने के पश्चात् प्राप्त संख्या को रक्षण प्राप्तिसे । इस प्रकार इस वाच्य वाचक मान को निकालना यह होता है । अब इस नियम के अनुसार हम पहिले राशि अथवा समूह वाचक संख्या ६३ को छेद अथवा मात्रक २३ द्वारा भाजित करते हैं, और तब हम जिस प्रकार दो संख्याओं का महत्तम समापवर्त्य निकालते हैं उसी प्रकार की भाग विधि को यहाँ जारी रखते हैं ।

$$\begin{array}{r}
 २३) ६३ (२ \\
 \underline{४६} \\
 १७ \\
 \underline{३७} \\
 ५० \\
 \underline{६३} \\
 १७ \\
 \underline{५०} \\
 ३३ \\
 \underline{६६} \\
 ३३ \\
 \underline{६६} \\
 ०
 \end{array}$$

यहाँ प्रथम मन्त्रफल २ को उपेक्षित कर दिया जाता है अन्य मन्त्रफल बाजू क स्तम्भ में एक पंक्ति में एक के नीचे एक लिखे गये हैं । अब हमें एक ऐसी संख्या चुनना पड़ती है जो अब अन्तिम शेष १ के द्वारा गुणित की जाती है, और फिर ७ में जोड़ी जाती है, तो वह अन्तिम मात्रक १ के द्वारा मात्रा योग्य होती है । इसलिये हम २ को चुनते हैं, जो अंशक में अन्तिम अंक के नीचे लिखा हुआ है । इस चुनी हुई संख्या के नीचे फिरले चुनी हुई संख्या की उदाहरण से, उपर्युक्त मात्र में प्राप्त मन्त्रफल लिखा जाता है । इस प्रकार हमें बाजू में प्रथम स्तम्भ के अंकों में श्रेणिका अथवा बहिष्कृता प्राप्त हो जाती है । तब हम श्रेणिका के नीचे तब अन्तिम अंक अर्थात् १ को लिखकर उसके ऊपर क अंक ४ द्वारा गुणित करते हैं, और ८ जोड़ते हैं । यह ८, श्रेणिका की अंतिम संख्या है । परिधामी १९ इस तरह लिख दिया जाता है ताकि वह ४ क संघादी स्थान में हो । तत्पश्चात् इस १९ को बहिष्कृता श्रेणिका में उसके ऊपर के अंक १ द्वारा गुणित करते हैं और १ जोड़ने पर (जो कि उसके ठीकी प्रकार नीचे है) हमें १३ एक के संघादी स्थान में प्राप्त होता है । इसी प्रकार, क्रिया को जारी रखकर हमें ३८ और ५१ भी प्राप्त

यहाँ हम पौलमें शेष के साथ ही मात्रा रोक देते हैं, क्योंकि वह मात्रा को भेदियों में अयुग्म स्थिति क्रम बाध अस्वतन्त शेष है ।

- १-५१
- २-३८
- ३-१३
- ४-१२
- ५
- ८

होते हैं जो २ और १ क संघादी स्थान में प्राप्त किये जाते हैं । इस ५१ को २३ द्वारा भाजित किया जाता है, और शेष ५ एक गुच्छे में फलों को अस्वतन्त संख्या दक्षिण होती है । निम्नलिखित भीषण निष्पन्न द्वारा इस नियम का मूलभूत सिद्धान्त (rational) स्पष्ट हो जायेगा—

$$\begin{aligned}
 \frac{वाक + ५}{भा} &= ५ (जो एक पूंजाक है) = फ, क + ५, \text{ जहाँ } ५, = \frac{(वा - भाक,) क + ५}{भा} \\
 क &= \frac{भाप - ५}{२} \text{ (जहाँ } २, = वा - भाक, \text{ जो प्रथम शेष है)} = फ, ५, + ५, \text{ जहाँ } ५ \\
 &= २, ५ - ५, \text{ और } फ, \text{ वृत्त मन्त्रफल है तथा } २, \text{ वृत्त शेष है ।}
 \end{aligned}$$

$$\text{इसलिये } ५ = \frac{२, ५, + ५}{२} = फ, ५, + ५, \text{ जहाँ } ५, = \frac{२, ५, + ५}{२} \text{ और } फ, \text{ वृत्त मन्त्रफल तथा } २, \text{ वृत्त शेष है ।}$$

के मिश्रित प्रश्न के हल के लिये दृष्ट रता समान अंकों की शृङ्खला प्राप्त की जाती है। यह शृङ्खला पहिले की भाँति नीचे से ऊपर की ओर चर्ती जाती है और, पहिले की तरह, परिणामी संख्या को इस

$$\text{इसी तरह, } p_2 = \frac{r_2 p_3 - v}{r_3} = f_4 p_3 + p_4, \text{ जहाँ } p_4 = \frac{r_4 p_3 - v}{r_3} \text{ है; } p_3 = \frac{r_3 p_4 + v}{r_4}$$

$$= f_5 p_4 + p_5, \text{ जहाँ } p_5 = \frac{r_5 p_4 + v}{r_4} \text{ है। इस प्रकार हमें निम्नलिखित सम्बन्ध प्राप्त होते हैं—}$$

$$k = f_2 p_1 + p_2, p_1 = f_3 p_2 + p_3, p_2 = f_4 p_3 + p_4, p_3 = f_5 p_4 + p_5,$$

$$p_4 \text{ का मान इस तरह चुनते हैं ताकि } \frac{r_5 p_4 + v}{r_4} \text{ (जोकि उपर बतलाए अनुसार } p_5 \text{ का मान}$$

है), एक पूर्णोंक बन जावे। इस प्रकार, शृंखला f_2, f_3, f_4, p_4 और p_5 को जमाते हैं जिससे k का मान प्राप्त हो जाता है, अर्थात् ऊपरी राशि की गुणन विधि को तथा शृंखला की निम्नतर राशि की जोड़ विधि को सबसे ऊपर की राशि तक ले जाकर k का मान प्राप्त करते हैं। k का मान इस प्रकार प्राप्त कर, उसे आ के द्वारा विभाजित करते हैं। प्राप्त शेष, k की अल्पतम अर्धा को निरूपित करता है; क्योंकि k के v मान जो समीकार $\frac{\text{वाक} + v}{\text{आ}} = \text{कोई पूर्णोंक}$, का समाधान करते हैं, सब समान्तर श्रेढि में होते हैं जहाँ प्रचय (common difference) आ होता है।

इस नियम के द्वारा वे प्रश्न भी हल किये जा सकते हैं जहाँ दो या दो से अधिक दशायें दी गई रहती हैं। ऐसे प्रश्न गाथाओं १२१३ से लेकर १२९३ तक दिये गये हैं। १२१३ वीं गाथा का प्रश्न इस नियम के अनुसार इस प्रकार हल किया जा सकता है—

दिया गया है कि फलों का एक ढेर जब ७ द्वारा हासित किया जाता है तब वह ८ मनुष्यों में ठीक-ठीक भाजन योग्य हो जाता है, और वही ढेर जब ३ द्वारा हासित किया जाता है तब १३ मनुष्यों में ठीक-ठीक भाजन योग्य हो जाता है। अब उपर्युक्त रीति द्वारा सबसे पहिले फलों की अल्पतम संख्या को निकाला जाता है जो प्रथम दशा का समाधान करे, और तब फलों की वह संख्या निकाली जाती है जो दूसरी दशा का समाधान करे। इस प्रकार, हमें क्रमशः १५ और १६ समूह वाचक मान प्राप्त होते हैं। अब अधिक बड़े समूह वाचक मान सम्बन्धी भाजक को छोटे समूह वाचक मान सम्बन्धी भाजक द्वारा विभाजित किया जाता है ताकि नयी वल्लिका (श्रंखला) प्राप्त हो जावे। इस प्रकार, १३ को ८ द्वारा विभाजित करने पर और भाग को जारी रखने पर हमें निम्नलिखित प्राप्त होता है—

८) १३(१

$$\begin{array}{r} \text{८} \\ \underline{५) ८(१} \\ ५ \\ \underline{३) ५(१} \\ ३ \\ \underline{२) ३(१} \\ २ \\ \underline{१) २(१} \\ १ \\ \underline{१} \end{array}$$

इसके द्वारा वल्लिका शृंखला इस प्रकार प्राप्त होती है—

१ को 'मति' चुनकर, और पहिले ही प्राप्त दो समूह मानों के अंतर (१६-१५) को अर्थात् १ को मति और अंतिम भाजक के गुणनफल में जोड़ते हैं। इस योग को अंतिम भाजक द्वारा भाजित करने पर हमें २ प्राप्त होता है जिसे वल्लिका (शृंखला) में मति के नीचे लिखना होता है। तब, वल्लिका के साथ पहिले की रीति करने पर हमें ११ प्राप्त होता है, जिसे प्रथम भाजक ८ द्वारा भाजित करने पर शेष ३ बच रहता है। इसे अधिक बड़े समूहमान सम्बन्धी भाजक १३ द्वारा गुणित कर, अधिक बड़े समूहमान में जोड़ दिया जाता है (१३ × ३ + १६ = ५५)। इस प्रकार ढेर में फलों की संख्या ५५ प्राप्त होती है।

अन्तिम भाग में श्रुतिका के प्रथम भागक द्वारा विभाजित करते हैं। (इस क्रिया में प्राप्त) शेष को (अधिक बड़े समूह भागक मान सम्बन्धी) भागक द्वारा गुणित करते हैं और बहिष्कामी गुणनफल में इस अधिकबड़े समूह भागक मान को जोड़ देते हैं। (इस प्रकार ही गई समूह संख्या के इष्ट गुणक का मान प्राप्त किया जाता है, जो दो विचाराधीन विभिन्न विभाजकों का समाधान करता है) ॥११५२॥

इस विधि का भूख भूल सिद्धान्त (rationale) निम्नलिखित विमर्श से स्पष्ट हो जायेगा—

$$(१) \frac{भा_१क + भा_२}{भा_१} \text{ पूर्णांक है; } (२) \frac{भा_१क + भा_२}{भा_२} \text{ पूर्णांक है और } (३) \frac{भा_१क + भा_२}{भा_३} \text{ पूर्णांक है।}$$

(१) में मानको क का अल्पतम मान = $क_१$ है।

(२) में मानको क का अल्पतम मान = $क_२$ है।

(३) में मानको क का अल्पतम मान = $क_३$ है।

(४) जब (१) और (२) दोनों का समाधान करना पड़ता है, तब $दभा_१ + क_१$ को $सभा_२ + क_२$ के दुम्ब होना पड़ता है, ताकि $क_१ - क_२ = सभा_२ - दभा_१$ हो; अर्थात्, $\frac{भा_१द + (क_१ - क_२)}{भा_२} = क$, हो।

अन्ततः मानको रश्मियों $द$ और $स$ अहित होने से अनिर्णय (indeterminate) समीकरण (४) से, वैधा कि पहले ही सिद्ध किया जा चुका है उसके अनुसार, $द$ के अल्पतम घनात्मक पूर्णांक का प्राप्त कर सकते हैं। $द$ क इत मान को $भा_१$ द्वारा गुणित करने, और तब $क_१$ में जोड़ने पर $क$ का मान प्राप्त होता है जो (१) और (२) का समाधान करता है।

मानको यह $क$ है, और इन दोनों समीकरणों का समाधान करने बाका $क$ का और अधिक बड़ा मान मानको $क_२$ है।

$$(५) \text{ अब, } क_१ + नभा_१ = क_२ \text{ है,}$$

$$(६) \text{ और, } क_१ + मभा_२ = क_२ \text{ है।}$$

$$\frac{भा_१}{भा_२} = \frac{म}{न} \text{ इस प्रकार, } मभा_१ = न प, \text{ और } भा_२ = न प, \text{ जहाँ } भा_१ \text{ और } भा_२ \text{ का}$$

तबसे बड़ा साधारण गुणनफल (महत्तम) प है। $म = \frac{भा_१}{प}$, और $न = \frac{भा_२}{प}$

$$(७) \text{ अथवा (६) में इनका मान रखने पर, } क_१ + \frac{भा_१}{प} भा_२ = क_२ \text{ होता है।}$$

एतसे स्पष्ट है कि $क$ का बृत्त अल्पतम मान को दो समीकरणों का समाधान करता है यह $भा_१$ और $भा_२$ क लघुतम समापसार्य का निम्नतर मान में बाड़ने पर प्राप्त होता है।

चिर से मानको दोनों समीकरणों का समाधान करने बाधे $क$ का मान न है।

$$\text{तब } क = क_१ + \frac{भा_१}{प} भा_२ \times र, \text{ (जहाँ } र \text{ पनात्मक पूर्णांक है)} = (\text{मानको}) क_१ + सर \text{ और}$$

$$क = न_२ + प भा_२ = क_२ + क र, \quad र = \frac{प भा_१ + क_१ - क_२}{भा_२} \text{ होगा।}$$

रिक्तते लम्बिका में बहिष्कामी गुणनफल का सिद्धान्त का प्रथम करने पर $क$ का मान प्राप्त हो जाता

अत्रोद्देशकः

जम्बूजम्बीररम्भाक्रमुकपनसखजूरहिन्तालताली-
 पुन्नागाम्राचनेकद्रुमकुसुमफलैर्नम्रशाखाधिरुढम् ।
 भ्राम्यद्भृंगाञ्जवापीशुकपिककुलनानाध्वनिव्याप्तदिकं
 पान्था श्रान्ता वनान्तं श्रमनुदममलं ते प्रविष्टा प्रहृष्टा ॥ ११६३ ॥
 राशित्रिषष्टिः कदलीफलानां संपीड्य संक्षिप्य च सप्तभिस्तैः ।
 पान्थैस्त्रयोविंशतिभिर्विशुद्धा राशेस्त्वमैकस्य वद प्रमाणम् ॥ ११७३ ॥
 राशीन् पुनर्द्वादश दाडिमानां समस्य संक्षिप्य च पञ्चभिस्तैः ।
 पान्थैर्नरैर्विंशतिभिर्निरेकैर्भक्तास्तथैकस्य वद प्रमाणम् ॥ ११८३ ॥
 दृष्ट्वाभ्रराशीन् पथिको यथैकत्रिंशत्समूहं कुरुते त्रिहीनम् ।
 शेषे हृते सप्ततिभिस्त्रिभिश्चैर्नरैर्विशुद्धं कथयैकसख्याम् ॥ ११९३ ॥
 दृष्ट्वा सप्तत्रिंशत्कपित्थफलराशयो वने पथिकैः ।
 समदशापोह्य हृते न्येकाशीत्यांशकप्रमाणं किम् ॥ १२०३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी वन का प्रकाशवान और ताजगी लाने वाला सीमास्थ (outskirts) बहुत से ऐसे वृक्षों से पूर्ण था जिनकी शाखायें फल-फूल के भार से नीचे झुक गई थीं। ऐसे वृक्षों में जम्बू, जम्बीर, रम्भा, क्रमुक, पनस, खजूर, हिन्ताल, ताली, पुन्नाग और आम (समाविष्ट) थे। वह स्थान तोतों और कोयलों की ध्वनि से व्याप्त था। तोते और कोयलें ऐसे झरनों के किनारे पर थीं जिनमें कमलों पर अमर भ्रमण कर रहे थे। ऐसे वनान्त में कुछ थके हुए यात्रियों ने सानन्द प्रवेश किया ॥ ११६३ ॥

केलों की ६३ ढेरियाँ और ७ केले के फल २३ यात्रियों में बराबर-बराबर बाँट दिये गये जिससे कुछ भी शेष न बचा। एक ढेरी में फलों की सख्या बतलाओ ॥ ११७३ ॥

फिर से, अनार की १२ ढेरियाँ और ५ अनार के फल उसी तरह १९ यात्रियों में बाँटे गये। एक ढेरी में कितने अनार थे ? ॥ ११८३ ॥

एक यात्री ने आमों की बराबर फलों वाली ढेरियाँ देखीं। ३१ ढेरियाँ ३ फलों द्वारा हासिल कर दी गईं। जब शेषफल ७३ व्यक्तियों में बराबर-बराबर बाँट दिये गये तो शेष कुछ भी न रहा। इन ढेरियों में से किसी भी एक में कितने फल थे ? ॥ ११९३ ॥

वनमें यात्रियों द्वारा ३७ कपित्थ फल की ढेरियाँ देखी गईं। १७ फल अलग कर दिये गये शेषफल ७९ व्यक्तियों में बराबर-बराबर बाँटने पर कुछ भी शेष न रहा। प्रत्येक को कितने-कितने फल मिले ? ॥ १२०३ ॥

है, और तब व का मान सरलता पूर्वक निकाला जा सकता है।

इससे यह देखा जाता है कि जब व का मान निकालने के लिये हम त_१ और स_३ को कुट्टीकार विधि के अनुसार बर्तते हैं; तब छेद अथवा भाजक को त_१ के सम्बन्ध में आ_१ आ_२ लेना पड़ता है, अथवा, प्रथम दो समीकारों में भाजकों के लघुत्तम समापवर्त्य को लेना पड़ता है।

दृष्टाधराशिमपहाय च सप्त पञ्चाङ्गकेऽष्टमि पुनरपि प्रविहाय वस्मात् ।

श्रीणि त्रयोदशमिदृङ्जिते विभुद्ध पान्यैर्यने गणक मे कथयैकराशिम ॥ १२१३ ॥

द्राम्या त्रिमिदशतुर्मि पञ्चभिरेकः कपित्पफळराशि ।

मत्तो रूपाप्रस्तत्प्रमाणमाचक्ष्व गणितम् ॥ १२०३ ॥

द्राम्यामेकस्त्रिमिद्वी च चतुर्मिर्भाजिते त्रयः । चत्वारि पञ्चमि श्लेषः को राशिर्बेद मे प्रिय ॥ १२१३ ॥

द्राम्यामेकस्त्रिमिद्विभुद्धचतुर्मिर्भाजिते त्रयः । चत्वारि पञ्चमि श्लेषः को राशिर्बेद मे प्रिय ॥ १२१३ ॥

द्राम्या निरम एकप्रस्त्रिमिनौमो विभाजित । चतुर्मि पञ्चभिरेकौ रूपापो राशिरेश कः ॥ १२५२ ॥

द्राम्यामेकस्त्रिमि श्रुद्धचतुर्मिभाजिते त्रयः । निरम पञ्चभिरेकः को राशिः कथयाधुना ॥ १२६३ ॥

दृष्टा जन्मूफळानां पयि पयिकजने राशयस्तत्र राशौ

द्वौ श्रयौ तौ नयानां त्रय इति पुनरेकादृशानां विभक्ता ।

पञ्चाप्रास्ते यतीनां चतुरधिकतरा पञ्च ते सप्तकानां

बुद्धीकारार्थैयिन्मे कथय गणक संविन्त्य राशिप्रमाणम् ॥ १२७४ ॥

वनान्तरे दाडिमराशयस्त पान्यैर्ययः सप्तभिरेकशेषा ।

सप्त त्रिनेपा नभभिर्बिभक्ता पञ्चाष्टमि के गणक द्विरया ॥ १२८३ ॥

बच में जानों की डेरियाँ देखने के बाद और उनमें ० एक निकालने के पश्चात् जन्हीं ८ बाणियों में बराबर-बराबर बाँट दिया गया। और बच फिर से, जन्हीं डेरियों में से ३ एक निकाल किये गये तब बचे १३ बाणियों में बाँट दिया गया। दोनों दशाओं में कुछ भी शेष न रहा। हे गणितज्ञ! इस केवल एक ही का संवत्सारमक मान (क्यों की संख्या) बतलानो ॥ १२१३ ॥

कविरय कर्कों की केवल एक डेरी के कर्कों को २, ३, ४ अथवा ५ मनुष्यों में विभाजित करने पर प्रायेक दशा में शेष १ बचता है। हे गणितज्ञ! उस डेरी में कर्कों की संख्या बतलानो ॥ १२१३ ॥

जब २ द्वारा भाजित हो तब शेष १ रहता है जब ३ द्वारा भाजित हो तब शेष २ जब ४ द्वारा तब शेष ३, जब ५ द्वारा तब शेष ४ है। हे मित्र! ऐसी डेरी में कितने कर्क हैं? ॥ १२१४ ॥

जब २ द्वारा भाजित हो तब शेष १ है जब ३ द्वारा तब शेष कुछ नहीं है, जब ४ द्वारा तब शेष ३ है जब ५ द्वारा तब शेष ४ है। डेरी का संवत्सारमक मान बतलानो ॥ १२१५ ॥

जब २ द्वारा भाजित हो तब शेष कुछ नहीं है, जब ३ द्वारा तब शेष १ जब ४ द्वारा तब शेष कुछ नहीं है; और जब ५ द्वारा भाजित हो तब शेष १ रहता है। यह राशि क्या है? ॥ १२१६ ॥

जब २ द्वारा भाजित हो तब शेष १ है, जब ३ द्वारा तब शेष कुछ नहीं है, जब ४ द्वारा तब शेष ३ और जब ५ द्वारा भाजित हो तब शेष कुछ नहीं है। यह राशि कौन है? ॥ १२१७ ॥

राज्य में बाणियों न जन्मू कर्कों की कुछ बराबर डेरियाँ दलीं। उनमें से २ डेरियों ९ सप्तुर्भों में बराबर-बराबर बाँटने पर ३ एक शेष रहे। फिर से ३ डेरियों द्वारा प्रकार ११ वर्षाब्दों में बाँटने पर ५ एक शेष बच पुनः ५ डेरियों का ० वर्षाब्दों में बराबर बाँटने पर शेष ४ एक बच। हे विभाजन का बुद्धीकार विधि का मानन वाक्य अर्थात्गणित। शीघ्र तरह शोधकर डेरी का संवत्सारमक मान बतलानो ॥ १२१८ ॥

बच के अन्तर में अगर की ३ बराबर डेरियों ० बाणियों में बराबर बाँटने पर १ एक शेष बच है, ० ऐसा डेरियों तथा प्रकार ९ में बाँटने पर शेष ३ एक, और पुनः ५ ऐसा डेरियों ८ में बाँटने पर २ एक बचन है। हे अर्थात्गणित। शोधक का संवत्सारमक मान बतलानो ॥ १२१९ ॥

भक्ता द्वियुक्ता नवभिस्तु पञ्च युक्ताश्चतुर्भिश्च पडष्टभिस्तैः ।

पान्थैर्जनैः सप्तभिरेकयुक्ताश्चत्वार एते कथय प्रमाणम् ॥ १२९३ ॥

अग्रशेषविभागमूलानयनसूत्रम्—

शेषांशाग्रवधो युक् स्वाग्नेणान्यस्तदशकेन गुण । यावद्भागास्तावद्विच्छेदाः स्युस्तदग्रगुणाः ॥ १३०३ ॥

समान फलों की संख्या वाली ५ ढेरियों थीं, जिनमें २ फल मिलाने के पश्चात् ९ यात्रियों में बाँटने पर कुछ न रहा । ६ ऐसी ढेरियों में ४ फल मिलाने के पश्चात् उसी प्रकार ८ में बाँटने पर, और ४ ढेरियों में १ फल मिलाकर उसी प्रकार ७ में बाँटने पर शेष कुछ न रहा । ढेरी का सख्यात्मक मान बतलाओ ॥ १२९३ ॥

इच्छानुसार वितरित मूल राशि को निकालने के लिये नियम, जब कि कुछ विशिष्ट ज्ञात राशियों को हटाने पर शेष को प्राप्त किया जाता है —

हटाई जाने वाली (दी गई) ज्ञान राशि और (दी गई ज्ञात राशि को दे चुकने पर) जो शेष विशिष्ट भिन्नीय भाग बच रहता है उसका भिन्नीय समानुपात—इन दोनों का गुणनफल प्राप्त करो । इसके बाद की राशि, इस गुणनफल में पिछले शेष में से निकाली जाने वाली विशिष्ट ज्ञात राशि को जोड़कर प्राप्त की जाती है । और, इस परिणामी योग को उसी प्रकार के ऊपर कथित शेष के शेष रहने वाले भिन्नीय समानुपात द्वारा गुणित किया जाता है । यह उतने बार करना पड़ता है जितने कि वितरण करने पड़ते हैं । तत्पश्चात् इस तरह प्राप्त राशियों के ह्रों को अलग कर देना चाहिये । हर रहित राशियों और शेष के ऊपर कथित शेष रहने वाले भिन्नीय समानुपात के उत्तरोत्तर गुणनफलों को ज्ञात राशि और (अन्य तत्त्व, जैसे, अज्ञात राशि का गुणांक) अपवर्त्य (तथा भाजक के नाम से वल्लिका कुट्टीकार के प्रश्न में) उपयोग में लाते हैं ॥ १३०३ ॥

(१३०३) यहाँ हटाई जाने वाली ज्ञात राशि अग्र कहलाती है । अग्र के हटाने के पश्चात् जो बच रहता है वह 'शेष' कहलाता है । जो दिया अथवा लिया जाता है ऐसे शेष के भिन्न को अग्राश कहते हैं, और अग्राश के दिये अथवा लिये जानेपर जो शेष बच रहता है वह शेषाश अथवा शेष का शेष रहनेवाला भिन्नीय समानुपात कहलाता है, जैसे, जहाँ क का मान निकालना पड़ता है, और 'अ' विभाजित हुए भिन्नीय समानुपात $\frac{३}{२}$ को लेकर प्रथम विभाजन सम्बन्धी अग्र है, वहाँ $\frac{क-अ}{३}$ अग्राश है और

(क-अ) - $\frac{क-अ}{३}$ शेषाश है । १३२३ - १३३३ वीं गाथा के प्रश्न को हल करने पर यह नियम स्पष्ट हो जावेगा—

यहाँ १ पहिला अग्र है, और $\frac{३}{२}$ पहिला अग्राश है, इसलिये (१ - $\frac{३}{२}$) या $\frac{२}{२}$ शेषांश है । अब, अग्र और शेषाश का गुणनफल $१ \times \frac{३}{२}$ या $\frac{३}{२}$ है । इसे दो स्थानों में लिखो, यथा—

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{२}{३} \\ \frac{२}{३} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (१)$$

अब राशियों, $\left\{ \frac{२}{३} \right\}$ की पुनरावृत्ति करो; किसी एक राशि में दूसरे अग्र १ को जोड़ दो ।

तब हमें $\left\{ \frac{५}{३} \right\}$ प्राप्त होता है । दोनों को दूसरे शेषाश अर्थात् १ - $\frac{३}{२}$ या $\frac{२}{२}$ द्वारा गुणित करो, ताकि

$$\left\{ \frac{१०}{६} \right\} \text{ प्राप्त हो। } \dots \dots \dots (२)$$

इन अंकों को लेकर पहिले की तरह तीसरे अग्र १ को जोड़ो जिससे $\left\{ \frac{१९}{६} \right\}$ प्राप्त होगा ।

अत्रोद्देशक

आनीतवत्याम्रफळानि पुंसि प्रागेकमाद्याय पुनस्तदर्भम् ।

गतेऽप्रपुत्रे च तथा खपम्यस्तत्राबक्षेपावैमयो तमन्य ॥ १३१३ ॥

प्रविश्य शीतं भवनं त्रिपूरुषं प्रागेकमाभ्यर्च्यं जिनस्य पादौ ॥

क्षेत्रत्रभागं प्रथमेऽनुमाने तथा द्वितीये च तृतीयके तथा ॥ १३१४ ॥

क्षेत्रत्रभागद्वयसहस्र क्षेत्रार्धसहस्रं चापि ततस्त्रिभागात् ।

कृत्वा चतुर्विंशतिरीधैनावान् समर्पयित्वा गतवान् विशुद्ध ॥ १३१५ ॥

इति मिश्रकर्म्यवहारे साधारणकुट्टीकार समाप्त ।

१ इतकिपि में पादौ शब्द है जो यहाँ इन्द्र प्रतीत नहीं होता है । B में पादौ के स्थि के अन्त पाठ है ।

उत्पूरुषार्थं मत्न

किसी मनुष्य द्वारा घर पर धातु कर्मों को करने पर उसके बड़े पुत्र में पहिले एक कर्म किया और तब दोष के श्रापे किये । बड़े कड़के के जाने पर छोटे कड़के ने भी शेष में से उसी प्रकार एक किये । (उसमें, उत्पूरुषात्, जो शेष रहा उसका भाग किया); और अन्य पुत्र ने शेष जाने किये । पिता के द्वारा किये हुए कर्मों की संख्या निकालो । ॥ १३१३ ॥ कोई मनुष्य कुछ लेकर ऐसे त्रि-द्वि-दि-दि में गया जो मनुष्य की ईर्ष्या से विगुना हुआ था । पहिले उसने इन कर्मों में से एकन में जिन भागवान् के चरणों में एक फूल चढ़ाया, और तब एकन में शेष कर्मों के एक तिहाई जिन भागवान् की प्रथम ईर्ष्या-माप बाकी प्रतिमा के चरणों में भेंट किये । दोष दो तिहाई कर्मों में से उसने उसी प्रकार द्वितीय ईर्ष्या-माप बाकी प्रतिमा के चरणों में भेंट किये और तब उसी प्रकार तीसरी ईर्ष्या-माप बाकी प्रतिमा के चरणों में भेंट किये । अंत में जो दो तिहाई बने वे भी तीन बराबर भागों में बाँटे गये और इन भागों में से एक-एक भाग आठ-आठ तीर्थंकरों को (इस प्रकार कुल २७ तीर्थंकरों को) भेंट करने पर उसके पाद एक भी फूल न बना । बचकाधे उसके पाद कितने फूल थे ? ॥ १३१३-१३१५ ॥

इस प्रकार मिश्रकर्म्यवहारे में साधारण कुट्टीकार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

दूधरे शोभांश १-३ वा ३ द्वारा और अन्तिम अंश वा ३ द्वारा गुणित करो बिलसे $\left\{ \frac{१८/८१}{८/८१} \right\}$ प्राप्त होगा । (१)

(१) (२), (३) द्वारा श्रापि गये मिश्रों की इन तीन राशियों में प्रथम मिश्रों के हरो को अथवा घर देते हैं और अंश वा ३ का कुट्टीकार में समाप्तक अथ निकृपित करते हैं यहाँ इन राशियों में दूधरे मिश्रों में से प्रत्येक अंश और हर क्रमशः माध्य गुणक और मायक का निकरण करते हैं । इस प्रकार, $\frac{१८-१}{१}$ पूर्णक; $\frac{४८-१}{१}$ पूर्णक और $\frac{८८-१८}{८१}$ पूर्णक प्राप्त होते हैं । इन तीन राशियों को समाधानित करनेवाला क का मान पूर्णों की संख्या होती है ।

विषमकुट्टीकारः

इत' परं विषमकुट्टीकार व्याख्यास्यामः । विषमकुट्टीकारस्य सूत्रम्—
मत्तिसंगुणितौ छेदौ योज्योनत्याज्यसंयुतौ राशिहृतौ ।
भिन्ने कुट्टीकारे गुणकारोऽयं समुद्दिष्ट' ॥ १३४३ ॥

अत्रोद्देशकः

राशिः षट्केन हतो दशान्वितो नवहृतो निरवशेषः ।
दशभिर्हीनश्च तथा तद्गुणकौ^१ कौ समाशु संकथय ॥ १३५३ ॥

१ B गुणकारौ ।

विषम कुट्टीकार*

इसके पदचात् हम विषम कुट्टीकार की व्याख्या करेंगे ।

विषम कुट्टीकार सम्बन्धी नियम —

दिया हुआ भाजक दो स्थानों में लिख लिया जाता है, और प्रत्येक स्थान में मन से चुनी हुई सख्या द्वारा गुणित किया जाता है । (इस प्रश्न में) जोड़ने के लिये दी गई (ज्ञात) राशि इन स्थानों के किसी एक गुणनफल में से घटाई जाती है । घटाई जाने के लिये दी गई राशि अन्य स्थान में लिखे हुए गुणनफल में जोड़ दी जाती है । इस प्रकार प्राप्त दोनों राशियाँ (प्रश्नानुसार विभाजित की जाने वाली अज्ञात राशियों के) ज्ञात गुणक (गुणक) द्वारा भाजित की जाती हैं । इस तरह प्राप्त प्रत्येक भजनफल हट राशि होती है, जो भिन्न कुट्टीकार की रीति में दिये गये गुणक द्वारा गुणित की जाती है ॥ १३४३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

कोई राशि ६ द्वारा गुणित होकर, तब १० द्वारा बढ़ाई जाकर और तब ९ द्वारा भाजित होकर कुछ भी शेष नहीं छोड़ती । इसी प्रकार, (कोई दूसरी राशि ६ द्वारा गुणित होकर), तब १० द्वारा हासित होकर (और तब ९ द्वारा भाजित होकर) कुछ शेष नहीं छोड़ती । उन दो राशियों को क्षीप्र बतलाओ (जो दिये गये गुणक से यहाँ इस प्रकार गुणित की जाती हैं ।) ॥ १३५३ ॥

इस प्रकार, मिश्रक व्यवहार में, विषम कुट्टीकार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

* विषम और भिन्न दोनों शब्द कुट्टीकार के संबंध में उपयोग में लाये गये हैं और दोनों के स्पष्ट एक से अर्थ हैं । ये इन नियमों के प्रश्नों में आने वाली भाज्य (dividend) राशियों के भिन्नीय रूप को निर्दिष्ट करते हैं ।

सकलकृष्टीकारः

सकलकृष्टीकारस्य सूत्रम्—

मास्यच्छेदाप्रसवे प्रथमद्विपिच्छं त्वाभ्यमन्योन्यमाहं
 न्यस्यान्ते साम्रमूर्ध्वपरिगुण्युत्तं तै समानासमाने ।
 स्वर्णं व्याहारा गुण्यनसृणयोऽभिधाप्रस्य हारं
 ह्रत्वा ह्रत्वा तु सामान्तरघनमधिकप्रान्वितं हारघातम् ॥ ११६३ ॥

सकल कृष्टीकार

सकल कृष्टीकार सम्बन्धी नियमः—

विभाजित की जाने वाली अष्टादश शक्ति के मास्य गुणक द्वारा अग्रनपवित (carried on) तथा भाजक और अग्रोत्तर परिधामी शेषों द्वारा अग्रनपवित भाजकों में प्रथम के भाजकको अलग कर दिया जाता है। इस पारस्परिक भाजन द्वारा जो कि भाजक और शेष के समाव हो जाते एक किया जाता है अन्य भाजक प्राप्त किये जाते हैं जो अग्रोत्तर अंशका में अंशितम गुण्य शेष और भाजक के साथ किये जाते हैं। इस अंशका के निम्नतम अंक में भाजक द्वारा विभाजित की गई अष्टादश शक्ति से प्राप्त शेष को जोड़ना पड़ता है। (तब, अंशका में इस संख्याओं द्वारा,) यह शेष प्राप्त करते हैं जो अग्रोत्तर निम्नतम संख्या में इसके ठीक ऊपर की दो संख्याओं का गुणनफल जोड़ने पर प्राप्त होता है। (यह विधि एक एक की जाती है जब तक कि अंशका का निम्नतम अंक भी किया में सामिक नहीं हो जाता।) इसके बाद यह परिधामी शेष और प्रश्न में दिया गया भाजक, दो शेषों के रूप में, अष्टादश शक्ति के दो भागों को उत्पन्न करता है। इस शक्ति के भागों को प्रश्न में दिये एवं मास्य गुणक द्वारा गुणित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त होने वाले दो भाग या तो जोड़ी जाने वाली की गई अष्टादश शक्ति से सम्बन्धित रहते हैं अथवा अष्टादश जाने वाली की गई अष्टादश शक्ति से सम्बन्धित रहते हैं जब कि ऊपर कथित अंशकों की अंशका की अंक पद्धि की संख्या अज्ञात अथवा अनुमान होती है। (यहाँ दिये गये समूह एक से अधिक प्रकार से बढ़ाये जाने पर अथवा बढ़ाये जाने पर एक से अधिक अनुपात में विधरित किये जाना होते हैं यहाँ) अधिक बड़े समूहमात्र से सम्बन्धित भाजक (जिसे ऊपर अज्ञात अनुपात को निश्चित विभागों में से किसी एक के सम्बन्ध में प्राप्त किया जाता है) को ऊपर के अनुसार वात-वात छोड़े समूह मात्र से संबंधित भाजक द्वारा भाजित किया जाता है ताकि अग्रोत्तर अंशकों की कटा समान अंशका इस दृष्टा में भी प्राप्त हो सके। इस अंशका के निम्नतम अंशका के नीचे इस अंशित अग्रोत्तर भाग में अनुमान स्थिति अज्ञात अल्पतम शेष के मात्र के पुनः हुए गुणक को रखा जाता है। फिर इसके नीचे यह संख्या रखी जाती है, जो दो समूह-भागों के अंतर को ऊपर कथित मात्र से पुनः हुए गुणक से गुणित अनुभव स्थिति अज्ञात अल्पतम शेष के गुणनफल से जोड़नेपर, और तब इस परिधामी शेष को ऊपर की भाजक अंशका के अंशित भाजक द्वारा भाजित करने पर प्राप्त होती है। इस प्रकार कटा सकल अंशों की अंशका प्राप्त होती है जिसकी आवश्यकता इस निश्चित प्रकार के प्रश्न के ज्ञान के लिये होती है। यह अंशका नीचे से ऊपर तक पढ़िये की शक्ति बर्ती जाती है और परिधामी संख्या पढ़िये को तब इस अंशित भाजक अंशका में प्रथम भाजक द्वारा भाजित की जाती है। इस किया से प्राप्त शेष को अधिक बड़े समूह-मात्र से सम्बन्धित भाजक द्वारा गुणित किया जाना चाहिये। परिधामी गुणनफल में यह अधिक बड़ा समूहमात्र जोड़ दिया चाहिये। (इस प्रकार, दिये गये समूहमात्र के हुए गुणक का मात्र प्राप्त करते हैं ताकि यह विचारार्थीन दो अंशित विभाजकों का समाधान करे ॥ ११६३ ॥

(११६३) यह नियम ११६३ की भाषा में दिये गये प्रश्न का हल करने पर स्पष्ट हो जायेगा—

अत्रोद्देशकः

सप्तोत्तरसप्तत्या युतं शतं योज्यमानमष्टत्रिंशत् । सैकशतद्वयभक्तं को गुणकारो भवेदत्र ॥ १३७३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

अज्ञात गुणनखंड का भाज्य (dividend) गुणक १७७ है । २४०, स्व में जोड़े जानेवाले अथवा घटाये जाने वाले गुणनफल से सम्बन्धित ज्ञात राशि है, पूरी राशि को २०१ द्वारा भाजित करने पर शेष कुछ नहीं रहता । यहाँ अज्ञात गुणनखण्ड कौन सा है, जिससे की दिया गया भाज्यगुणक गुणित किया जाना है ? ॥ १३७३ ॥ ३५ और अन्य राशियाँ, जो संख्या में १६ हैं, और उत्तरोत्तर मान

प्रश्न है कि जब $\frac{१७७ क \pm २४०}{२०१}$ पूर्णक है तो क के मान क्या होंगे ? साधारण गुणन खंडों को निरसित करने पर हमें $\frac{५९ क \pm ८०}{६७}$ पूर्णक प्राप्त होता है । लगातार किये जाने वाले भाग की इष्ट विधि को

निम्नलिखित रूप में कार्यान्वित करते हैं—

६७)५९(०

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline ५९)६७(१ \\ \underline{५९} \\ ८)५९(७ \\ \underline{५६} \\ ३)८(२ \\ \underline{६} \\ २)३(१ \\ \underline{२} \\ १)२(१ \\ \underline{१} \\ १ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} १ \\ ७ \\ २ \\ १ \\ १ \\ १ \\ १ + १३ = १४ \end{array}$$

प्रथम भजनफल को अलग कर, अन्य भजनफल, श्रंखला में इस प्रकार लिखे जाते हैं—

इसके नीचे १ और १ को अग्रिम लिखा जाता है । ये अन्तिम भाजक और शेष समान होते हैं । यहाँ भी जैसा कि वल्लिका कुट्टीकार में होता है, यह देखने योग्य है कि अन्तिम भाजन में कोई शेष नहीं रहता क्योंकि २ में १ का पूरा-पूरा भाग चला जाता है । परन्तु चूँकि, अन्तिम शेष, श्रंखला के लिये चाहिये, इसलिये वह अन्तिम भजनफल छोटा से छोटा बनाकर रख दिया जाता है, और अन्तिम संख्या १ में यहाँ, १३ जोड़ते हैं, जो कि ८० में

से ६७ का भाग देने पर प्राप्त होता है । इस प्रकार १४ प्राप्त कर, उसे श्रंखला के अन्त में नीचे लिख दिया जाता है । इस प्रकार श्रंखला पूरी हो जाती है । इस श्रंखला के अंकों के लगातार किये गये गुणन और जोड़ द्वारा, (जैसा कि गाथा ११५३ के नोट में पहिले ही समझाया जा चुका है,) हमें ३९२ प्राप्त होता है । इसे ६७ द्वारा विभाजित किया जाता है । शेष ५७ क का एक मान होता है, जब कि ८० को श्रंखला में अंकों की संख्या अयुग्म होने के कारण ऋणात्मक ले लिया जाता है । परन्तु

जब ८० को घनात्मक लिया जाता है, तब क का मान (६७-५७) अथवा १० होता है । यदि श्रंखला में अंकों की संख्या युग्म होती है, तो क का प्रथम निकाला हुआ मान घनात्मक अग्र सम्बन्धी होता है । यदि यह मान भाजक में से घटाया जाता है तो क का ऋणात्मक अग्र सम्बन्धी मान प्राप्त होता है ।

इस विधि का सिद्धान्त उसी प्रकार है जैसा कि वल्लिका कुट्टीकार के सम्बन्ध में है । परन्तु, उनमें अन्तर यही है कि यहाँ श्रंखला में दो अन्तिम अंक दूसरी विधि द्वारा प्राप्त किये जाते हैं । अध्याय ६ की ११५३ वीं गाथा के नियम के नोट

- १—३९२
७—३४५
२—४७
१—१६
१—१५
१
१४

पद्मत्रिंशत् श्रुतस्वाह्यपदान्येय द्वाराभ ।

द्वात्रिंशत्कृषिन्ना श्रुतस्वोऽमानि के घनशुणा ॥ १३८२ ॥

में ३ द्वारा बढ़नी हुई है, वह भागशुणक है। दिये गये मात्रक ३२ (और अक्ष) है जो उत्तरोत्तर २ द्वारा बढ़त जात है। और १ को उत्तरोत्तर ३ द्वारा बढ़ात जाने पर प्राप्त घनात्मक और श्रुतान्तक सम्बन्धित शक्ति का अर्थ होता है। ज्ञात भागशुणक के अज्ञात गुणनखण्डों के मान क्या हैं जबकि न घनात्मक का अनात्मक ज्ञात संख्याओं के साथ योगरूप में सम्बन्धित है ? ॥ १३८२ ॥

में दिये गए अज्ञात निदान्त में अयुक्त शक्ति कम वाले दोष के साथ सम्बन्धित अक्ष का बीबीय विन्दु कहा है कि इस प्रश्न में दिया गया है, परन्तु युक्त शक्ति कमवाले दोष के साथ सम्बन्धित अक्ष का विन्दु प्रश्न में दिया गया है अक्ष विपरित है; इसलिये जब अयुक्त शक्ति कमवाले दोष तक लगातार मान बिना जाता है तब प्रश्न के प्रश्न मान उस अक्ष के सम्बन्ध में होता है जिसका बिन्दु अविपरित है। और दूसरी बात, जब लगातार मान युक्त शक्ति कमवाले दोष तक ले जाया जाता है तब वही प्रश्न के प्रश्न मान उस अक्ष के सम्बन्ध में होता है जिसका विन्दु विपरित है। जब प्रश्न दोषों की संख्या अयुक्त होती है, तब अज्ञात में अज्ञातों की संख्या युक्त होती है; और जब दोषों की संख्या युक्त होती है तब अज्ञात में अज्ञातों की संख्या अयुक्त होती है। कारण यह है कि इस निदान्त में अज्ञात दोष का अर्थ अज्ञात अक्ष प्रश्न का प्रश्न मान बिना जाता है, इसलिये इस अनात्मक अक्ष

अधिकाल्पराशयोर्मूलमिश्रविभागसूत्रम्—

ज्येष्ठमहाराशेर्जघन्यफलताडितोनमपनीय ।

फलवर्गशेषभागो ज्येष्ठार्घोऽन्यो गुणस्य विपरीतम् ॥ १३९३ ॥

अत्रोद्देशकः

नवाना मातुलुङ्गाना कपित्थाना सुगन्धिनाम् । सप्ताना मूल्यसंमिश्र सप्तोत्तरशतं पुन. ॥१४०३॥

सप्ताना मातुलुङ्गानां कपित्थानां सुगन्धिनाम् । नवानां मूल्यसंमिश्रमेकोत्तरशतं पुन ॥१४१३॥

मूल्ये ते वद मे शीघ्रं मातुलुङ्गकपित्थयोः । अनयोर्गणक त्वं मे कृत्वा सम्यक् पृथक् पृथक् ॥१४२३॥

बहुराशिमिश्रतन्मूल्यमिश्रविभागसूत्रम्—

इष्टमूल्यैरूनितलाभादिष्टाप्रफलमसकृत् । तैरूनितफलपिण्डस्तच्छेदा गुणयुतास्तदर्धाः स्युः ॥१४३३॥

बढ़ी और छोटी सख्याओं वाली वस्तुओं की कीमतों के दिये गये मिश्र योगों में से दो भिन्न वस्तुओं की विनिमयशील बढ़ी और छोटी सख्या की कीमतों को अलग-अलग करने के लिये नियम—

दो प्रकार की वस्तुओं में से किसी एक की सवादी बढ़ी सख्या द्वारा गुणित उच्चतर मूल्य-योग में से दो प्रकार की वस्तुओं में से अन्य सम्बन्धी छोटी सख्या द्वारा गुणित निम्नतर मूल्य-सख्या घटाओ । तब, परिणाम को इन वस्तुओं सम्बन्धी सख्याओं के वर्गों के अन्तर द्वारा भाजित करो । इस प्रकार प्राप्त फल अधिक सख्या वाली वस्तुओं का मूल्य होता है । दूसरा अर्थात् छोटी सख्या वाली वस्तु का मूल्य गुणकों (multipliers) को परस्पर बदल देने से प्राप्त हो जाता है ॥१३९३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

९ मातुलुङ्ग (citron) और ७ सुगन्धित कपित्थ फलों की मिश्रित कीमत १०७ है । पुन. ७ मातुलुङ्ग और ९ सुगन्धित कपित्थ फलों की कीमत १०१ है । हे अंकगणितज्ञ ! मुझे शीघ्र बताओ कि एक मातुलुङ्ग और एक कपित्थ के दाम अलग-अलग क्या हैं ? ॥ १४०३-१४२३ ॥

दिये गये मिश्रित मूल्यों और दिये गये मिश्रित मानों में से विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के विभिन्न मिश्रित परिमाणों की सख्याओं और मूल्यों की अलग-अलग करने के लिये नियम—

(विभिन्न वस्तुओं की) दो गई विभिन्न मिश्रित) राशियों को मन से चुनी हुई सख्या द्वारा गुणित किया जाता है । इन मिश्रित राशियों के दिये गये मिश्रित मूल्य को इन गुणनफलों के मानों द्वारा अलग अलग हासित किया जाता है । एक के बाद दूसरी परिणामी राशियों को मन से चुनी हुई सख्या द्वारा भाजित किया जाता है और शेषों को फिर से मन से चुनी हुई सख्या द्वारा भाजित किया जाता है । इस विधि को बारबार दुहराना पड़ता है । विभिन्न वस्तुओं की दी गई मिश्रित राशियों को उत्तरोत्तर उपरी विधि में सवादी भजनफलों द्वारा हासित किया जाता है । इस प्रकार, मिश्रयोगों में विभिन्न वस्तुओं के सख्यात्मक मानों को प्राप्त किया जाता है । मन से चुने हुए गुकी (multipliers) को उपर्युक्त लगातार भाग की विधि वाले मन से चुने हुए भाजकों में मिलाने से प्राप्त राशियाँ तथा उक्त गुणक भी दी गई विभिन्न वस्तुओं के प्रकारों में से क्रमश प्रत्येक की एक वस्तु के मूल्यों की सरचना करते हैं । ॥ १४३३ ॥

(१३९३) बीजीय रूप से, यदि $अक + बख = म$, और $बक + अख = न$ हो, तब $अ^२क + अ ब ख = अ म$ और $ब^२क + अ ब ख = ब न$ होते हैं ।

क ($अ^२ - ब^२$) = $अ म - ब न$,

अथवा, $क = \frac{अ म - ब न}{अ^२ - ब^२}$ होता है ।

(१४३३) गायार्थो १४४३ और १४५३ के प्रश्न को निम्नलिखित प्रकार से साधित करने पर

अत्रोद्देशकः

अथ मातृपुत्रकृत्सीकपितृवादिमफळानि मिमाणि ।
 प्रथमस्य सैकविंशतिरथ द्विरमा द्वितीयस्य ॥ १४४३ ॥
 विंशतिरथ सुरमीणि च पुनरुयोविंशतिस्त्वतीयस्य ।
 तेषां मूल्यसमासस्त्रिसप्ततिः किं फलं कोऽप्ये ॥ १४५३ ॥

उदाहरणार्थं प्रथम

यहाँ ३ डेरियों में सुगणित मातृपुत्र कृत्को कपितृव और दादिम फलों को इकट्ठा किया गया है । प्रथम डेरी में २१ दूसरी में २२ और तीसरी में २३ है । इन डेरियों में से प्रत्येक की मिश्रित कीमत ७३ है । प्रत्येक डेरी में विभिन्न फलों की संख्या और मित्र प्रकार के फलों की कीमत निम्नको । प १४४३ और १४५३ ॥

निम्न स्पष्ट हो जायेगा ।

प्रथम डेरी में फलों की कुल संख्या ९१ है ।

दूसरी " " " " ९२ है ।

तीसरी " " " " ९३ है ।

मन से कोई भी संख्या बैठे, ९ चुनने पर और उसके इन कुल संख्याओं को गुणित करने पर हमें ४२, ४४, ४६ प्राप्त होते हैं । इन्हें अल्प-अल्प डेरियों के मूल्य ७३ में से घटाने पर शेष ३१, २९ और २७ प्राप्त होते हैं । इन्हें मन से चुनी हुई दूसरी संख्या ८ द्वारा भाजित करने पर मन्वन्फल ३, ३, ३ और शेष ७, ५ और ३ प्राप्त होते हैं । ये शेष, पुनः, मन से चुनी हुई संख्या २ द्वारा भाजित होनेपर मन्वन्फल ३, २, १ और शेष १, १, १ उत्पन्न करते हैं । इन अंतिम शेषों को यहाँ मन से चुनी हुई संख्या १ द्वारा भाजित करने पर मन्वन्फल १, १, १ प्राप्त होते हैं और शेष कुछ भी नहीं । परिष्कृत कुल संख्या क सम्बन्ध में निकाले गये मन्वन्फलों को उधमें से घटाना पड़ता है । इस प्रकार हमें २१ - (३ + ३ + ३) = १४ प्राप्त होता है; यह संख्या और मन्वन्फल ३, ३, १ प्रथम डेरी में मित्र प्रकारों के फलों की संख्या प्रकृष्ट करते हैं । इसी प्रकार हमें दूसरे समूह में २६ - ३, २, १ और तीसरे समूह में २८, ३ - १ मिश्र प्रकार के फलों की संख्या प्राप्त होती है ।

प्रथम पुत्रा दुभा गुणक २ और उसके अन्य मन से चुने हुए गुणकों के योग कीमतें होती हैं । इस प्रकार हमें कम से इन ४ मिश्र प्रकारों के फलों में प्रत्येक की कीमत २, २ + ८ वा १, १ + २ वा ४, और २ + १ वा ३, रूप में प्राप्त होती है ।

इस रीति का मूकभूत लिङ्गान्त निम्नलिखित बीबीन निरूपण द्वारा स्पष्ट हो जायेगा—

$$\text{अक} + \text{ब} \text{ क} + \text{ग} + \text{द} \quad \text{प} = \text{प}, \quad (१)$$

$$\text{अ} + \text{ब} + \text{ग} + \text{द} = \text{म} \quad (२)$$

$$\text{मानको प} = \text{घ}; \text{ तब (१) को घ से गुणित करने पर हमें घ (अ + ब + ग + द)} = \text{घ न प्राप्त होता है।} \quad (३)$$

$$(३) को (१) में से घटाने पर हमें अ (क - घ) + ब (क - घ) + ग (ग - घ) = \text{प - घ न प्राप्त होता है।} \quad (४)$$

जघन्योनमिलितराश्यानयनसूत्रम्—

पण्यहृताल्पफलो नैष्ठिल्यादल्पप्रमूल्यहीनेष्टम् ।

कृत्वा तावत्खण्ड तदूनमूल्य जघन्यपण्यं स्यात् ॥ १४६३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वाभ्या त्रयो मयूरास्त्रिभिश्च पारावताश्च चत्वारः ।

हसाः पञ्च चतुर्भिः पञ्चभिरथ सारसाः षट् च ॥ १४७३ ॥

यत्रार्धस्तत्र सखे षट्पञ्चाशत्पणैः खगान् क्रीत्वा ।

द्वासप्ततिमानयतामित्युक्त्वा मूल्यमेवादात् ।

कतिभिः पणैस्तु विहगाः कति विगणय्याशु जानीयाः ॥ १४९ ॥

कुल कीमत के दिये गये मिश्रित मान में से, क्रमशः, महँगी और सस्ती वस्तुओं के मूल्यों के सख्यात्मक मानों को निकालने के लिये नियम —

(दी गई वस्तुओं की दर-राशियों को) उनकी दर-कीमतों द्वारा भाजित करो । (इन परिणामी राशियों को अलग-अलग) उनमें से अल्पतम राशि द्वारा हासित करो । तब (उपर्युक्त भजनफल राशियों में से) अल्पतम राशि द्वारा सब वस्तुओं की मिश्रित कीमत को गुणित करो, और (इस गुणनफल को) विभिन्न वस्तुओं की कुल मख्या में से घटाओ । तब (इस शेष को मन में) उतने भागों में विभक्त करो (जितने कि घटाने के पश्चात् बचे हुए उपर्युक्त भजनफलों के शेष होते हैं) । और तब, (इन भागों को उन भजनफल राशियों के शेषों द्वारा) भाजित करो । इस प्रकार, विभिन्न सस्ती वस्तुओं की कीमतें प्राप्त होती हैं । इन्हें कुल कीमत से अलग करनेपर खरीदी हुई महँगी वस्तु की कीमत प्राप्त होती है ॥ १४६३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

“२ पण में ३ मोर, ३ पण में ४ कवृत्तर, ४ पण में ५ हंस, और ५ पण में ६ सारस की दरों के अनुसार, हे मित्र, ५६ पण के ७२ पक्षी खरीद कर मेरे पास लाओ ।” ऐसा कहकर एक मनुष्य ने खरीद की कीमत (अपने मित्र की) दे दी । शीघ्र गणना करके बतलाओ कि कितने पणों में उसने प्रत्येक प्रकार के कितने पक्षी खरीदे ॥ १४७३-१४९ ॥ ३ पण में ५ पल शुण्ठि, ४ पण में

(४) को (क-श) से विभाजित करने पर हमें भजनफल अ प्राप्त होता है, और शेष ब (ख-श) + स (ग-श) प्राप्त होता है, जहाँ क-श उपयुक्त पूर्णांक है । इसी प्रकार, हम यह क्रिया अत तक ले जाते हैं ।

इस प्रकार, यह देखने में आता है कि उत्तरोत्तर जुने गये भाजक क-श, ख-श और ग-श, जब श में मिलाये जाते हैं, तब वे विभिन्न कीमतों के मान को उत्पन्न करते हैं, प्रथम वस्तु की कीमत श ही होती है, और यह कि उत्तरोत्तर भजनफल अ, ब, स और साथ ही न- (अ + ब + स) विभिन्न प्रकारों की वस्तुओं के मान हैं । इस नियम में, दी गई वस्तुओं के प्रकारों की संख्या से एक कम संख्या के विभाजन किये जाते हैं । अंतिम भाजन में कोई भी शेष नहीं बचना चाहिए ।

(१४६३) अगली गाथा (१४७३-१४९) में दिये गये प्रश्न को साधन करने पर नियम स्पष्ट हो जावेगा— दर-राशिया ३, ४, ५, ६ को क्रमवार दर-कीमतों २, ३, ४, ५ द्वारा विभाजित करते हैं । इस प्रकार हमें ३, ४, ५, ६ प्राप्त होते हैं । इनमें से अल्पतम ३ को अन्य तीन में से अलग-

त्रिभिः पक्षैः श्लुण्ठिपक्षानि पञ्च चतुर्भिरेकादश पिप्पलनाम् ।
अष्टाभिरेकं मरिचस्य मूल्यं पञ्चानयाष्टोत्तरपष्टिमाहुः ॥ १५० ॥

इष्टार्थैरिष्टमूल्यैरिष्टवस्तुप्रमाणान्वयनसूत्रम्—
मूल्यप्रक्षेपेच्छागुणपणान्तरेष्टप्रभुतिविपर्ययम् । इष्टं स्वधनेष्टगुणं प्रक्षेपककरणमवशिष्टम् ॥१५१॥

११ एक कम्बी मिर्च, और ८ पय में १ एक मिर्च प्राप्त होती है । ९ पय करीब के दामों में शीश ही ९८ एक वस्तुओं को प्राप्त करो ॥ १५० ॥

इच्छित रकम (जो कि कुछ कीमत है) में इच्छित दरों पर करीबी गई कुछ विभिन्न वस्तुओं के इच्छित संख्यात्मक-मात्र को निकालने के लिये निबन्ध—

(करीबी गई विभिन्न वस्तुओं के) दर-मात्रों में से प्रत्येक को (अलग-अलग करीब के दामों के) कुछ मात्र द्वारा गुणित किया जाता है । दर-रकम के विभिन्न मात्र अलग-अलग समाप्त होते हैं । वे करीबी गई वस्तुओं की कुछ संख्या से गुणित किये जाते हैं । जागे के गुणनफल क्रमवार पिछले गुणनफलों में से बचाये जाते हैं । अन्ततः शेष एक पंक्ति में नीचे लिख किये जाते हैं । अन्ततः शेष एक पंक्ति में उनके ऊपर लिखे जाते हैं । सभी में रहने बाछ साधारण गुणनफलों को अलग कर इस सबको अन्ततः पदों में प्रहासित (बहुकृत) कर किया जाता है । तब इन प्रहासित अंशों में से प्रत्येक को मात्र से जुड़ी हुई अलग राशि द्वारा गुणित किया जाता है । उन गुणनफलों को जो नीचे की पंक्ति में रहते हैं तथा ऊर्ध्व को ऊपर की पंक्ति में रहते हैं अलग-अलग जोड़ते हैं और दोनों को ऊपर नीचे लिखते हैं । संख्याओं की नीचे की पंक्ति के योग को ऊपर लिखते हैं और ऊपर की पंक्ति के योग को नीचे लिखते हैं । इन योगों को उनके सर्वसाधारण गुणनफल द्वारा अन्ततः पदों में प्रहासित कर किया जाता है । परिष्करी राशियों में से प्रत्येक को नीचे बचाया लिख किया जाता है ताकि एक को दूसरे के नीचे उतनी बार किया जा सके जितने कि संख्याई पदान्तर योग में समकाल्य होते हैं । इन संख्याओं को इस प्रकार दो पंक्तियों में अन्ततः, उनकी क्रमवार दर-कीमतों और शीशों के दर-मात्रों द्वारा गुणित करते हैं । (अंकों की एक पंक्ति में दर-मूल्य गुणन और अंकों की दूसरी पंक्ति में दर-संख्या का गुणन करते हैं ।) इस प्रकार प्राप्त गुणनफलों को फिरसे उनके सर्वसाधारण गुणन-फलों को द्वारा अन्ततः पदों में प्रहासित कर किया जाता है । प्रत्येक ऊर्ध्वपर (vertical) पंक्ति के परिष्करी अंकों में से प्रत्येक को अलग-अलग उनके संख्याई मात्र से जुड़े हुए गुणकों (multipliers) द्वारा गुणित करते हैं । गुणनफलों को पहिले की तरह दो वैकल्पिक पंक्तियों में लिख किया जाता जाद्विज । गुणनफलों की ऊपरी पंक्ति की संख्याई उस अनुपात में होती है जिसमें कि अन्ततः वितरित किया गया है । और जो संख्याई गुणनफलों की निम्न पंक्ति में रहती है वे उस अनुपात में होती है जिसमें कि संख्याई करीबी गई वस्तुई वितरित की जाती है । इसलिये जब जो शेष रहती है वह केवल प्रक्षेपक-करण की किया ही है । (प्रक्षेपक-करण किन्ना में वैश्रादिक नियम के अनुसार व्यानुपातिक विभाजन होता है) ॥१५१॥

अन्ततः पदों पर हमें २६, २८ और २८ प्राप्त होते हैं । उपर्युक्त अन्ततः पदों में से प्रथम ५९ से से गुणित करने पर ५९×३ प्राप्त होता है । कुछ पंक्तियों की संख्या ७२ में से इसे घटाते हैं । शेष ३३ को तीन भागों में बाँटते हैं; ३, ५ और २ । इन्हें क्रमशः २६, २८ और २८ द्वारा भाजित करने पर हमें प्रथम तीन प्रकार के पंक्तियों की कीमतें १३, २९ और २९ प्राप्त होती हैं । इन तीनों कीमतों को कुछ ५९ में से घटाकर पंक्तियों के लिये प्रकार की कीमत प्राप्त की जा सकती है ।

(१५१) गणना १५९-१५३ में दिखे गये प्रश्न का लाघव निम्नलिखित ढंग से करने पर एक

अत्रोद्देशकः

त्रिभिः पारावताः पञ्च पञ्चभिः सप्त सारसाः । सप्तभिर्नव हसाश्च नवभिः शिखिनस्ययः ॥१५२॥
क्रीडार्थं नृपपुत्रस्य शतेन शतमानय । इत्युक्तः प्रहितः कश्चित् तेन किं कस्य दीयते ॥ १५३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

कवृत्तर ५ प्रति ३ पण की दर से बेचे जाते हैं, सारस पक्षी ७ प्रति ५ पण की दर से, हंस ९ प्रति ७ पण की दर से, और मोरों ३ प्रति ९ पण की दर से बेची जाती हैं । किसी मनुष्य को यह कह कर भेजा गया कि वह राजकुमार के मनोरंजनार्थ ७२ पण में १०० पक्षियों को लावे । बतलाओ कि प्रत्येक प्रकार के पक्षियों को खरीदने के लिये उसे कितने-कितने दाम देना पड़ेंगे ? ॥१५२-१५३॥

५	७	९	३
३	५	७	९
५००	७००	९००	३००
३००	५००	७००	९००
०	०	०	६००
२००	२००	२००	०
०	०	०	६
२	२	२	०
०	०	०	३६
६	८	१०	०
६			
४			
४			
६			
६	६	६	४
६	६	६	४
१८	३०	४२	३६
३०	४२	५४	१२
३	५	७	६
५	७	९	२
९	२०	३५	३६
१५	२८	४५	१२

स्पष्ट हो जावेगा—दर-वस्तुओं और दर-कीमतों को दो पंक्तियों में इस प्रकार लिखो कि एक के नीचे दूसरी हो । इन्हें क्रमशः कुल कीमत और वस्तुओं की कुल संख्या द्वारा गुणित करो । तब घटाओ । साधारण गुणनखंड १०० को हटाओ । चुनी हुई संख्यायें ३, ४, ५, ६ द्वारा गुणित करो । प्रत्येक क्षैतिज पंक्ति में संख्याओं को जोड़ो और साधारण गुणनखंड ६ को हटाओ । इन अंकों की स्थिति को बदलो, और इन दो पंक्तियों के प्रत्येक अंक को उतने बार लिखो जितने कि बदली स्थिति के संवादी योग में संघटक तत्व होते हैं । दो पंक्तियों को दर-कीमतों और दर-वस्तुओं द्वारा क्रमशः गुणित करो । तब साधारण गुणनखंड ६ को हटाओ । अब पहिले से चुनी हुई संख्याओं ३, ४, ५, ६ द्वारा गुणित करो । दो पंक्तियों की संख्यायें उन अनुपातों को प्ररूपित करती हैं, जिनके अनुसार कुल कीमत और वस्तुओं की कुल संख्या वितरित हो जाती है । यह नियम अनिर्धारित (indeterminate) समीकरण सम्बन्धी है, इसलिये उत्तरों के कई सघ (sets) हो सकते हैं । ये उत्तर मन से चुनी हुई गुणक (multiplier) रूप राशियों पर निर्भर रहते हैं ।

यह सरलतापूर्वक देखा जा सकता है कि, जब कुछ संख्याओं को मन से चुने हुए गुणक (multipliers) मान लेते हैं, तब पूर्णोंक उत्तर प्राप्त होते हैं ।

अन्य दशाओं में, अवाञ्छित भिन्नीय उत्तर प्राप्त होते हैं । इस विधि के मूलभूत सिद्धान्त के स्पष्टीकरण के लिये अध्याय के अन्त में दिये गये नोट (टिप्पण) को देखिये ।

अ्यस्ता र्धपण्यप्रमाणानयनसूत्रम्^१—

पण्यैक्येन पण्यैक्यमन्तरमतं पण्येष्टपण्याम्तरै-

त्रिह्यन्धास्सक्रमणे कृते तदुभयोरर्धौ मभेता पुन ।

पण्ये ते स्तुष्टु पण्ययोगविधरे व्यस्तं तयोरर्धयो-

प्रदानानां त्रिदुषां प्रसादनमिदं सूत्रं त्रिनेत्रोदितम् ॥ १५४ ॥

अत्रोद्देशकं

आद्यमूर्त्त्यं यथैकस्य अम्बुनस्यागरोस्तथा । पद्मनि विंशतिविंशं चतुरस्रार्धं पणा ॥ १५५ ॥

कारेन व्यत्ययार्धं स्यात्सपोद्धारार्धं पणा । तयोरर्धफले ब्रूहि त्वं पञ्चदशपण्यं ॥ १५६ ॥

१ उपक्रम्य इतद्विषयो मे प्राप्य नही ।

जिब के मूर्त्तों को परस्पर बदक दिना गया है ऐसी दो दूध वस्तुओं के परिमाण को प्राप्त करने के किये नियम—

दो दूध वस्तुओं की बेचने की कीमतों और खरीदने की कीमतों के योग के संव्यात्मक मान को ही गई वस्तुओं के योग के संव्यात्मक मान द्वारा भाजित किया जाता है । तब इन उपर्युक्त बेचने और खरीदने की कीमतों के अंतर को (ही गई वस्तुओं के बिये गये) योग में से किसी मन से चुनी हुई वस्तु शक्ति को घटाये पर प्राप्त हुए अंतर के संव्यात्मक मान द्वारा भाजित किया जाता है । यदि इनके साथ (अर्थात् ऊपर की प्रथम क्रिया में प्राप्त भजकफल और दूसरी क्रिया में प्राप्त कई भजकफलों में से किसी एक के साथ) संक्रमण किया की जाय तो वे हरे प्राप्त होती हैं जिब पर कि ये वस्तुई खरीदी जाती हैं । यदि वस्तुओं के योग और उनके अन्तर के सम्बन्ध में बही संक्रमण किया की जाये तो वह वस्तुओं के संव्यात्मक मान को उत्पन्न करती है । उपर्युक्त खरीद-वरीं के एकान्तरण से बेचने की हरे उत्पन्न होती हैं । इस प्रकार के प्रश्नों के साधन का प्रतिपादन बिहानों में किया है और एव भगवान् त्रिनेत्र के निमित्त से उक्त को प्राप्त हुआ है ॥ १५४ ॥

उदाहरणार्थ मग

बदक काष्ठ के एक टुकड़े की मूक-कीमत और अगठ काष्ठ के एक टुकड़े की कीमत निकाने के १ व पण में २ पक बजब की वे दोनों प्राप्त होती हैं । जब वे अपनी पारस्परिक बदको हुई कीमतों पर देखी जाती हैं तो ११९ पण प्राप्त होते हैं । विद्यमानुसार ६ और ८ अकग-अकग मन से चुनी हुई संख्याएँ लेकर वस्तुओं की खरीद एवं बेचने की दर तथा इनका संव्यात्मक मान निकालो ०१५५ १५९ ॥

(१५५) इस नियम में बर्तित विधि का बीबीय निरूपण माया १५५-१५६ के प्रश्न क सम्बन्ध म इस प्रकार दिया जा सकता है—

$$\text{मानकी अय} + \text{वर} = १ \quad \text{४} \quad (१)$$

$$\text{अर} + \text{वय} = ११९ \quad \text{..} \quad (२)$$

$$\text{अ} + \text{व} = ९ \quad \text{..} \quad (३)$$

$$(१) \text{ और } (२) \text{ का भाग करने पर, } (\text{अ} + \text{व}) (\text{व} + \text{र}) = १२ \quad (४)$$

$$\text{व} + \text{र} = ११ \quad (५)$$

जुना (१) को (२) में से घटान कर (अ-व) (र-व) = १२ प्राप्त होता है । अब एव को मनसे ६ व दुस्व मान कित है । इस प्रकार अ+व-९ व अपना अ-व=२ -६=४ (६)

सूर्यरथाश्वेष्टयोगयोजनानयनसूत्रम्—

अखिलाप्ताखिलयाजनसंख्यापर्याययोजनानि स्युः ।

तानोष्ट्रयोगसंख्यानिघ्नान्येकैकगमनमानानि ॥ १५७ ॥

अत्रोद्देशकः

रविरथतुरगा सप्त हि चत्वारोऽश्वा वहन्ति धूर्युक्ताः ।

योजनसप्ततिगतय. के व्यूढा. के चतुर्योगाः ॥ १५८ ॥

सर्वधनेष्टहीनशेषपिण्डात् स्वस्वहस्तगतधनानयनसूत्रम्—

रूपोननरैर्विभजेत् पिण्डीकृतभाण्डसारमुपलब्धम् ।

सर्वधनं स्यात्तस्मादुक्तविहीनं तु हस्तगतम् ॥ १५९ ॥

अत्रोद्देशकः

वणिजस्ते चत्वारः पृथक् पृथक् शौत्तिकेन परिपृष्टा ।

किं भाण्डसारमिति खलु तत्राहैको वणिकश्रेष्ठः ॥ १६० ॥

आत्मधन विनिगृह्य द्वाविंशतिरिति ततः परोऽवोचत् ।

त्रिभिरुत्तरा तु विंशतिरथ चतुरधिकैव विंशतिस्तुर्य ॥ १६१ ॥

सूर्य रथ के अश्वों के दृष्ट योग द्वारा योजनों में तय की गई दूरी निकालने के लिए नियम—

कुल योजनों का निरूपण करने वाली संख्या कुल अश्वों की संख्या द्वारा विभाजित होकर प्रत्येक अश्व द्वारा प्रक्रम में तय की जानेवाली दूरी (योजनों में) होती है। यह योजन संख्या जब प्रयुक्त अश्वों की संख्या द्वारा गुणित की जाती है तो प्रत्येक अश्व द्वारा तय की जानेवाली दूरी का मान प्राप्त होता है ॥ १५७ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

यह प्रसिद्ध है कि सूर्य रथ के अश्वों की संख्या ७ है। रथ में केवल ४ अश्व प्रयुक्त कर उन्हें ७० योजन की यात्रा पूरी करना पड़ती है। बतलाओ कि उन्हें ४, ४ के समूह में कितने बार खोलना पड़ता है और कितने बार जोतना पड़ता है ? ॥१५८॥

समस्त वस्तुओं के कुल मान में से जो भी दृष्ट है उसे घटाने के पश्चात् बचे हुए मिश्रित शेष में से सयुक्त साझेदारी के स्वामियों में से प्रत्येक की हस्तगत वस्तु के मान को निकालने के लिए नियम—

वस्तुओं के सयुक्त (CONJOINT) शेषों के मानों के योग को एक कम मनुष्यों की संख्या द्वारा भाजित करो, भजनफल समस्त वस्तुओं का कुल मान होगा। इस कुल मान को विशिष्ट मानों द्वारा हासित करने पर सवादी दशाओं में प्रत्येक स्वामी की हस्तगत वस्तु का मान प्राप्त होता है ॥१५९॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

चार व्यापारियों ने मिलकर अपने धन को व्यापार में लगाया। उन लोगों में से प्रत्येक से अलग-अलग, महसूल पदाधिकारी ने व्यापार में लगाई गई वस्तु के मान के विषय में पूछा। उनमें से एक श्रेष्ठ वणिक ने, अपनी लगाई हुई रकम को घटाकर २२ बतलाया। तब, दूसरे ने २३, अन्य ने २४

$$\therefore २ - य = \frac{१२}{१४} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (७)$$

यहाँ (७) और (५) तथा (६) और (३) के सम्बन्ध में संक्रमण किया करते हैं, जिससे य, र, अ और व के मान प्राप्त हो जाते हैं।

सप्तोत्तरविंशतिरिति समानसारा निगृह्य सर्वेऽपि ।

रुचुं किं ब्रूहि सखे पृथक् पृथग्माण्डसारं मे ॥ १६२ ॥

अथोऽन्यमिष्टरत्नसंख्यां वृत्त्वा समघनानयनसूत्रम्—

पुरुपसमासेन गुणै वातर्क्यै तद्विशोद्धय पण्येभ्यः ।

क्षेपपरस्परगुणितं स्वं स्वं हित्वा मणेमैस्यम् ॥ १६३ ॥

अत्रोद्देशकः

प्रथमस्य शकृन्नाला पट् सप्त च मरकटा द्वितीयस्य । वज्राण्यपरस्याष्टाधेकैर्कार्भं प्रशय समा ॥ १६४ ॥

प्रथमस्य शकृन्नीलाः पौडङ्ग वृक्ष मरकटा द्वितीयस्य ।

यज्जास्तृतीयपुरुपस्याष्टौ द्वौ सत्र वृक्षैव ॥ १६५ ॥

तेभ्यकैकोऽन्याभ्यां समघनतां यान्ति ते त्रयः पुरुषाः ।

तच्छकृन्नीलमरकतवज्राणां किंचिदा अधौ ॥ १६६ ॥

और चौथे मे २० बतकाया । इस प्रकार कथन करने में प्रत्येक मे अपनी-अपनी बगाई हुई रत्नों को वस्तु के कुछ मान में स भय किया था । हे मित्र ! बतकाओ कि प्रत्येक का उस पण्यपत्र में कितना कितना भाण्डसार (हिस्सा) था ? ॥ १६०-१६२ ॥

द्विती भी हुए संख्या के रत्नों का पारस्परिक विनिमय करने के पक्षार् समान रत्नमयी रत्नों को निकालने के लिए नियम—

द्विजे जान बाछे रत्नों को संख्या को बहसे में भाग छेजेबाके मनुष्यों की कुछ संख्या द्वारा गुणित करा यह गुणमण्डक अलग-अलग (प्रत्येक के द्वारा इस्तमत्) वैचे जानेबाछे रत्नों की संख्या में से बढाया जाता है । इस तरह प्राप्त शेषों का संघट गुणन प्रत्येक बसा में रत्न का मुख्य उत्पन्न करता है जब कि उससे सम्बन्धित शेष इस प्रकार के गुणमण्डक को प्राप्त करने में आग दिया जाता है ॥ १६३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रथम मनुष्य के पास (समाप्त मुख्य बाछे) शकृ नील रत्न से बूझरे मनुष्य के पास (उड़ी प्रकार के) ० मरकत (सीमा emeralds) से और अन्य (तीसरे मनुष्य) के पास ८ (उसी प्रकार के) हीरे से । उनमें से प्रत्येक मे शेष अन्य में से प्रत्येक को अपने पास क एक रत्न के मुख्य को चुकवा जिससे वह दूसरों के समावधन बाका बन गया । प्रत्येक प्रकार के रत्न का मुख्य क्या-क्या है ? ॥ १६४ ॥ प्रथम मनुष्य के पास ११ शकृ नील रत्न बूझरे के पास १ मरकत है और तीसरे मनुष्य के पास ८ हीरे हैं । उनमें से प्रत्येक दूसरों में से प्रत्येक को खुद के ही रत्नों को दे दता है, जिससे तीनों मनुष्य समान धनबाध बन जाते हैं । बतकाओ कि इन शकृ नील रत्न मरकत तथा हीरों के अलग-अलग दाम क्या-क्या है ? ॥ १६५ १६६ ॥

(१६३) मान का 'म' 'न' 'प', क्रमशः तीन प्रकार के रत्नों की संख्याएँ हैं जिनक तीन भिन्न मनुष्य स्वामी हैं । मानका परस्पर विनिमित रत्नों की संख्या 'अ' है, और 'क' 'ल', ग किछी एक रत्न की क्रमशः तीन प्रकारों में भीमते हैं । तब तरहता पूरक प्राप्त किया जा सकता है कि

$$क = (न - ३ अ) (प - ३ अ);$$

$$ल = (म - ३ अ) (प - ३ अ);$$

$$ग = (म - ३ अ) (न - ३ अ)$$

क्रयविक्रयलाभैः मूलानयनसूत्रम्—

अन्योऽन्यमूलगुणिते विक्रयभक्ते क्रयं यदुपलब्धं । तेनैकोनेन हृतो लाभः पूर्वोद्धृत मूल्यम् ॥१६७॥
अत्रोद्देशकः

त्रिभिः क्रीणाति सप्तैव विक्रीणाति च पञ्चभिः ।

नव प्रस्थान् वणिकः किं स्याल्लाम्बो द्वासप्ततिर्धनम् ॥ १६८ ॥

इति मिश्रकव्यवहारे सकलकुट्टीकार समाप्त ।

सुवर्णकुट्टीकारः

इत पर सुवर्णगणितरूपकुट्टीकारं व्याख्यास्याम । समस्तेष्टवर्णैरेकीकरणेन संकरवर्णानयनसूत्रम्—

कनकक्षयसंवर्गो मिश्रस्वर्णाद्दत्त क्षयो ज्ञेय । परवर्णप्रविभक्तं सुवर्णगुणित फल हेम्न ॥ १६९ ॥

खरीद की दर, बेचने की दर और प्राप्त लाभ द्वारा, लगाई गई रकम का मान प्राप्त करने के लिये नियम—

वस्तु की खरीदने और बेचने की दरों में से प्रत्येक को, एक के बाद एक, मूल्य दरों द्वारा गुणित किया जाता है । खरीद की दर की सहायता से प्राप्त गुणनफल को बेचने की दर से प्राप्त गुणनफल द्वारा भाजित किया जाता है । लाभ को एक कम परिणामी भजनफल द्वारा विभाजित करने पर लगाई गई मूल रकम उत्पन्न होती है ॥१६७॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी व्यापारी ने ३ पण में ७ प्रस्थ अनाज खरीदा और ५ पण में ९ प्रस्थ की दर से बेचा । इस तरह उसे ७२ पण का लाभ हुआ । इस व्यापार में लगाई गई रकम कौन सी है ? ॥१६८॥

इस प्रकार, मिश्रक व्यवहार में सकल कुट्टीकार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

सुवर्ण कुट्टीकार

इसके पश्चात् हम उस कुट्टीकार की व्याख्या करेंगे जो स्वर्ण गणित सम्बन्धी है । इच्छित विभिन्न वर्णों के सोने के विभिन्न प्रकार के घटकों को मिलाने से प्राप्त हुए सकर (मिश्रित) स्वर्ण के वर्ण को प्राप्त करने के लिए नियम—

यह ज्ञात करना पड़ता है कि विभिन्न स्वर्णमय घटक परिमाणों के (विभिन्न) गुणनफलों के योग को क्रमशः उनके वर्णों से गुणित कर, जब मिश्रित स्वर्ण की कुल राशि द्वारा विभाजित किया जाता है तब परिणामी वर्ण उत्पन्न होता है । किसी सघटक भाग के मूल वर्ण को जब बाद के कुल मिले हुए परिणामी वर्ण द्वारा विभाजित कर, और उस सघटक भाग में दत्त स्वर्ण परिमाण द्वारा गुणित करते हैं तब मिश्रित स्वर्ण की ऐसी सवादी राशि उत्पन्न होती है, जो मान में उसी सघटक भाग के बराबर होती है । ॥१६९॥

(१६७) यदि खरीद की दर व में अ वस्तुएँ हो, और बेचने की दर द में स वस्तुएँ हो, तथा व्यापार में लाभ म हो, तो लगाई गई रकम

$$= म - \left(\frac{अद}{वस} - १ \right) \text{ होती है ।}$$

अत्रोद्देशकः

एकक्षयमेकं च द्विक्षयमेकं त्रिवर्णमेकं च । षण्णपदुष्के च द्वे पञ्चक्षयिकाश्च चत्वारः ॥ १७० ॥
सप्त चतुर्दशयर्णास्त्रिगुणितपञ्चक्षयाश्चाष्टौ । पतानकीकृत्य खलने क्षिप्तवैध मिश्रबण किम् ।
एतन्मिश्रसुवणं पूर्वैर्भेदं च किं क्रमेकस्य ॥ १७१ ॥

इष्टवर्णानामिष्टस्ववर्णानयनसूत्रम्—

स्यैस्वैर्वैधैर्हर्तैर्मिश्रं स्वर्णमिश्रेण माजितम् । छर्द्य वर्णं विज्ञानीयात्क्षिप्तान् पूयक् पूयक् ॥ १७२ ॥

अत्रोद्देशकः

क्षिप्तपिपणास्तु षोडश वर्णा दशवर्णपरिमाणौ ।

परिचरिता वद् स्य कति हि पुण्णा भयन्त्यधुना ॥ १७३ ॥

अष्टोत्तरदशकनकं वर्णाष्टादशत्रयेन संयुक्तम् ।

एकादशवर्णं चतुरशरदशवर्णकैः कृतं च किं हेम ॥ १७४ ॥

अज्ञातवर्णानयनसूत्रम्—

कनकक्षयसप्तमि मिश्रं स्वर्णमिश्रितं शोडशम् । स्वर्णेन हृतं वर्णं वर्णविशेषेण कनकं स्यात् ॥ १७५ ॥

उदाहरणार्थं मन्त्र

एवर्ष का एक भाग १ वर्ण का है, एक भाग २ वर्णों का है एक भाग ३ वर्णों का है १ भाग ४ वर्णों के हैं, ४ भाग ५ वर्णों के हैं, ७ भाग १४ वर्णों के है, और ८ भाग १५ वर्णों के हैं । इन्हें अग्नि में डालकर एक पिण्ड बना दिया जाता है । बतकाओ कि इस प्रकार मिश्रित स्वर्ण किस वर्ण का है ? यह मिश्रित स्वर्ण उन भागों के स्वर्णों में वितरित कर दिया जाता है । प्रत्येक को क्या निकला है ? ४१० - १०१५ ॥

जो मात्र में दिया गये वर्णों बाको हत्त स्वर्ण की मात्राओं के तुल्य है ऐसे किसी वाञ्छित वण वांछे स्वर्ण का (इच्छित) वजन निकालने के लिये निबन्ध—

स्वर्ण की ही गई मात्राओं को अलग-अलग उनके ही वर्ण द्वारा समवार गुणित किया जाता है और गुणनकों को जोड़ दिया जाता है । परिणामी योग को मिश्रित स्वर्ण के कुछ वजन द्वारा माजित किया जाता है । अज्ञातक को परिणामी भासत वर्ण समझ लिया जाता है । यह उपर्युक्त गुणनकों का योग इस स्वर्ण के समान (इच्छित) वजन को घामे के लिये अलग-अलग वाञ्छित वर्णों द्वारा माजित किया जाता है ४१०२५ ॥

उदाहरणार्थं मन्त्र

१६ वर्णों के २ एक वजनवाले स्वर्ण को १ वर्ण वाले स्वर्ण से बढ़का गया है; बतकाओ कि अब यह वजन में कितने वण हो जायेगा ? ४१०३३ ११२ वर्णों काका १ ८ वजन का स्वर्ण १४ वर्णों का स्वर्ण से बढ़का जाने पर कितने वजन का हो जायेगा ? ४१०४३ ०

अज्ञात वर्णों को निकालने के लिये निबन्ध—

स्वर्ण की कुछ मात्रा को मिश्रण के परिणामी वर्ण से गुणित करो । प्राप्त गुणनक में से उस योग को बटाओ जो स्वर्ण की विभिन्न बटक मात्राओं को उनके निज के वर्णों द्वारा गुणित करने से प्राप्त गुणनकों को जोड़ने पर प्राप्त होता है । जब शेष को अज्ञात वर्ण वाले स्वर्ण की मात्रा बढ़का मात्रा से विभाजित किया जाता है तब हट वर्ण उत्पन्न होगा है; और अब यह शेष परिणामी वर्ण बना (स्वर्ण की अज्ञात बटक मात्रा के) मात्र वर्ण के अंतर द्वारा माजित किया जाता है तब उन स्वर्ण का हट वजन उत्पन्न होगा है ४१ ५२ ॥

अज्ञातवर्णस्य पुनरपि सूत्रम्—

स्वस्वर्णवर्णविनिहतयोगं स्वर्णैक्यदृढदृताच्छोध्यम् । अज्ञातवर्णहेत्रा भक्त वर्णं बुधाः प्राहुः ॥१७६३॥

अत्रोद्देशकः

‘षड्जलधिवह्निकनकैस्त्रयोदशाष्टवर्णकैः क्रमशः’ । अज्ञातवर्णहेत्रः पञ्च विमिश्रक्षयं च सेकदश ।

अज्ञातवर्णसंख्यां ब्रूहि सखे गणिततत्त्वज्ञ ॥ १७८ ॥

चतुर्दशैव वर्णानि सप्त स्वर्णानि तत्क्षये’ । चतुस्स्वर्णे दशोत्पन्नमज्ञातक्षयकं वद ॥ १७९ ॥

अज्ञातस्वर्णानयनसूत्रम् -

स्वस्वर्णवर्णविनिहतयोग स्वर्णैक्यगुणितदृढवर्णात् ।

त्यक्त्वाज्ञातस्वर्णक्षयदृढवर्णान्तराहतं कनकम् ॥ १८० ॥

अत्रोद्देशकः

द्वित्रिचतु क्षयमानास्त्रिंशति कनकास्त्रयोदशक्षयिक ।

वर्णयुतिर्दश जाता ब्रूहि सखे कनकपरिमाणम् ॥ १८१ ॥

१. यहाँ रत्न के स्थान में वह्नि, और दृढवर्णकैः के स्थान में दृढवर्णकैः आदेशित किया गया है, ताकि पाठ व्याकरण की दृष्टि से और उचम हो जावे ।

२. हस्तलिपि में पाठ तत्क्षय है, जो स्पष्टरूप से अशुद्ध है ।

अज्ञात वर्ण के सम्बन्ध में एक और नियम—

स्वर्ण की विभिन्न सघटक मात्राओं को उनके क्रमवार वर्णों से (respectively) गुणित करते हैं । प्राप्त गुणनफलों के योग को परिणामी वर्ण तथा स्वर्ण की कुलमात्रा के गुणनफल में से घटाते हैं । बुद्धिमान व्यक्ति कहते हैं कि यह शेष जब अज्ञात वर्णवाले स्वर्ण के वजन द्वारा भाजित किया जाता है तब दृष्ट वर्ण उत्पन्न होता है ॥१७६३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

क्रमशः १३, ८ और ६ वर्ण वाले ६, ४ और ३ वजन वाले स्वर्ण के साथ अज्ञात वर्ण वाला ५ वजन का स्वर्ण मिलाया जाता है । मिश्रित स्वर्ण का परिणामी वर्ण ११ है । हे गणना के भेदों को जानने वाले मित्र ! मुझे इस अज्ञात वर्ण का सख्यात्मक मान बतलाओ ॥१७७३-१७८॥ दिये गये नमूने का ७ वजन वाला स्वर्ण १४ वर्ण वाला है । ४ वजन वाला अन्य स्वर्ण का नमूना (प्रादर्श) उसमें मिला दिया जाता है । परिणामी वर्ण १० है । दूसरे नमूने के स्वर्ण का अज्ञात वर्ण क्या है ? ॥१७९॥

स्वर्ण का अज्ञात वजन निकालने के लिये नियम—

स्वर्ण की विभिन्न सघटक मात्राओं को निज के वर्णों द्वारा गुणित करते हैं । प्राप्त गुणनफलों के योग को, स्वर्ण के ज्ञात भारों को अभिनव दृढ़ (durable) परिणामी वर्ण द्वारा गुणित करने से प्राप्त गुणनफलों के योग में से घटाते हैं । शेष को स्वर्ण की अज्ञात मात्रा के ज्ञात वर्ण तथा मिश्रित स्वर्ण के दृढ़ (durable) परिणामी वर्ण के अन्तर द्वारा भाजित करने पर स्वर्ण का वजन प्राप्त होता है ॥१८०॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

स्वर्ण के तीन टुकड़े जिनमें से प्रत्येक वजन में ३ है, क्रमशः २, ३ और ४ वर्ण वाले हैं । ये १३ वर्ण वाले अज्ञात वजन के स्वर्ण में गलाये जाते हैं । परिणामी वर्ण १० होता है । हे मित्र ! मुझे बतलाओ कि अज्ञात भारवाले स्वर्ण का माप क्या है ? ॥१८१॥

सुग्मवर्णमिभ्रसुवर्णानयनसूत्रम्—

व्येष्टास्पञ्जयस्रोभितपक्षविशेषात्स्वरूपकैः प्राग्भ्यम् ।

प्रक्षेपमतं कुर्याद्वैवं बहुशोऽपि वा साध्यम् ॥१८२॥

पुनरपि सुग्मवर्णमिभ्रस्वर्णानयनसूत्रम्—

इष्टाधिकान्तरं चैव द्विनेष्टाभ्रमेव च । उभे ते स्वापयेद्यस्तं स्वर्णं प्रक्षेपतं पठ्यम् ॥ १८३ ॥

अत्रोद्देशकः

वृक्षवर्णसुवर्णं यत् षोडशवर्णं न संयुतं पठ्यम् ।

द्व्यष्टकं चैकनकसप्तं द्विनेष्टकनके पृथक् पृथक्ग्रहि ॥ १८४ ॥

बहुसुवर्णानयनसूत्रम्—

व्येकपवानां क्रमच्छा स्वर्णोनीष्टानि कल्पयेच्छेषम् ।

अव्येककनकविधिना प्रसाधयेत् प्राक्तनायेव ॥ १८५ ॥

दिये गये बर्णों वाले स्वर्ण के दो दिये गये नमूनों के मिश्रण के ज्ञात बजन और ज्ञात बर्ण द्वारा दो दिये गये बर्णों के संवादी स्वर्ण के भारों को निकालने के क्रिये निबन्ध—

मिश्रण के परिणामी बर्ण और (अज्ञात संघटक मात्राओं वाले स्वर्ण के) ज्ञात अक्षर और निम्नतर बर्णों के अन्तरों को प्राप्त करो । १ को इन अन्तरों द्वारा क्रमवार भागित करो । तब पहिले की भाँति प्रक्षेप क्रिया (अथवा इन विभिन्न भजनकर्मों की सहायता से समानुपातिक वितरण) करो । इस प्रकार स्वर्ण की अनेक संघटक मात्राओं की बर्णों को भी प्राप्त किया जा सकता है ॥१८२॥

पुनः, दिये गये बर्ण वाले स्वर्ण के दो दिये गये नमूनों के मिश्रण के ज्ञात बजन और ज्ञात बर्ण द्वारा दो दिये गये बर्णों के संवादी स्वर्ण के भारों को निकालने के क्रिये निबन्ध—

परिणामी बर्ण तथा (स्वर्ण की दो संघटक मात्राओं वाले दो दिये गये बर्णों के) अक्षर बर्ण के अन्तर को और साथ ही परिणामी बर्ण तथा (दो दिये गये बर्णों के) निम्नतर बर्ण के अन्तर को विक्षोभ क्रम में चिह्नो । इन विक्षोभ क्रम में रखे हुए अन्तरों की सहायता से समानुपातिक वितरण की क्रिया करने पर प्राप्त किया गया परिणाम (संघटक मात्राओं वाले) स्वर्ण (के इस भारों) को उत्पन्न करता है । ॥१८३॥

उद्देश्यार्थं प्रथम

यदि १ बर्ण बाका स्वर्ण, ११ बर्णों वाले स्वर्ण से निकाला जाने पर १२ बर्ण बाका १ बजन का स्वर्ण उत्पन्न करता है तो स्वर्ण के दो प्रकारों के बजन के भारों को अलग-अलग प्राप्त करो ॥१८४॥

ज्ञात बर्ण और ज्ञात बजनवाले मिश्रण में ज्ञात बर्ण के बहुत से संघटक मात्राओं वाले स्वर्ण के भारों को निकालने के क्रिये निबन्ध—

एक को छोड़कर सभी ज्ञात संघटक बर्णों के सम्बन्ध में सब से जुने हुए भारों को के किया जाया है । तब जो शेष रहता है उसे पहिले वही ही गई दशाओं के सम्बन्ध में अज्ञात भार वाले स्वर्ण के निश्चित करने के निबन्ध द्वारा हक करना पड़ता है । ॥१८५॥

[१८५] बर्णों दिया गया निबन्ध ऊपर दी गई याथा १८ में उपलब्ध है ।

अत्रोद्देशकः

वर्णाः शरर्तुनगवसुमृडविश्वे नत्र च पक्वर्णं हि ।

कनकानां पट्टिश्चेत् पृथक् पृथक् कनकमा किं स्यात् ॥ १८६ ॥

द्वयनष्टवर्णानयनसूत्रम्—

स्वर्णाभ्यां हृतरूपे सुवर्णवर्णाहते द्विष्टे ।

स्वस्वर्णहृतैकेन च हीनयुते व्यस्ततो हि वर्णफलम् ॥ १८७ ॥

अत्रोद्देशकः

षोडशदशकनकाभ्यां वर्णं न ज्ञायते^१ पक्वम् ।

वर्णं चैकादश चेद्वर्णौ तत्कनकयोर्भवेतां कौ ॥ १८८ ॥

१. B में यहाँ यते जुडा है ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

सषट्क राशियो वाले स्वर्ण के दिये गये वर्ण क्रमश ५, ६, ७, ८, ११ और १३ हैं, और परिणामी वर्ण ९ है । यदि स्वर्ण की समस्त संघटक मात्राओ का कुल भार ६० हो तो स्वर्ण की विभिन्न सषट्क मात्राओ के वजन से विभिन्न माप कौन-कौन होंगे ? ॥१८६॥

जब मिश्रण का परिणामी वर्ण ज्ञात हो, तब स्वर्ण की दो ज्ञात मात्राओ के नष्ट अर्थात् अज्ञात वर्णों को निकालने के लिये नियम—

१ को स्वर्ण के दिये गये दो वजनो द्वारा अलग-अलग भाजित करो । इस प्रकार प्राप्त भजनफलों में से प्रत्येक को अलग-अलग स्वर्ण की संगत मात्रा के भार द्वारा तथा परिणामी वर्ण द्वारा भी गुणित करो । इस प्रकार प्राप्त दोनो गुणनफलों को दो भिन्न स्थानो में लिखो । इन दो कुलकों (sets) में से प्रत्येक के इन फलों में से प्रत्येक को यदि उन राशियों द्वारा हासित किया जाय अथवा जोड़ा जाय, जो १ को संगत प्रकार के स्वर्ण के ज्ञात भार द्वारा भाजित करने पर प्राप्त होती हैं, तो इष्ट वर्णों की प्राप्ति होती है ॥१८७॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

यदि सषट्क वर्ण ज्ञात न हो, और क्रमश १६ और १० भार वाले दो भिन्न प्रकार के स्वर्णों का परिणामी वर्ण ११ हो, तो इन दो प्रकार के स्वर्ण के वर्ण कौन कौन हैं, बतलाओ ॥१८८॥

(१८७) गाथा १८८ के प्रश्न को निम्न रीति से साधित करने पर यह सूत्र स्पष्ट हो जावेगा—

$\frac{१६}{११} \times १६ \times ११$ और $\frac{१०}{११} \times १० \times ११$ दो स्थानों में लिख दिया जाता है ।

इस प्रकार, $\frac{१६}{११}$ $\frac{१०}{११}$ लिखने पर,

$\frac{१६}{११}$ $\frac{१०}{११}$

$\frac{१६}{११}$ और $\frac{१०}{११}$ को दो कुलकों में प्रत्येक के इन फलों में से प्रत्येक को क्रमानुसार १ को वर्ण द्वारा भाजित करने से प्राप्त राशियों द्वारा जोड़ा और घटाया जाता है—

$\left. \begin{matrix} ११ + \frac{१६}{११} \\ ११ - \frac{१०}{११} \end{matrix} \right\}$ और $\left\{ \begin{matrix} ११ - \frac{१६}{११} \\ ११ + \frac{१०}{११} \end{matrix} \right.$ इस प्रकार उत्तरो के दो कुलक (sets) प्राप्त होते हैं ।

पुनरपि द्वयनष्टवर्णानयनसूत्रम्—

एकस्य क्षयमिष्टं प्रकल्प्य शेषं प्रसाधयेत् प्राग्बत् ।

बहुकनकानामिष्टं त्रयेकपदानां ततः प्राग्बत् ॥ १८९ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वादशभ्रतुर्वर्णानां स्वर्णानां समरसीकृते आतम् ।

वर्णानां द्वादशं स्यात् तद्वर्णो महि संविन्द्य ॥ १९० ॥

अपरार्धस्योदाहरणम्

सप्तनवशिक्षिवृत्तानां कनकानां संयुक्ते पदं । द्वादशवर्णं ज्ञातं किं महि पृथक् पृथग्यमेम् ॥ १९१ ॥

परोक्षजशलाकनयनसूत्रम्—

परमक्षयात्तवर्णां सर्वशलाकाः पूषक् पूषग्योभ्या ।

स्वर्णपङ्कं सच्छोभ्यं शलाकपिण्डान् प्रपूरयिका ॥ १९२ ॥

अत्रोद्देशकः

वैश्याः स्वर्णशलाकाश्चिदीर्यव स्वर्णवर्णोद्गा ।

वक्रः स्वर्णशलाका द्वादशवर्णं तदाद्यस्य ॥ १९३ ॥

युवा, जब मिश्रण का परिणामी वर्ण ज्ञात हो, तब हो ज्ञात मात्राओं वाले स्वर्णों के अज्ञात वर्णों को निष्कलने के किये विषय—

दो ही गई मात्राओं के स्वर्ण में स एक के सम्बन्ध में वर्ण मन से जुग को । जो निष्कलना शेष हो उसे पहिले की मति प्राप्त किया जा सकता है । एक को छोड़ कर समस्त प्रकार के स्वर्ण की ज्ञात मात्राओं के सम्बन्ध में वर्ण मन से जुग किये जाते हैं, और तब पहिले की तरह अपनाई गई रीति से अग्रसर होते हैं ॥ १८९ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

क्रमः १२ और १४ दत्तव जाके दो प्रकार के स्वर्ण को एक साथ लकाया गया, जितसे परिणामी वर्ण १ बना । उन दो प्रकार के स्वर्ण के वर्णों को खोजकर बतलाओ ॥ १९ ॥

निम्न के उत्तरार्द्ध को निर्दिष्ट करने के लिये उदाहरणार्थ प्रश्न

क्रमः ७ ९ ३ और १ आरवाके चार प्रकार के स्वर्ण को लकाकर १२ वर्ण बना स्वर्ण बनाया गया । प्रत्येक प्रकार के संयुक्त स्वर्ण के वर्णों को अलग-अलग बतलाओ ॥ १९१ ॥

स्वर्ण की परीक्षण सलाका की जहाँ का अनुमान लगाने के किये विषय—

प्रत्येक सलाका के वर्ण को, अलग-अलग, दिये गये महत्तम वर्ण द्वारा विभाजित करना पड़ता है । इस प्रकार प्राप्त (सव्य) शक्यताओं को जोड़ा जाता है । परिणामी योग छुट स्वर्ण की हृद् मात्रा का माप होता है । सभी सलाकाओं के भारों का योग करने पर, प्राप्त योगफल में से पहिले परिणामी योग को घटाते हैं । जो शेष बचता है वह प्रपूर्जिका (अर्थात् निष्कलने की मिश्रित धातु) की मात्रा होती है ॥ १९२ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

स्वर्ण के वर्ण को पहिलेवाक्ये जाके ३ व्यापारी स्वर्ण की परीक्षण सलाकाओं को बढाते के हप्पुक दो । इन्होंने ऐसी स्वर्ण-सलाकाएँ बनाईं । पहिले व्यापारी का स्वर्ण १२ वर्ण बना दूसरे का

चतुरश्रदशवर्णं षोडशवर्णं तृतीयस्य । कनकं चास्ति प्रथमस्यैकोनं च द्वितीयस्य ॥ १९४ ॥
अर्धार्धन्यूनमथ तृतीयपुरुषस्य पादोनम् । परवर्णादारभ्य प्रथमस्यैकान्त्यमेव च व्यन्त्यम् ॥ १९५ ॥
व्यन्त्यं तृतीयवणिजः सर्वशलाकास्तु माषमिताः ।

शुद्धं कनकं किं स्यात् प्रपूर्णी का पृथक् पृथक् त्वं मे ।

आचक्ष्व गणक शीघ्रं सुवर्णगणितं हि यदि वेत्सि ॥ १९६ ॥

विनिमयवर्णसुवर्णानयनसूत्रम्—

क्रयगुणसुवर्णविनिमयवर्णेष्ट्रान्तरं पुनः स्थाप्यम् ।

व्यस्तं भवति हि विनिमयवर्णान्तरहृत्फलं कनकम् ॥ १९७ ॥

अत्रोद्देशकः

षोडशवर्णं कनकं सप्तशतं विनिमयं कृतं लभते ।

द्वादशदशवर्णाभ्यां साष्टसहस्रं तु कनकं किम् ॥ १९८ ॥

१४ वर्ण वाला और तीसरे का १६ वर्ण वाला था । पहिले व्यापारी की परीक्षण शलाकाओं के विभिन्न नमूने, नियमित क्रम से, वर्ण में १ कम होते जाते थे । दूसरे के ३ और ३ कम और तीसरे के नियमित क्रम में ३ कम होते जाते थे । पहिले व्यापारी ने परीक्षण स्वर्ण के नमूने को महत्तम वर्णवाले से आरम्भकर १ वर्ण वाले तक बनाये, उसी तरह से दूसरे व्यापारी ने २ वर्ण वाली तक की शलाकाएँ बनाई और तीसरे ने भी महत्तम वर्ण वाली से आरम्भ कर ३ वर्ण वाली तक की परीक्षण शलाकाएँ बनाई । प्रत्येक परीक्षण शलाका भार में १ माशा थी । हे गणितज्ञ ! यदि तुम वास्तव में स्वर्ण गणना को जानते हो, तो शीघ्र बतलाओ कि यहाँ शुद्ध स्वर्ण का माप क्या है, तथा प्रपूर्णीका (निम्न श्रेणी की मिली हुई धातु) की मात्रा क्या है ? ॥ १९३-१९६ ॥

दो दिये गये वर्ण वाले और बदले में प्राप्त स्वर्ण के भिन्न भारों को निकालने के लिये नियम—

पहिले बदले जाने वाले दिये गये स्वर्ण के भार को दिये गये वर्ण द्वारा गुणित करते हैं, और बदले में प्राप्त स्वर्ण का भार तथा बदले हुए स्वर्ण के दो नमूनों में से पहिले के वर्ण द्वारा गुणित करते हैं । प्राप्त गुणनफलों के अंतर को एक ओर लिख लिया जाता है । उपर्युक्त प्रथम गुणनफल को बदले में प्राप्त स्वर्ण का भार तथा बदले हुए स्वर्ण के दो नमूनों में से दूसरे के वर्ण द्वारा गुणित करने से प्राप्त गुणनफल द्वारा हासित करने से प्राप्त अंतर को दूसरी ओर लिख लिया जाता है । यदि तब, वे स्थिति में बदल दिये जायँ, और बदले हुए स्वर्ण के दो प्रकारों के दो विशिष्ट वर्णों के अंतर के द्वारा भाजित किये जायँ, तो (बदले में प्राप्त दो प्रकार के) स्वर्ण की दो इष्ट मात्रायें होती हैं ॥ १९७ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

१६ वर्ण वाला ७०० भार का स्वर्ण बदले जाने पर, १२ और १० वर्ण वाले दो प्रकार का कुल १००८ भार वाला स्वर्ण उत्पन्न करता है । अब स्वर्ण के इन दो प्रकारों में से प्रत्येक प्रकार का भार कितना कितना है ? ॥ १९८ ॥

(१९७ ॥) यह नियम गाथा १९८ ॥ के प्रश्न का साधन करने पर स्पष्ट हो जावेगा—

७०० × १६ - १००८ × १० और १००८ × १२ - ७०० × १६ की स्थितियों को बदल कर लिखने से ८९६ और ११२० प्राप्त होते हैं । जब इन्हें १२ - १० अर्थात् २ द्वारा भाजित करते हैं, तो क्रमशः १० और १२ वर्ण वाले स्वर्ण के ४४८ और ५६० भार प्राप्त होते हैं ।

बहुपवविनिमयसुवर्णकरणसूत्रम्—

वर्णप्रकनकमिष्टस्वर्णेनात् दृढद्यो भवति ।

प्राप्त्यसाध्यं लब्धं विनिमयबहुपवसुवर्णानाम् ॥१९९३॥

अत्रोद्देशकम्

वर्णचतुर्वैशकनकं शतत्रयं विनिमयं प्रकुर्यन्त । वर्णैर्द्वावशक्यसुवर्णैश्च शतपञ्चकं स्वर्णम् ।

एतेषां वर्णानां पृथक् पृथक् स्वपमानं किम् ॥२०१॥

विनिमयगुणवर्णकनकप्रमानयनसूत्रम्—

स्वर्णप्रवर्णयुतिद्वतगुणयुतिमूलप्रयप्ररूपोनेन । भातं लब्धं शोष्यं मूल्यनाच्छेषवित्तं स्यात् ॥२०२॥

तल्लब्धमूल्ययोगाद्विनिमयगुणयोगाच्चितं लब्धम् ।

प्रक्षेपकेण गुणितं विनिमयगुणवर्णकनकं स्यात् ॥२०३॥

कई विभिन्न प्रकार के बट्टे के परिणाम स्वरूप प्राप्त स्वर्ण के विभिन्न भातों को निम्नलिखित के सिद्धे विषय—

यदि बट्टे जाने वाले इत स्वर्ण के भार को उसके ही वर्ण द्वारा गुणित कर उसे बट्टे में प्राप्त इत स्वर्ण की मात्रा से भाजित किया जाय तो समान शीतल वर्ण उत्पन्न होता है। इसके पश्चात् पूर्व कथित क्रियाओं को प्रयुक्त करने पर, प्राप्त परिणाम बट्टे में प्राप्त विभिन्न प्रकार के स्वर्ण के इत भातों को उत्पन्न करता है ॥१९९३॥

उदाहरणार्थ प्रथम

एक मजुब्ब १० वर्ण वाले ३ भार के स्वर्ण के बट्टे में ५ भार के विभिन्न वर्ण वाले १२ १ ८ और ० वर्ण वाले स्वर्ण के प्रकारों को प्राप्त करता है। बतलाओ कि इन मिश्र वर्णों में से प्रत्येक का संगत बल्लग-बल्लग स्वर्ण कितने-कितने भार का होगा है ? ॥२ २—२ १॥

बट्टे में प्राप्त स्वर्ण के विभिन्न ऐसे भातों को निम्नलिखित के सिद्धे विषय को ज्ञात वर्ण वाले हैं और विभिन्न गुणकों (multiples) के समानुपात में हैं—

दी गई समानुपाती गुणक (multiple) संख्याओं के योग को (ही गई समानुपाती मात्राओं वाले विभिन्न प्रकार के बट्टे में प्राप्त) स्वर्ण की मात्राओं को, (उसके विभिन्न) वर्णों द्वारा गुणित करने पर, प्राप्त गुणककों के योग द्वारा भाजित करते हैं। परिणामी मजुब्ब को बट्टे जाने वाले स्वर्ण के मूल वर्ण द्वारा गुणित किया जाता है। यदि इस गुणकको १ द्वारा हासित कर इसके द्वारा बट्टे में प्राप्त स्वर्ण के भार में जो बढ़ती हुई है उसे भाजित करें, और प्राप्त मजुब्ब को स्वर्ण के मूल भार में से बढ़ाएँ तो (जो बढ़ा नहीं गया है ऐसे) स्वर्ण का शेष भार प्राप्त होता है। वह शेष भार मूल स्वर्ण के भार तथा बट्टे के कारण भार में हुई हुई के योग में से बढ़ाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त परिणामी शेष को बट्टे से सम्बन्धित समानुपाती गुणक (multiple) संख्याओं के योग द्वारा भाजित किया जाता है और तब इन समानुपाती संख्याओं में से प्रत्येक द्वारा बल्लग-बल्लग गुणित किया जाता है। तब बट्टे में प्राप्त स्वर्ण के विभिन्न वर्ण वाले और विभिन्न अनुपात वाले विभिन्न भातों की प्राप्ति होती है ॥२ २—२ ३॥

(१९९४) यहाँ उल्लिखित क्रिया १८५ वीं मात्रा से मिलती है।

अत्रोद्देशकः

कश्चिद्वर्णिकं फलार्थं षोडशवर्णं शतद्वयं फनकम् ।
 यत्किञ्चिद्विनिमयकृतमेकाद्यं द्विगुणितं यथा क्रमशः ॥२०४॥
 द्वादशवसुनवदशकक्षयकं लाभो द्विरप्रशतम् ।
 शेषं किं स्याद्विनिमयकार्स्तेषां चापि मे कथय ॥२०५॥
 दृश्यसुवर्णविनिमयसुवर्णैर्मूलानयनसूत्रम्—
 विनिमयवर्णेनाप्तं स्वांशं स्वेष्टक्षयघ्नसंमिश्रात् ।
 अंशैक्योनेनाप्तं दृश्यं फलमत्र भवति मूलधनम् ॥२०६॥

अत्रोद्देशकः

वणिज कंचित् षोडशवर्णकसौवर्णगुलकमाहृत्य ।
 त्रिचतुःपञ्चमभागान् क्रमेण तस्यैव विनिमयं कृत्वा ॥२०७॥
 द्वादशदशवर्णैः संयुज्य च पूर्वशेषेण । मूलेन विना दृष्ट स्वर्णसहस्रं तु किं मूलम् ॥२०८॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

कोई व्यापारी लाभ प्राप्त करने का इच्छुक है, और उसके पास १६ वर्ण वाला २०० भार का स्वर्ण है। उसका एक भाग, १२, ८, ९ और १० वर्ण वाले चार प्रकार के स्वर्ण से बदला जाता है, जिनके भार ऐसे अनुपात में हैं जो १ से आरम्भ होकर नियमित रूप से २ द्वारा गुणित किये जाते हैं। इस बदले के व्यापार के फलस्वरूप स्वर्ण के भार में १०२ लाभ होता है। शेष (बिना बदले हुए) स्वर्ण का भार क्या है ? उन उपर्युक्त वर्णों के सगत (corresponding) स्वर्ण-प्रकारों के भारों को भी बतलाओ, जो बदले में प्राप्त हुए हैं ॥२०४-२०५॥

जिसका कुछ भाग बदला गया है ऐसे स्वर्ण की सहायता से, और बदले के कारण बढ़ता देखा गया है ऐसे स्वर्ण के भार की सहायता से स्वर्ण की मूल मात्रा के भार को निकालने के लिये नियम—

बदले जाने वाले मूल स्वर्ण के प्रत्येक विशिष्ट भाग को उसके बदले के सगत वर्ण द्वारा भाजित किया जाता है। प्रत्येक दशा में, परिणामी भजनफल दिये गये मूल स्वर्ण के मन से चुने हुए वर्ण द्वारा गुणित किये जाते हैं, और तब ये सब गुणनफल जोड़े जाते हैं। इस योग में से मूल स्वर्ण के विभिन्न भिन्नीय बदले हुए भागों के योग को घटाया जाता है। अब यदि बदले के कारण स्वर्ण के भार की बढ़ती को इस परिणामी शेष द्वारा भाजित किया जाय, तो मूल स्वर्ण धन प्राप्त होता है ॥२०६॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी व्यापारी की १६ वर्ण सोने की एक छोटी गेंद ली जाती है, तथा उसके ३, १ और २ भाग क्रमशः १२, १० और ९ वर्ण वाले स्वर्ण से बदल दिये जाते हैं। इन बदले हुए विभिन्न प्रकार के स्वर्णों के भारों को मूल स्वर्ण के शेष भाग में जोड़ दिया जाता है। तब मूल स्वर्ण के भार को लेखा में से हटाने से भार में १००० बढ़ती देखी जाती है। इस मूल स्वर्ण का भार बतलाओ ॥२०७-२०८॥

इष्टांदादानेन इष्टवर्मानयनस्य तद्विष्टांदाफयोः सुवर्मानयनस्य च सूत्रम्—
 अंशान्मेकं व्यस्तं क्षिप्त्वेष्टं भवेत् सुवर्गमयो ।
 मा गुलिना तस्या अपि परस्वरांदाप्रकृतस्य ॥ २०९ ॥
 स्वदृशयेन वर्गो प्रकल्पयेत्प्राग्यद्य यथा ।
 एवं सद्दृश्योऽप्युभयं माम्यं फलं भवद्यदि येत् ॥२१०॥
 प्राबन्धनष्टयगो गुलिदाभ्यां निश्चयी भवत ।
 नो चत्प्रथमस्य तदा क्रियन्व्यूनाधिकी क्षयी वृत्त्या ॥२११॥
 तत्रयपूर्वक्षययोरन्तरित शेषमत्र संस्थाप्य ।
 त्रेतांदाकृषिपिलब्धं वर्गो तनोनिवाधिकी स्पष्टी ॥२१२॥

दूसरे स्थिति के पास के बाहिष्ठ भिन्नीय भाग बाह्य स्वर्ग की पारस्परिक दान की सहायता से
 इष्ट वर्ग निकालने के लिये तथा उन मन से सुमे हुए स्थि गय भागों के संगत स्वर्गों के भागों को
 क्रमशः निकालने के लिये नियम—

(दो विविष्ट रूप से) स्थि गय भागों में से प्रत्येक के संख्यात्मक मान द्वारा १ को भाजित कर
 व्युत्क्रम से लिखा जाता है । यदि इन प्रकार प्राप्त भजनचक्रों में से प्रत्येक को मन से चुनी हुई राशि
 द्वारा गुणित किया जाय, तो वह सामे की दो छोटी रैदों में से प्रत्येक के भाग को उत्पन्न करता है ।
 लाभ को इन छोटी रैदों में से प्रत्येक का वर्ग तथा स्थापार में दूसरे मनुष्य के द्वारा स्थि गये स्वर्ग
 का उत्पन्न रैदा में स्थि गय जम्मित भीमत वर्ग की सहायता से प्राप्त करना पड़ता है । यदि इन
 प्रकार से प्राप्त उत्तर दोनों बृहत् (sets) प्रथम के इष्ट मानों से मेल खाते हैं तो मन से चुनी हुई
 रैगणा से प्राप्त हो वर्ग (दो स्थि गय छोटे स्वर्ग की रैदों के सम्बन्ध में) कवित सत्यापित वर्ग हो
 जाना है । यदि य उत्तर मेल नहीं जाना तो उत्तरों के प्रथम बृहत् के वर्गों को आवश्यकतासुमार छोटा
 या बृहत् बढ़ा कमजा बढ़ता है । तब सुधारे हुए संघटक वर्गों के संगत भीमत वर्ग का भाग प्राप्त
 करना पड़ता है । इसके पश्चात्, हम भीमत वर्ग और पहिल प्राप्त (बिना मेल सामेबाग भीमत)
 वर्ग के अन्तर को जिन लिखा जाना है और इष्ट समानुपातिक राशियों प्रैशसिक नियम द्वारा प्राप्त की
 जानी है । यदिनी चुनी हुई संख्या के अनुसार प्राप्त वर्गों का जब हम दो राशियों में से क्रमशः एक
 द्वारा हासित और दूसरी द्वारा जोड़ा जाता है तब वर्गों इष्ट वर्गों की प्राप्ति होती है । ३१ १ २१२२

(१ २११) तथा २११ २१२ च मन्त्र वा लयन निम्न सीं विवरण पर नियम एवं
 वा २११—

वा २११ के १ द्वारा भाजित करने पर हमें मन्त्रा १ १ प्राप्त होता है । इसकी शिकी करके
 वा २ है किन्तु चुनी हुई संख्या (मानक १) द्वारा गुणित करने से हमें १ २ प्राप्त होता है । के दो
 मन्त्रा १ मन्त्र ही मन्त्राधिक की वा मन्त्राकी का प्रकृत वर्गों है ।

वा २१२ मन्त्राकी के वर्ग का वर्ग चुनकर हम उत्तर द्वारा प्राप्ति करते (नियम) से के
 पूर्ण मन्त्राकी के वा १ १ १ का मन्त्रा १ पूर्ण मन्त्र का मन्त्र है । के वर्ग १ और ११ पूर्ण
 मन्त्राकी का मन्त्र ११ वर्ग के मन्त्राकी के १ का मन्त्र प्राप्त है जबकि मन्त्र में बिना मन्त्राकी
 वर्ग ११ मन्त्राकी द्वारा है

इ लिये वर्ग और ११ का संख्या होता है । के १ के मन्त्र वा १ चुनकर मन्त्रा ११

अत्रोद्देशकः

स्वर्णपरीक्षकवणिजौ परस्परं याचितौ ततः प्रथमः ।
 अर्धं प्रादान् तामपि गुलिकां स्वसुवर्णं आयोज्य ॥२१३॥
 वर्णदशकं करीमीत्यपरोऽवादीत् त्रिभागमात्रतया ।
 लब्धे तथैव पूर्णं द्वादशवर्णं करोमि गुलिकाम्याम् ॥२१४॥
 उभयोः सुवर्णमाने वर्णौ संचिन्य गणिततत्त्वज्ञ ।
 सौवर्णगणितकुशल यदि तेऽस्ति निगद्यतामाशु ॥२१५॥
 इति मिश्रकव्यवहारे सुवर्णकुट्टीकार समाप्तः ।

विचित्रकुट्टीकारः

इत्. पर मिश्रकव्यवहार विचित्रकुट्टीकार व्याख्यास्यामः । सत्यानृतसूत्रम्—
 पुरुषाः सैकेष्टगुणा द्विगुणेष्रोना भवन्त्यसत्यानि । पुरुषकृतिस्तैरुना सत्यानि भवन्ति वचनानि ॥२१६॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

स्वर्ण के मूल्य को परखने में कुशल दो व्यापारियों ने एक दूसरे से स्वर्ण बदलने के लिये कहा । पहिले ने दूसरे से कहा, “यदि अपना आधा स्वर्ण मुझे दे दो, तो उसे मैं अपने स्वर्ण में मिलाकर कुल स्वर्ण को १० वर्ण वाला बना लूँगा ।” तब दूसरे ने कहा, “यदि मैं तुम्हारा केवल $\frac{१}{२}$ भाग स्वर्ण प्राप्त कर लूँ, तो मैं पूरे स्वर्ण को दो गोलियों की सहायता से १२ वर्ण वाला बना लूँगा ।” हे गणित तत्त्वज्ञ ! यदि तुम स्वर्ण गणित में कुशल हो तो सोचविचार कर शीघ्र बतलाओ कि उनके पास कितने-कितने वर्ण वाला कितना-कितना स्वर्ण (भार में) है ? ॥२१३-२१५॥

इस प्रकार, मिश्रक व्यवहार में सुवर्ण कुट्टीकार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

विचित्र कुट्टीकार

इसके पश्चात्, हम मिश्रक व्यवहार में विचित्र कुट्टीकार की व्याख्या करेंगे ।

(ऐसी परिस्थिति में जैसी कि नीचे दी गई है, जहाँ दोनों बातें साथ ही साथ सम्भव हैं,)

सत्य और असत्य वचनों की संख्या ज्ञात करने के लिये नियम—

मनुष्यों की संख्या को उनमें से चाहे गये मनुष्यों की संख्या को १ द्वारा बढ़ाने से प्राप्त संख्या द्वारा गुणित करो, और तब उसे चाहे गये मनुष्यों की संख्या की दुगुनी राशि द्वारा हासित करो । जो संख्या उत्पन्न होगी वह असत्य वचनों की संख्या होगी । सब मनुष्यों का निरूपण करनेवाली संख्या का वर्ग इन असत्य वचनों की संख्या द्वारा हासित होकर सत्य वचनों की संख्या उत्पन्न करता है ॥२१६॥

को पहिले बढ़ले में १६ तक बढ़ाना पड़ता है । इन दो वर्णों ८ और १६ को, दूसरे बढ़ले में प्रयुक्त करने से, हमें औसतवर्ण $\frac{३६}{२}$ के बढ़ले में $\frac{५०}{२}$ प्राप्त होता है ।

इस प्रकार, दूसरे बढ़ले में हम देखते हैं कि भार और वर्ण के गुणनफलों के योग में (४०-३५) अथवा ५ की बढ़ती है, जबकि पूर्व के चुने हुए वर्णों के सम्बन्ध में घटती और बढ़ती क्रमशः ९-८ = १ और १६-१३ = ३ हैं ।

परन्तु दूसरे बढ़ले में भार और वर्ण के गुणनफलों के योग में बढ़ती ३६-३५ = १ है । शैराशिक के नियम का प्रयोग करने पर हमें वर्णों में संगत घटती और बढ़ती ६ और ६ प्राप्त होती हैं । इसलिये वर्ण क्रमशः ९-६ या ८-६ और १३+६ = १९ हैं ।

(२१६) इस नियम का मूल आधार गाथा २१७ में दिये गये प्रश्न के निम्नलिखित वीजीय

अत्रोद्देश्यः

अमुकपुरुषा पञ्च द्वि वेद्यायाश्च प्रियास्तयस्तत्र ।
प्रत्येकं सा ज्ञते स्वमिष्ट इति कानि सत्यानि ॥२१७॥

प्रस्तारयोगभेदस्य सूत्रम्—

एकाशेकोत्तरत पदमूध्वोर्ध्वत क्रमोत्क्रमश्च ।
स्थाप्य प्रतिष्ठोमत्र प्रतिष्ठोमत्रेण भाजितं सारम् ॥२१८॥

उदाहरणार्थं प्रस्त

पंच अमुक व्यक्ति हैं । उनमें से तीन व्यक्ति वास्तव में बेस्वा द्वारा चाहे जाते हैं । वह प्रत्येक से एकता-क्रम कही है 'मैं केवल तुम्हें चाहती हूँ ।' उसके किये (एक और उप कथित) बचन सत्य है ? ॥२१७॥

ही हुई वस्तुओं में (सम्भव) संघर्षों के प्रकारों सम्बन्धी नियम—

एक से आरम्भकर, संख्याओं को ही गई वस्तुओं की संख्या तक एक द्वारा बढ़ाकर, विचलित क्रम में और व्यस्तक्रम में (क्रमता) एक ऊपर और एक नीचे द्वैतिरूपि में लिखो । यदि ऊपर की पंक्ति में दाहिने से बाईं ओर को किया गया (एक दो तीन अथवा अधिक संख्याओं का) गुणन फल, नीचे की पंक्ति में भी दाहिने से बाईं ओर को किये गये (एक दो तीन अथवा अधिक संख्याओं के संगत) गुणनफल द्वारा भाजित किया जाय, तो प्रत्येक दशा में ऐसे संघर्ष की दृष्ट राशि फलरूप प्राप्त होती है ॥ २१८ ॥

निरूपण से स्पष्ट हो जायेगा—

मानलो कुछ मनुष्यों की संख्या अ द्वि बिनमें से व चाहे जाते हैं । बचनों की संख्या अ है, और प्रत्येक बचन अ मनुष्यों के बारे में है, इसलिये बचनों की कुल संख्या अ × अ = अ^२ है । अब इन अ मनुष्यों में से व मनुष्य चाहे जाते हैं, और अ-व चाहे नहीं जाते । अब व मनुष्यों में से प्रत्येक को यह कहा जाता है, 'केवल तुम्हीं चाहे जाते हो', तब प्रत्येक दशा में अल्प बचन व-१ है, इसलिये अल्प बचनों की व बचनों में कुल संख्या व (व-१) है (१)

अब फिर से वही कथन अ-व मनुष्यों में से प्रत्येक को कहा जाता है तब प्रत्येक दशा में अल्प बचनों की संख्या व+१ है । इसलिये अ-व बचनों में कुल अल्प बचनों की संख्या (अ-व) (व+१) है (२) (१) और (२) का योग करने पर, हमें व (व-१) + (अ-व) (व+१) = अ (व+१) - व प्राप्त होता है । यह अल्प बचनों की कुल संख्या को निरूपित करती है । इसे अ^२ में से वयमें पर, जो कि सब तत्व और अल्प बचनों की कुल संख्या है, हमें तत्व बचनों की संख्या प्राप्त होती है ।

(२१८) यह निम्न संघर्ष (combination) के प्रश्न से सम्बन्ध रखता है । जहाँ विना गया वह है—

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{(n-2+1)}{2} \text{ और यह स्पष्ट रूप से } \frac{n}{r} \frac{n-1}{n-r} \text{ के गुण है ।}$$

(२२५) निम्न में दिया गया सूत्र बीजीय रूप से निम्न प्रकार है—

$$k = \frac{\frac{अव}{r} - \sqrt{\left(\frac{अव}{r}\right)^2 - अव(व-व)}}{व-व}, \text{ जहाँ } k = \text{निकाली जाने वाली मनुष्य}$$

अत्रोद्देशकः

वर्णाश्चापि रसानां कषायतिकाम्लकटुकलवणानाम् ।
 मधुररसेन युतानां भेदान् कथयाधुना गणक ॥२१९॥
 वज्रेन्द्रनीलमरकतविद्रुममुक्ताफलैस्तु रचितमालायाः ।
 कति भेदा युतिभेदात् कथय सखे सम्यगाशु त्वम् ॥२२०॥
 केतक्यशोकचम्पकनीलोत्पलकुसुमरचितमालायाः ।
 कति भेदा युतिभेदात्कथय सखे गणिततत्त्वज्ञ ॥२२१॥

ज्ञाताज्ञातलाभैर्मूलानयनसूत्रम्—

लाभोनमिश्रराशे. प्रक्षेपकत. फलानि ससाध्य । तेन हतं तत्त्वध्वं मूल्यं त्वज्ञातपुरुषस्य ॥२२२॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

हे गणितज्ञ ! मुझे बतलाओ कि छ रस—कपायला, कडुआ, खट्टा, तीखा, खारा और मीठा दिये गये हों तो संघय के प्रकार और संचय राशिया क्या होगी ? ॥ २१९ ॥ हे मित्र ! हीरा, नील, मरकत, विद्रुम और मुक्ताफल से रची हुई अंतहीन धागे की माला के संचय में परिवर्तन होने से कितने प्रकार प्राप्त हो सकते हैं, शीघ्र बतलाओ ॥ २२० ॥ हे गणित तत्त्वज्ञ सखे ! मुझे बतलाओ कि केतकी, अशोक, चम्पक और नीलोत्पल के फूलों की माला बनाने के लिये सचयों में परिवर्तन करने पर कितने प्रकार प्राप्त हो सकते हैं ?

किसी व्यापार में ज्ञात और अज्ञात लाभों की सहायता से अज्ञात मूल धन प्राप्त करने के लिये नियम—

समानुपातिक विभाजन की क्रिया द्वारा समस्त लाभों के मिश्रित योग में से ज्ञात लाभ घटाकर अज्ञात लाभों को निश्चित करते हैं । तब अज्ञात रकम लगाने वाले व्यक्ति का मूलधन, उसके लाभ को ऊपर समानुपातिक विभाजन की क्रिया में प्रयुक्त उसी साधारण गुणनखण्ड द्वारा भाजित करने पर, प्राप्त करते हैं ॥ २२२ ॥

अ = टोया जाने वाला कुल भार, दा = कुल दूरी, द = तय की हुई (जो चली जा चुकी है ऐसी) दूरी, और ब = निश्चित की गई कुल मजदूरी है । यह आलोकनीय है कि यात्रा के दो भागों के लिये मजदूरी की दर एक सी है, यद्यपि यात्रा के प्रत्येक भाग के लिये चुकाई गई रकम पूरी यात्रा के लिए निश्चित की गई दर के अनुसार नहीं है ।

प्रश्न के न्यास (data दत्त सामग्री) सहित निम्नलिखित समीकरण से सूत्र सरलतापूर्वक प्राप्त किया जा सकता है—

$$\frac{क}{अद} = \frac{ब - क}{(अ - क)(दा - द)}, \quad \text{जहाँ क अज्ञात है ।}$$

अत्रोद्देशकः

समये केचिद्गणितज्ञस्य कर्म विद्युत् यं कुर्वीरम् ।
 प्रथमस्य घट पुराणा अष्टौ मूर्त्तयं द्वितीयस्य ॥२२३॥
 न ह्यायते वृत्तीयस्य व्याप्तिस्त्वेनैरेस्तु यत्नवति ।
 अज्ञातस्यैष फलं चत्वारिंशद्वि तेनात्म् ॥२२४॥
 कस्तस्य प्रक्षेपो घणितोरुभयोर्भवेच्च को छान्म ।
 प्रत्यय्याचस्य सखे प्रक्षेपं यदि विजानासि ॥२२५॥

मातृकानयनसूत्रम्—

भरभूतिगतगन्धर्वति त्यक्त्वा योजनवृद्धममारकृते ।
 तन्मूर्त्तेन गन्धर्विच्छन्नं गन्धर्वमाश्रितं सारम् ॥२२६॥

अत्रोद्देशकः

पनसानि द्वात्रिंशन्नीत्वा योजनमसौ वृद्धोनाष्टौ ।
 गृह्यात्यन्तमाटकमर्षे भद्रोऽस्य किं वेषम् ॥२२७॥

1 A और B में वहाँ १ गुणा है और की दृष्टि से वह मूल्य है ।

उपहरणार्थं मूल्य

समझोते के अनुसार तीन व्यापारियों ने करीबने और बेचने की किया की । उन्हीं से पहिले की एकम ६ पुराण, दूसरे की ८ पुराण तथा तीसरे की अज्ञात की । जब सब तीन मनुष्यों को १९ पुराण काम प्राप्त हुआ । तीसरे व्यक्ति द्वारा अज्ञात एकम पर ३ पुराण काम प्राप्त किया गया था । व्यापार में बचने कितनी एकम कराई थी ? अथवा दो व्यापारियों को कितना-कितना काम हुआ है मित्र ! यदि सामाज्यात्मिक विभाजन की क्रिया से परिचित हो तो समीचीनता गणना कर कर दो ॥ २२३-२२५ ॥

किसी ही गई दर पर किसी निश्चित दूरी के किसी माप तक कुछ ही गई वस्तुओं के जाने के विभागे को निम्नक्रम के क्रिये विषय—

के जाने जाने वाले मार के संख्यात्मक माप और योजन में बापी गई जब दूरी की अर्ध राशि के गुणनफल के बर्ण में से के जाने जाने वाले मार के संख्यात्मक माप, तब किया गया किराया, पहुँची हुई दूरी, इन सब के संतुष्ट गुणनफल को बचाने । तब यदि के जाने जाने वाले मार के मिश्रीय भाग (अर्थात् वहाँ व्यापार मार) को तब की गई दूरी द्वारा गुणित कर और तब उपर्युक्त अंतर के वर्गमूल द्वारा हासित कर, तब की जाने वाली (जो जमी सेव है देसी) दूरी के द्वारा मापित किया जाय, तो वह अंतर प्राप्त होता है ।

उपहरणार्थं मूल्य

वहाँ एक मनुष्य देसा है, किरा ३५ एकम फलों को १ योजन दूर के जाने पर मजदूरी में ७२ एक निकते है । वह बापी दूर आकर बैठ जाता है । यदि तब की गई मजदूरी में से कितनी निकता चाहिये ? ॥२२७॥

द्वितीयतृतीययोजनानयनस्यसूत्रम्—

भरभाटकसंवर्गोऽद्वितीयभृतिकृतिविवर्जितश्छेदः ।

तद्भृत्यन्तरभरगतिहतेर्गति स्याद् द्वितीयस्य ॥२२८॥

अत्रोद्देशकः

पनसानि चतुर्विंशतिमा नीत्वा पञ्चयोजनानि नरः ।

लभते तद्भृतिमिह नव पडभृतिवियुते द्वितीयनृगतिः का ॥२२९॥

बहुपद^१ भाटकानयनस्य सूत्रम्—

संनिहितनरहतेषु प्रागुत्तरमिश्रितेषु भार्गेषु ।

न्यावृत्तनरगुणेषु प्रक्षेपकसाधित मूल्यम् ॥२३०॥

१. B में यहाँ 'पद' छूट गया है ।

जब पहिला अथवा दूसरा बोझ ढोने वाला थक कर बैठ जाता है, तब दूसरे अथवा तीसरे बोझ ढोने वाले के द्वारा योजनो मे तय की गई दूरियों को निकालने के लिये नियम—

ले जाये जाने वाले कुल वजन और तय की गई मजदूरियों के मान के गुणनफल में से प्रथम ढोने वाले को दी गई मजदूरी के वर्ग को घटाओ । इस अन्तर को तय की गई मजदूरी और पहिले ही दे दी गई मजदूरी के अन्तर, ढोया जाने वाला पूरा वजन, और तय की जानेवाली पूरी दूरी के सतत गुणनफल के सम्बन्ध में भाजक के रूप में उपयोग में लाते हैं । परिणामी भजनफल दूसरे मजदूर द्वारा तय की जाने वाली दूरी होता है ॥२२८॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी मनुष्य को २४ पनस फल ५ योजन दूर ले जाने के लिये ९ फल मजदूरी के रूप में प्राप्त हो सकते हैं । यदि प्रथम मनुष्य को इनमें से ६ फल मजदूरी के रूप में दिये जा चुके हो, तो दूसरे ढोने वाले को अब कितनी दूरी तय करना है, ताकि वह शेष मजदूरी प्राप्त करले ? ॥२२९॥

विभिन्न दशाओं की सगत मजदूरियों के मानों को निकालने के लिये नियम, जब कि विभिन्न मजदूर उन विभिन्न दूरियों तक दिया गया बोझ ले जावें—

मनुष्यों की विभिन्न संख्याओं द्वारा तय की गई दूरियों को वहाँ ढोने का काम करने वाले मनुष्यों की संख्या द्वारा भाजित करो । प्राप्त भजनफलों को इस प्रकार संयुक्त करना पड़ता है, कि उनमें से पहिला अलग रख लिया जाता है, और तब बाद के भजनफलों (१, २, ३ आदि) को उसमें जोड़ दिया जाता है । इन परिणामी राशियों को क्रमशः विभिन्न स्थानों पर बैठ जाने वाले मनुष्यों की संख्या द्वारा गुणित करना पड़ता है । तब इन परिणामी गुणनफलों के सम्बन्ध में प्रक्षेपक क्रिया (समानुपातिक विभाजन की क्रिया) करने से विभिन्न स्थानों पर छोड़ने (बैठने) वाले मनुष्यों की मजदूरियाँ प्राप्त होती हैं ॥२३०॥

(२२८) त्रितीय रूप से : $दा - द = \frac{(ब - क) अ दा}{अब - क^२}$, जो पिछले नोट के समीकरण से सरलता-

पूर्वक प्राप्त किया जा सकता है । यहाँ क अज्ञात राशि है ।

अत्रोद्देशकः

क्षिप्रिकां नयन्ति पुरुषा विंशतिरथ पोषनद्रव्यं तेषाम् ।

शुचिर्दीनारारणां विंशत्यधिकं च समस्तवम् ॥२३१॥

श्लोशद्रव्ये निवृत्तौ द्वात्रिंशदधिकं श्लोशयोक्त्यध्याये ।

पञ्च नरः शोषार्थमावृत्ता अत्र सूचिस्तेषाम् ॥२३२॥

इष्टगुणितपोद्दृष्टानयनसूत्रम्—

सैक्युष्णा स्वस्त्रेष्टं हित्वाभ्योम्यप्रशोषसिद्धिः ।

अपकर्त्य पोष्य मूत्रं (विष्णोः) कृत्वा व्येकेन मूलेन ॥२३३॥

पूर्वापवर्तैराशीन् हत्वा पूर्वापवर्तैरासिमुत् ।

पृथगेव पूषकं त्यक्त्वा हस्वगता स्वधनसंख्यां स्युः ॥२३४॥

ता स्वस्थं हित्वैव स्वशेषयोगं पूषकं पूषकं स्वाप्य ।

स्वगुणान् स्वकरगतैरुना पौद्गलकसंख्यां स्युः ॥२३५॥

आहरणार्थं मन्त्र

२ मनुष्यों को कोई पाककी २ बोझन दूर ले जाने पर ७२ हीनार मिळते हैं । दो मनुष्य दो बोझन दूर जाकर एक जाते हैं दो बोझन दूर भीर जाने पर अन्य तीन एक जाते हैं तथा शेष की धानी दूरी जाने पर ५ मनुष्य एक जाते हैं । दोने जाते विभिन्न मनुष्यों को क्या-क्या मनुष्यी मिळती है ? ॥२३१-२३२॥

किसी वैधी में मरी हुई रक्तम को निकालने के किये निवम, जो कुछ मनुष्यों में से प्रत्येक के हाथ में कितनी रक्तम है उसमें जोड़ी जाने पर अन्य के हाथों में रखी हुई रक्तमों के योग की विधि गुणव (multiple) बन जाती है—

प्रश्न में विधि गुणव (multiple) संख्याओं में से प्रत्येक में एक जोड़कर योग राशियों प्राप्त करते हैं । इस योगों को एक दूसरे से प्रत्येक दशा में विशेष उल्लिखित गुणव के सम्बन्धी योग को उपेक्षित करते हुए, गुणित करते हैं । इन्हें साधारण गुणवर्द्धकों को हटा कर, अल्पतम पदों में प्रहासित (कट्टकृत) करते हैं । तब इन प्रहासित (कट्टकृत) राशियों को जोड़ा जाता है । इस परिष्कृती योग का वर्गमूक प्राप्त किया जाता है जिसमें से एक बड़ा दिया जाता है । उपर्युक्त प्रहासित राशियों को इस । द्वारा हासित वर्गमूक द्वारा गुणित किया जाता है । तब इन्हें अलग-अलग उन्हीं प्रहासित राशियों के योग में से घटाया जाता है । इस प्रकार, कई व्यक्तियों में से प्रत्येक के हाथ की रक्तम प्राप्त होती हैं । उन व्यक्तियों में से केवल एक के पास के श्व के मान को प्रत्येक दशा में जोड़ से वञ्चित कर, इन सब हाथ की रक्तमों की राशियों को एक दूसरे में जोड़ना पड़ता है । इस प्रकार प्राप्त कई योग अलग-अलग किये जाते हैं । इन्हें क्रमशः उपर्युक्त उल्लिखित गुणव राशियों द्वारा गुणित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त कई गुणवर्द्धकों में से हाथ की रक्तमों को अलग-अलग बताया जाता है । तब हाथ में कई रक्तमों में से प्रत्येक के सम्बन्ध में अलग-अलग वैधी की रक्तम का बही मात्र प्राप्त होता है ॥२३३-२३५॥

(२३३-२३५) गणना २३३-२३७ में दिये गये प्रश्न में मानको क, ख, ग हाथ में रखी हुई तीन व्यापारियों की रक्तमों हैं; भीर वैधी में ग रक्तम है ।

अत्रोद्देशकः

मार्गे त्रिभिर्वणिभिः। पोट्टलकं दृष्टमाह तत्रैकः ।

पोट्टलकमिदं प्राप्य द्विगुणधनोऽह भविष्यामि ॥२३६॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

तीन व्यापारियों ने सड़क पर एक थैली पदो हुई देखी । एक ने शेष उन से कहा, “यदि मुझे यह थैली मिल जाय, तो तुम्हारे हाथ में जितनी रकमें हैं उनके हिसाब से मैं तुम दोनों लोगों से दुगुना धनवान हो जाऊँगा ।” तब दूसरे ने कहा, “मैं तिगुना धनवान हो जाऊँगा ।” तब तीसरे ने कहा, “मैं पांच गुना धनवान हो जाऊँगा ।” थैली की रकम तथा प्रत्येक के हाथ की रकमों को अलग-अलग बतलाओ ॥२३६॥

हाथ की रकमों के मान तथा थैली की रकम निकालने के लिये नियम, जब कि थैली की रकम का विशेष उल्लिखित भिन्नीय भाग दत्त संख्या के मनुष्यों में, प्रत्येक के हाथ की रकम से क्रमशः जोड़ने पर, प्रत्येक दशा में उनके धन की हाथ की रकम के वही गुणज (multiple) हो जावें—

$$\begin{array}{l}
 \text{तब} \quad \left. \begin{array}{l}
 \text{य + क} = \text{अ (ख + ग)}, \\
 \text{य + ख} = \text{ब (ग + क)}, \\
 \text{य + ग} = \text{स (क + ख)},
 \end{array} \right\} \text{जहाँ अ, ब, स प्रश्न में गुणजों का निरूपण करते हैं ।} \\
 \\
 \text{अब} \quad \begin{array}{l}
 \text{य + क + ख + ग} = (\text{अ} + १) (\text{ख} + \text{ग}) \\
 \quad \quad \quad = (\text{ब} + १) (\text{ग} + \text{क}) \\
 \quad \quad \quad = (\text{स} + १) (\text{क} + \text{ख}).
 \end{array} \\
 \\
 \text{तब} \quad \frac{(\text{अ} + १) (\text{ब} + १) (\text{स} + १)}{\text{ता}} \times (\text{ख} + \text{ग}) = (\text{ब} + १) (\text{स} + १), \dots (१) \\
 \\
 \text{जहाँ} \quad \text{ता} = \text{य + क + ख + ग} \text{ है ।} \\
 \\
 \text{इसी प्रकार,} \quad \frac{(\text{अ} + १) (\text{ब} + १) (\text{स} + १)}{\text{ता}} \times (\text{ग} + \text{क}) = (\text{स} + १) (\text{अ} + १) \dots (२) \\
 \\
 \text{और} \quad \frac{(\text{अ} + १) (\text{ब} + १) (\text{स} + १)}{\text{ता}} \times (\text{क} + \text{ख}) = (\text{अ} + १) (\text{ब} + १) \dots (३) \\
 \\
 (१), (२) और (३) को जोड़ने पर, \\
 \quad \frac{(\text{अ} + १) (\text{ब} + १) (\text{स} + १)}{\text{ता}} \times २ (\text{क} + \text{ख} + \text{ग}) \\
 \quad = (\text{ब} + १) (\text{स} + १) + (\text{स} + १) (\text{अ} + १) + (\text{अ} + १) (\text{ब} + १) = \text{शा} \dots (४) \\
 \\
 (१), (२) और (३) को अलग अलग २ द्वारा गुणित करके (४) में से घटाने पर— \\
 \quad \frac{(\text{अ} + १) (\text{ब} + १) (\text{स} + १)}{\text{ता}} \times २ \text{ क} = \text{शा} - २ (\text{ब} + १) (\text{स} + १), \\
 \\
 \quad \frac{(\text{अ} + १) (\text{ब} + १) (\text{स} + १)}{\text{ता}} \times २ \text{ ख} = \text{शा} - २ (\text{स} + १) (\text{अ} + १), \\
 \\
 \quad \frac{(\text{अ} + १) (\text{ब} + १) (\text{स} + १)}{\text{ता}} \times २ \text{ ग} = \text{शा} - २ (\text{अ} + १) (\text{ब} + १),
 \end{array}$$

हस्तगतान्यां युवयोस्त्रिगुणाधनोऽहं द्वितीय आह्वेति ।

पञ्चगुणोऽहं स्वपरं षोडशहस्तस्यमानं किम् ॥२३५॥

सर्वेषुस्वगुणकपोष्टकानयनहस्तगतानयनसूत्रम्—

न्येकपदप्रत्येकगुणोष्टीसकधोनिर्दाशमुत्तिगुणपाठ ।

हस्तगताः स्युर्भवति हि पूर्ववद्विष्टीशामानितं षोष्टकम् ॥२३६॥

ग्रन्थ में दिये गये सभी उद्धृत मिश्रों के योग के हर की उचैक्षा कर, उच (उद्धृत साधन) अपवर्ध संख्या (multiple) द्वारा गुणित किया जाया है । इस गुणनफल में से वे राशियाँ अन्व-अन्व भराई जाती हैं, जो साधारण हर में प्रदासित उपर्युक्त मिश्रों में से प्रत्येक को एक कम भङ्गुओं के मामलों की संख्या और उद्धृत अपवर्ध के गुणनफल को एक द्वारा हासित करने से प्राप्त राशि द्वारा गुणित करने से प्राप्त होती हैं । परिणामी शेष हाथ की रकमों के अन्व-अन्व मानों को स्थापित करते हैं । पहिले की तरह क्रियायें करने पर और तब ग्रन्थ में विशेष उद्धृत मिश्रीय भाग द्वारा विभाजन करने पर ऐसी ही रकम का मात्र प्राप्त हो जाया है ॥२३८॥

क क ग : : षा-२ (ब+१) (घ+१) : षा-२ (घ+१) (ब+१) : षा-२ (अ+१) (ग+१)-

समानुपात क दाहिनी ओर, (यदि कोई हो तो) साधारण गुणनखंडों को हटाने से हमें क, क, ग के सबसे छोटे पूर्णक मान प्राप्त होते हैं । यह समानुपात नियम में लघु के रूप में दिया गया है । यह देखने योग्य है कि निकम में कथित वर्गमूल केवल गाथा २३६-२३७ में लिखे गये प्रश्न से सम्बन्धित है । यदि शुद्ध रूप से लिखा जाय तो 'वर्गमूल' क स्थान में '३' होना चाहिये । यह सरलता पूर्वक देखा जा सकता है कि यह प्रश्न सभी सम्भव है, जब कि $\frac{१}{अ+१} \frac{१}{ब+१}$ और $\frac{१}{घ+१}$ के कोई भी वा का योग तीसरे से बड़ा हो ।

(२३८) नियम में लिया गया लघु यह है—

$$\left. \begin{aligned} क &= म (अ + ब + घ) - अ (२ म - १), \\ ल &= म (अ + ब + घ) - ब (२ म - १), \\ ग &= म (अ + ब + घ) - घ (२ म - १), \end{aligned} \right\} \text{जहाँ क, ल ग हाथ की रकमें हैं, म साधारण} \\ \text{गुणन (multiple) है, और अ, ब, घ} \\ \text{दिये गये उद्धृत मिश्रीय भाग हैं ।}$$

ये मान अगले समीचायों से सरलता पूर्वक निकाले जा सकते हैं ।

पा अ + क = म (ल + ग),

पा ब + ल = म (ग + क)

और पा घ + ग = म (क + ल)

} जहाँ पा, ऐसी ही रकम है ।

अत्रोद्देशकः

वैश्यैः पञ्चभिरेक पोट्टलकं दृष्टमाह चैकैकः ।

पोट्टलकषष्टसप्तमनवमाष्टमदशमभागमाप्स्वैव ॥२३९॥

स्वस्वकरस्थेन सह त्रिगुणं त्रिगुणं च शेषाणाम् ।

गणक त्वं मे शीघ्रं वद हस्तगतं च पोट्टलकम् ॥२४०॥

इष्टांशोष्टगुणपोट्टलकानयनसूत्रम्—

इष्टगुणाग्नान्यांशाः सेष्टांशा सैकनिजगुणहता युक्ताः ।

घनपदत्रेष्टांशान्यूना. सैकेष्टगुणहता हस्तगताः ॥२४१॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

पाँच व्यापारियो ने एक थैली देखी । उन्होने (एक के बाद दूसरे से) इस प्रकार कहा कि थैली की रकम का क्रमशः $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ और $\frac{1}{6}$ भाग पाने पर वह अपने हाथ की रकम मिलाकर अन्य व्यापारियो के कुल धन से तिगुना धनी हो जायगा । हे गणितज्ञ ! उनके हाथों की अलग-अलग रकम तथा थैली में भरी हुई रकम को शीघ्र ही बतलाओ ॥२३९-२४०॥

थैली की रकम प्राप्त करने के लिये नियम, जब कि उल्लिखित भिन्नीय भागों को, क्रमशः उन व्यक्तियों के हाथ की रकम जोड़ने पर, प्रत्येक अन्य की कुल रकमों के मान से विशिष्ट गुणा धनी बन जावे—

(इष्ट मनुष्य के भाग को छोड़कर,) शेष सभी से सम्बन्धित उल्लिखित भिन्नीय भागों को साधारण हर में प्रहासित कर हर को उपेक्षित कर दिया जाता है । इन्हें (अलग-अलग इष्ट मनुष्य सम्बन्धी) निर्दिष्ट अपवर्त्य (multiple) द्वारा गुणित करते हैं । इन गुणनफलों में उस इष्ट मनुष्य के भिन्नीय भाग को जोड़ते हैं । परिणामी योगों में से प्रत्येक को अलग अलग उसके सगत उल्लिखित अपवर्त्य (multiple) से एक अधिक राशि द्वारा भाजित करते हैं । तब इन भजनफलों को भी जोड़ा जाता है । अलग-अलग दशांशों सम्बन्धी इस प्रकार प्राप्त योगों को, दो कम दशांशों की सख्या द्वारा गुणित कर, निर्दिष्ट भिन्नीय भाग द्वारा हासित करते हैं । अन्तर को एक अधिक निर्दिष्ट अपवर्त्य द्वारा भाजित करते हैं । यह फल (इस विशिष्ट दशा में) हाथ की रकम है ॥२४१॥

(२४१) नियम में दिया गया सूत्र इस प्रकार है—

$$क = \left\{ \frac{अ + मव}{न + १} + \frac{अ + मस}{य + १} + \frac{अ + मद}{र + १} + .. - (श - २) अ \right\} - (म + १)$$

$$ख = \left\{ \frac{ब + नअ}{म + १} + \frac{ब + नस}{य + १} + \frac{ब + नद}{र + १} + .. - (श - २) अ \right\} - (न + १) \text{ इत्यादि,}$$

जहाँ क, ख,

हाथ की रकमें हैं, अ, व, स, द भिन्नीय भाग हैं;

म, न, य, र, .

विभिन्न अपवर्त्य सख्यायें हैं, और श व्यापार सम्बन्धी व्यक्तियों की

सख्या है ।

अत्रोद्देशकः

द्वाभ्यां पथि पथिक्रम्यां पोट्टलकं दृष्टमाह उत्रैक ।
 अस्वार्थं संप्राप्य त्रिगुणघनोऽहं मधिष्यामि ॥२४२॥
 अपरस्त्र्यंश्चाद्वितयं त्रिगुणघनस्तत्करस्वधनात् ।
 मत्करघनेन सहितं हस्तगतं किं च पोट्टलकम् ॥ २४३ ॥
 दृष्टं पथि पथिकाभ्यां पोट्टलकं वद्गृहीत्वा च ।
 त्रिगुणमभूवाद्यस्तु स्वकरस्थवनेन चान्यस्य ॥
 हस्तस्थवनादन्यस्त्रिगुणं किं करगतं च पोट्टलकम् ॥ २४४ ॥
 मार्गं भरैश्चतुर्भिः पोट्टलकं दृष्टमाह उत्राप्य ।
 पोट्टलकमिदं लभ्वा द्वाष्टगुणोऽहं मधिष्यामि ॥ २४५ ॥
 स्वकरस्थघनेनाम्यो नषतंगुणितं च क्षेपघनात् ।
 द्वाष्टगुणघनवानपरस्त्र्यंश्चाष्टगुणितघनवान् स्यात् ।
 पोट्टलकं किं करगतघनं क्रियवद्भूद्दि गणकास्तु ॥ २४७ ॥
 मार्गं नरैः पोट्टलकं चतुर्भिर्दृष्टं हि तस्यैव सदा वस्तुम् ।
 पञ्चांशपात्रार्थेदृतीयभागास्तद्द्वित्रिपञ्चांशचतुर्ग्याम् ॥ २४८ ॥

१ A और B में स्या पाठ है जो स्पष्टरूप से अनुपयुक्त है ।

उदाहरणार्थ मन्त्र

दो बाजियों के सङ्क पर घन से मरी हुई घेड़ी घेड़ी । उनमें से एक के दूसरे से कहा 'घेड़ी
 की आधी रकम प्राप्त होने पर मैं तुमसे दुगुना धनी हो जाऊँगा ।' दूसरे ने कहा, "इस घेड़ी की २/३
 रकम निकल जाने पर मैं हाथ की रकम निकालकर तुम्हारे हाथ की रकम से तिगुनी रकमवाला हो
 जाऊँगा । हाथ की रकम-भरणा रकमें तथा घेड़ी की रकम बटकाओ ॥२४२-२४३॥ दो बाजियों के
 राल पर पड़ी हुई घन से मरी धनी देखो । एक ने उसे उठवाया और कहा, "इस घन और हाथ के
 घन को मिलाकर मैं तुमसे दुगुना धनी हूँ ।" दूसरे ने घेड़ी को छेकर कहा 'मैं इस घन और हाथ के
 घन को मिलाकर तुमसे तिगुना धनी हूँ । हाथ की रकमें और घेड़ी की रकम अलग-अलग बटकाओ ।
 ॥२४४-२४५॥ चार मनुष्यों के घन से मरी एक घेड़ी रास्ते में दली । पहिले ने कहा "बदि मुझे
 यह घेड़ी मिल जाय तो मैं कुछ घन मिलाकर तुम सभी के घन से आठगुना धनवान हो जाऊँ ।" दूसरे
 ने कहा 'बदि यह घेड़ी मुझे मिल जाय तो मेरा कुलघन तुम्हारे कुलघन से ९ गुना हो जाय ।"
 तीसरे ने कहा मैं १ गुना धनी हो जाऊँगा । और चौथे ने कहा मैं ११ गुना धनी हो जाऊँगा ।"
 हे गणितज्ञ ! घेड़ी का रकम और उनमें से प्रत्येक के हाथ की रकमें बटकाओ ॥२४५-२४७॥ चार
 मनुष्यों के रकम मरी घेड़ी रास्ते में दली । तब जो कुछ प्रायक के हाथ में था बदि उसमें घेड़ी का
 अन्तः २ २ २ भाग मिलावा जाय तो यह दूसरे के कुलघन से अन्तः दुगुना, तिगुना
 चौबगुना और चारगुना घन हो जाय । घेड़ी की रकम और उनमें से प्रत्येक के हाथ की रकमें
 बटकाओ ॥२४८॥ तीन ब्यापारियों ने रास्ते में घन से मरी हुई घेड़ी दली । पहिले ने (दीव) इनसे

मार्गे त्रिभिर्वणिग्भिः पोट्टलकं दृष्टमाह तत्राद्यः ।

यद्यस्य चतुर्भागं लभेऽहमित्याह स युवयोद्विगुणः ॥ २४९ ॥

आह त्रिभागमपरः स्वहस्तधनसहितमेव च त्रिगुणः ।

अस्याधं प्राप्याहं तृतीयपुरुषश्चतुर्धनवान् स्याम् ।

आचक्ष्व गणक शीघ्रं किं हस्तगतं च पोट्टलकम् ॥ २५०३ ॥

याचितरूपैरिष्टगुणकहस्तगतानयनस्य सूत्रम्—

याचितरूपैक्यानि स्वसैकगुणवर्धितानि तै प्रागवत् ।

हस्तगतानां नीत्वा चेष्टगुणघ्नेति सूत्रेण ॥ २५१३ ॥

सदृशच्छेदं कृत्वा सैकेष्टगुणाहतेष्टगुणयुत्या ।

रूपोन्नितया भक्तान् तानेव करस्थितान् विजानीयात् ॥ २५२३ ॥

कहा, “यदि मुझे इस थैली का ३ धन मिल जाय, तो मैं अपने हाथ की रकम मिलाकर तुम सभी के कुलधन से दुगुने धनवाला हो जाऊँ।” दूसरे ने कहा, “यदि मुझे थैली का ३ धन मिल जाय, तो उसे मिलाकर मैं तुम सभी के कुल धन से तिगुने धनवाला हो जाऊँ।” तीसरे ने कहा, “यदि मुझे थैली का आधा धन मिल जाय तो उसे मिलाकर मैं तुम दोनों के कुल धन से चौगुने धनवाला हो जाऊँ।” हे गणितज्ञ ! शीघ्र ही उनके हाथ की रकमें तथा थैली की रकम अलग-अलग बतलाओ ॥ २४९-२५०३ ॥

हाथ की ऐसी रकम निकालने का नियम, जो दूसरे से माँगे हुए धन में मिलने पर दूसरों के हाथ की रकमों का निर्दिष्ट अपवर्त्य बन जाती है :—

माँगी हुई रकमों को अलग-अलग निज की सगत, अपवर्त्य (multiple) राशि में एक जोड़ने से प्राप्तफल द्वारा गुणित करते हैं। इन गुणनफलों की सहायता से गाथा २४१ में दिये गये नियम द्वारा हाथ की रकमों को प्राप्त कर लेते हैं। इस प्रकार प्राप्त इन राशियों को साधारण हरवाली बनाते हैं। प्रत्येक एक द्वारा बढ़ाई गई अपवर्त्य (multiple) राशियों द्वारा क्रमशः निर्दिष्ट अपवर्त्य राशियों को भाजित करते हैं। तब साधारण हरवाली राशियों को अलग-अलग इन प्राप्त फलों के एकोन योग द्वारा भाजित करते हैं। इन परिणामी भजनफलों को विभिन्न मनुष्यों के हाथों की रकमें समझना चाहिये ॥ २५१३-२५२३ ॥

(२५१३-२५२३) बीजीय रूप से,

$$\left[\text{क} - \left\{ \frac{(\text{अ} + \text{ब}) (\text{म} + १) + \text{म} (\text{स} + \text{द}) (\text{न} + १)}{\text{न} + १} + \frac{(\text{अ} + \text{ब}) (\text{म} + १) + \text{म} (\text{इ} + \text{फ}) (\text{प} + १)}{\text{प} + १} + \dots \right. \right.$$

$$\left. \dots + \text{इत्यादि} - (\text{घ} - २) (\text{अ} + \text{ब}) (\text{म} + १) \right\} - (\text{म} + १) \left. \right] -$$

$$\left(\frac{\text{म}}{\text{म} + १} + \frac{\text{न}}{\text{न} + १} + \frac{\text{प}}{\text{प} + १} - १ \right)$$

इसी प्रकार ख, ग के लिये, इत्यादि। यहाँ अ, ब, स, द, इ, फ एक दूसरे से माँगी हुई रकमें हैं।

अत्रोद्देशका

वैश्वैस्त्रिभिः परस्परहस्तगतं चाशितं धनं प्रथमम् ।
 अत्वार्यथ द्वितीयं पञ्च तृतीयं नरं प्रार्थ्ये ॥ २५३३ ॥
 द्विगुणोऽमषद्वितीयं प्रथमं अत्वारि पट् तृतीयमगात् ।
 त्रिगुणं तृतीयपुरुषं प्रथमं पञ्च द्वितीयं च ॥ २५४३ ॥
 पट् प्रार्थ्योभूत्पञ्चगुणं स्वहस्तस्थितानि कानि स्युः ।
 कथमाशु भिन्नकुट्टीमिभं जानासि यदि गणक ॥ २५५३ ॥
 पुरुषाक्षयोऽतिकुशलाभ्याम्योन्यं चाशितं धनं प्रथमम् ।
 स द्वादश द्वितीयं त्रयोदश प्रार्थ्ये तत्रिगुणं ॥ २५६३ ॥
 प्रथमं दश त्रयोदश तृतीयमभ्यर्ध्यं च द्वितीयोऽभूत् ।
 पञ्चगुणितो द्वितीयं द्वादश दश याचयित्वाद्यम् ॥ २५७३ ॥
 सप्तगुणितस्तृतीयोऽमषमरुो चाञ्छितानि छम्भानि ।
 कथय सत्ते धिगणप्य च सर्पा हस्तस्थितानि कानि स्युः ॥ २५८३ ॥

अन्त्यस्योपान्त्यगुण्यधनं दृष्ट्वा समभनानधनसूत्रम्—

षाष्ट्यामर्कं रूपं स उपान्त्यगुणं सरूपसंयुक्तं ।

शेषोपा गुणकारं सैकोऽन्त्यः करणमेतत्स्यात् ॥ २५९३ ॥

उद्यहरणार्थं प्रश्न

तीन व्यापारियों ने एक दूसरे से उनके पास की रकमों में से रकमें माँगी । पहिला व्यापारी
 दूसरे से ४ और तीसरे से ५ माँगकर शेष के इकट्ठे धन से दुगुना धन बाका बन गया । दूसरा पहिले से
 ३ और तीसरे से ६ माँग कर शेष के इकट्ठे धन से त्रिगुना धनबाका बन गया । तीसरा पहिले से ५ और
 दूसरे से ६ माँग कर उन दोनों से पाँचगुना धनबाका बन गया । हे गणितज्ञ यदि तुम विचित्र कुट्टीकार
 विधि से परिचित हो तो मुझे शीघ्र ही उनके हावों की रकमें बतलाओ ॥ २५३३-२५५३ ॥ तीन अति-
 युगात् पुत्रप ये । इन्होंने एक दूसरे से रकमें माँगी । पहिला पुरुष दूसरे से १२ और तीसरे से १२
 डेकर धन दोनों से ३ गुना धनबाका बन गया । दूसरा पहिले से १ और तीसरे से १२ डेकर शेष
 दोनों से ५ गुना धनबाका बन गया तीसरा दूसरे से १२ और पहिले से १० डेकर शेष दोनों से ०
 गुना धनबाका बन गया । इनकी वाँछाएँ पूर्य हो गईं । हे मित्र ! गणना कर उनके हावों की रकमों
 को बतलाओ ॥ २५३३-२५८३ ॥

समान धन राशियों को निकालने के लिये निम्न बात कि अतिम मनुष्य अपने लुर के धन में से
 अर्धमतिम को बही के धन के बराबर दे देता है । और फिर, वह अर्धमतिम मनुष्य बाढ़ में जानेवाले
 मनुष्य के सम्बन्ध में यही करता है इत्यादि—

एक के द्वारा दूसरे को दिये जानेवाले धन के सम्बन्ध में मन से जुनी हुई गुणज (multi-
 ple) राशि द्वारा १ को विभाजित करो । वह अर्धमतिम मनुष्य के धन के सम्बन्ध में गुणज हो जाता
 है । वह गुणज एक द्वारा बचाया जाकर दूसरे के हस्तगत धनो का गुणज बन जाता है । इस अतिम
 व्यक्ति के इस प्रकार प्राप्त धन में १ जोड़ा जाता है । बही रीति उपयोग में लाई जाती है ॥ २५९३ ॥

(१५ ४) माया १९१३ के प्रश्न को निम्नलिखित रीति से हल करने पर वह निम्न रूप में हो

अत्रोद्देशकः

वैश्यात्मजास्त्रयस्ते मार्गगता ज्येष्ठमध्यमकनिष्ठाः ।
 स्वधने ज्येष्ठो मध्यमधनमात्रं मध्यमाय ददौ ॥ २६०३ ॥
 स तु मध्यमो जघन्यजघनमात्रं यच्छति स्मास्य ।
 समधनिकाः स्युस्तेषां हस्तगतं ब्रूहि गणक संचिन्त्य ॥ २६१३ ॥
 वैश्यात्मजाश्च पञ्च ज्येष्ठादनुजः स्वकीयधनमात्रम् ।
 लेभे सर्वेऽप्येवं समवित्ताः किं तु हस्तगतम् ॥ २६२३ ॥
 वणिजः पञ्च स्वस्वादर्थं पूर्वस्य दत्त्वा तु ।
 समवित्ता संचिन्त्य च किं तेषां ब्रूहि हस्तगतम् ॥ २६३३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी व्यापारी के तीन लड़के थे । बड़ा, मँझला और छोटा, तीनों किसी रास्ते से कहीं जा रहे थे । बड़े ने अपने धन में से मँझले को उतना धन दिया जितना कि मँझले के पास था । इस मझले ने अपने धन में से छोटे को उतना दिया जितना कि छोटे के पास था । अंत में उनके पास बराबर-बराबर धन हो गया । हे गणितज्ञ ! सोचकर बतलाओ कि आरम्भ में उनके पास (क्रमशः) कितना-कितना धन था ? ॥ २६०३-२६१३ ॥ किसी व्यापारी के पाँच लड़के थे । द्वितीय पुत्र ने बड़े से उतना धन लिया जितना कि उसका हस्तगत धन था । बाकी सभी ने ऐसा ही किया । अंत में उन सबके पास बराबर-बराबर धन हो गया । बतलाओ कि आरम्भ में उनके पास कितनी-कितनी रकम थी ? ॥ २६२३ ॥ पाँच व्यापारी समान धन वाले हो गये, जब कि उनमें से प्रत्येक ने अपनी खुद की रकम में से, जो उसके सामने आया, उसे उसी के धन से आधा दे दिया । सोचकर बतलाओ कि उनके पास आरम्भ में कितना-कितना धन था ? ॥ २६३३ ॥ ६ व्यापारी थे । बड़ों ने, जो कुछ उनके हाथ में

जावेगा—

१-३ या २ उपअंतिम मनुष्य के धन के सम्बन्ध में गुणज (multiple) है । यह २ एक से मिलाने पर ३ हो जाता है, जो दूसरों के धनों के संबन्ध में गुणज अथवा अपवर्त्य (multiple) हो जाता है ।

अत्र १, १ ।

उपअंतिम १ को २ से गुणित कर और अन्य को ३ द्वारा गुणित करने से हमें

यह प्राप्त होता है २, ३ ।

अन्त के अंक में १ जोड़ने पर यह प्राप्त होता है २, ४ ।

अत्र यह लिखते हैं २, ४, ४ ।

उपअंतिम ४ को २ द्वारा और अन्य को ३ द्वारा गुणित कर और अंत के अंक में जोड़ने पर हमें यह प्राप्त होता है । ६, ८, १३ ।

पुनः ६, ८, १३, १३ ।

उपर की तरह, फिर से उन्हीं क्रियाओं को दुहराने पर हमें यह प्राप्त होता है: १८, २४, २६ ४०, ५४, ७२, ७८, ८०, १२१ ।

अंतिम पंक्ति की सख्याएँ ५ व्यापारियों की अलग अलग हस्तगत रकमों का निरूपण करती हैं । बीबीय रूप से :—अ-३ ब=३ ब-३ स=३ स-३ द=३ द-३ इ=३ इ,

जहाँ अ, ब, स, द, इ पाँच व्यापारियों की हस्तगत रकमें हैं ।

बणिज्ज' पट् स्वधनावृद्धिप्रिभागमात्रं क्रमेण लब्धयेष्टा ।
स्वस्वानुवाय वृत्त्वा समभित्ता' किं च हस्तगतम् ॥ २६४२ ॥

परस्परहस्तगतधनसंख्यामात्रधनं वृत्त्वा समभनानयनसूत्रम्—
वाञ्छामल्लं रूपं पव्युतमादानुपयुपर्येतत् ।
संस्थाप्य संख्याञ्छागुणितं रूपोनमितरेषाम् ॥२६५२॥

अश्रोद्देशकः

बणिज्जस्य' परस्परकरस्वधनमेकतोऽभ्योम्यम् ।
वृत्त्वा समभित्ता' स्युः किं स्याद्वस्तस्वितं ब्रूयम् ॥ २६६२ ॥

या धपने से डोटों को क्रमसा ३ एकम (उसकी जो उनके हाथों में अलग-अलग थी) क्रमानुसार थी । बाद में वे सब समाव बन बाँडे हो गये । उन सबके पास अलग-अलग हाव में कौब-कौब सी रकमें थीं । ॥ २६४२ ॥

हाव की समाव रकमों को निकालने के किये निबध जब कि कुछ (संख्या के) मनुष्य एक से दूसरे को आपस में ही उतना धन देते हैं जितना कि क्रमशः उनके हाव में तब रहता है—

प्रथ में मन से जुनी हुई गुणज (multiple) राशि द्वारा एक को भावित करते हैं । इसमें इस व्यापार में भाग छेनेवाले मनुष्यों की संगत संख्या जोड़ते हैं । इस प्रकार प्रथम मनुष्य के हाव का प्रारम्भिक धन प्राप्त होता है । यह और उसके बाद के एक क्रम में छिड़े जाते हैं, और उनमें से प्रत्येक को एक द्वारा बढ़ाई गई मन से जुनी हुई संख्या द्वारा गुणित किया जाता है और एक को तब एक द्वारा भावित करते हैं । इस प्रकार, प्रत्येक के पास का (धारम्भ में उनके हाव का) धन (जितना था उतना) प्राप्त होता जाता है ॥ २६५२ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

३ व्यापारियों में से प्रत्येक ने दूसरों को जितना उनके पास उस समय था उतना दिया । तब वे समान बचवान् बन गये । उनमें से प्रत्येक के पास अलग-अलग धारम्भ में कितनी-कितनी रकम थी ? ॥ २६६२ ॥ चार व्यापारी थे । उनमें से प्रत्येक ने दूसरों से उतनी रकम प्राप्त की जितनी कि बसके

(२६५२) गाथा २६६२ में दिये गये प्रश्न को निम्नपैठि से हक करने पर निबध स्पष्ट हो जावेगा—

१ को मन से जुने हुए गुणज (multiple) द्वारा भावित करते हैं । इसमें मनुष्यों की संख्या ३ जोड़ने पर ४ प्राप्त होता है । यह प्रथम स्थिति क हाव की रकम है । यह ४ मन से जुने हुए गुणज १ को १ द्वारा बढ़ाने से प्राप्त २ द्वारा गुणित होकर, ८ बन जाता है । जब इसमें से १ घटाया जाता है, तो हमें ७ प्राप्त होता है जो दूसरे धारमी के हाव की रकम है ॥ २६५२ ॥

यह ७ ऊपर की तरह २ द्वारा गुणित होकर, और फिर एक द्वारा भावित होकर १३ होता है, जो तीसरे धारमी के हाव की रकम है । यह दस निम्नलिखित लमीकरण से तरबता पूर्वक प्राप्त हो सकता है—

$$४ (अ-ब-स) = २ [२ ब - (अ-ब-स) - २ स] = ४ स - २ (अ-ब-स) -$$

$$[२ ब - (अ-ब-स) - २ स]$$

वणिजश्चत्वारस्तेऽप्यन्योन्यधनार्धमात्रमन्यस्मात् ।

स्वीकृत्य परस्परत समवित्ताः स्युः कियत्करस्थधनम् ॥ २६७ १/२ ॥

जयापजययोर्लाभानयनसूत्रम् —

स्वस्वछेदाशयुती स्थाप्योर्ध्वाधर्यतः क्रमोत्क्रमश्च ।

अन्योन्यच्छेदाशकगुणितौ वज्रापवर्तनक्रमश्च ॥ २६८ १/२ ॥

छेदाशक्रमवत्स्थिततदन्तराभ्यां क्रमेण संभक्तौ ।

स्वांशहरघ्नान्यहरौ वाञ्छाघ्नौ व्यस्ततः करस्थामिति ॥ २६९ १/२ ॥

अत्रोद्देशकः

दृष्ट्वा कुक्कुटयुद्धं प्रत्येकं तौ च कुक्कुटिकौ । उक्तौ रहस्यवाक्यैर्मन्त्रौषधशक्तिमन्महापुरुषेण ॥२७० १/२ ॥

पास की आधी उस (रकम देने के) समय थी । तब वे सब समान धनवाले बन गये । आरम्भ में प्रत्येक के पास कितनी-कितनी रकम थी ? ॥२६७ १/२ ॥

(किसी जुए में) जीत और हार से (बराबर) लाभ निकालने के लिये नियम—

(प्रश्न में दी गई दो भिन्नीय गुणज) राशियों के अंशों और हरों के दो योगो को एक दूसरे के नीचे नियमित क्रम में लिखा जाता है, और तब व्युत्क्रम में लिखा जाता है । (दो योगों के कुलकों (sets) में से पहिले की) इन राशियों को वज्रापवर्तन क्रिया के अनुसार हर द्वारा गुणित करते हैं, और दूसरे कुलक की राशियों को उसी विधि से दूसरी संकलित (summed up) राशि की सगत भिन्नीय राशि के अंश द्वारा गुणित करते हैं । प्रथम कुलक सम्बन्धी प्राप्त फलों को हरों के रूप में लिख लिया जाता है, तथा दूसरे कुलक सम्बन्धी प्राप्त फलों को अंशों के रूप में लिख लिया जाता है । प्रत्येक कुलक के हर और अंश का अंतर भी लिख लिया जाता है । तब इन अंतरों द्वारा (प्रश्न में दिये गये प्रत्येक गुणज भिन्नो के) अंश और हर के योग को दूसरे के हर से गुणित करने से प्राप्त फलों को क्रमशः भाजित किया जाता है । ये परिणामी राशियाँ, दृष्ट लाभ के मान से गुणित होने पर, (दाँव पर लगाने वाले जुआड़ियों के) हाथ की रकमों को व्युत्क्रम में उत्पन्न करती हैं ॥२६८ १/२—२६९ १/२ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

मन्त्र और औषधि की शक्ति वाले किसी महापुरुष ने मुर्गों की लड़ाई होती हुई देखी, और मुर्गों के स्वामियों से अलग-अलग रहस्यमयी भाषा में मन्त्रणा की । उसने एक से कहा, “यदि तुम्हारा पक्षी जीतता है, तो तुम मुझे दाँव में लगाया हुआ धन दे देना । यदि तुम हार जाओगे, तो मैं तुम्हें दाँव में लगाये हुए धन का ३/४ दे दूंगा ।” वह फिर दूसरे मुर्गों के स्वामी के पास गया, जहाँ उसने

(२६८ १/२—२६९ १/२) बीजीय रूप से,

$$क = \frac{(स + द) ब}{(स + द) ब - (अ + ब) स} \times प, \text{ और } ख = \frac{(अ + ब) द}{(अ + ब) द - (स + द) अ} \times प, \text{ जहाँ}$$

क और ख जुआड़ियों के हाथ की रकमों हैं, और $\frac{अ}{ब}, \frac{स}{द}$, उनमें से लिये गये भिन्नीय भाग हैं, और प लाभ है । इसे समीकार से भी प्राप्त किया जा सकता है, यथा—

$$क - \frac{स}{द} ख = प = ख - \frac{अ}{ब} क, \text{ जहाँ क और ख अज्ञात राशियाँ हैं ।}$$

उपति द्वि पक्षो ते मे वेद्वि स्वर्णं ह्यविजयोऽसि वृथा ते ।
 तद्द्वित्रयं द्वाकमशेषपरं च पुन स संघृत्य ॥ २०१२ ॥
 त्रिभक्तुर्भ प्रतिपाञ्चत्युभयस्माद् द्वावृक्षौ च छमः स्यात् ।
 षट्पञ्चदशतिक्करस्यं त्रुद्वि र्धं गणकमुखतिलक ॥ २०२३ ॥

राशिउभयच्छेदमिभ्रविभागसूत्रम्—

मिभ्रादुनितसंख्या छेद सैकेन तेन शेषस्य ।

मार्गं हत्वा छम्पं छामोनितशेष एव राशिः स्यात् ॥ २०३३ ॥

अत्रोद्देशकाः

केनापि किमपि भक्तं सच्छेदो राशिमिश्रितो छमः ।
 पञ्चाशत्त्रिमिरभिक्षा तच्छेद किं भवेत्सूत्रम् ॥ २०४३ ॥

इष्टसंख्यायोस्यत्यास्यबगौमूखराश्चानयन्सूत्रम् -

योस्यत्यास्ययुतिः सरूपविपसामभ्रान्भिता वर्गिता
 व्यमा बन्धहता च रूपसहिता स्यास्यैक्यशेषाप्रयो ।

उन्नीं वृत्तामो में द्वाँव में छगाये गये धन का ३ घन देने की प्रतिशा की । प्रत्येक वृत्ता में उसे दोबो से केवल १२ (स्वर्ण के टुकड़े) काम के रूप में मिले । हे गणक मुख तिलक ! वतकाओ कि प्रत्येक पक्षी के स्वामी के पास द्वाँव में छगाने के किये द्वाच में कितना-कितना धन था ? ॥२० - २०२३॥

अज्ञात भाग्य संख्या, अज्ञतफल और भाजक को उनके मिश्रित योग में से अज्ञात-अज्ञा करने के किये विधनाः—

कोई भी शुक्तिधाजक मनसे चुनी हुई संख्या जिसे दिये गये मिश्रित योग में से बघाना पड़ता है प्रथ से भाजक होती है । इस भाजक को १ द्वारा बघाने से प्राप्त राशि द्वारा, मन से चुनी हुई संख्या को दिये गये मिश्रित योग में से बघाने से प्राप्त शेष को भाजित किया जाता है । इससे इह अज्ञतफल प्राप्त होता है । बहो (उपर्युक्त) शेष इस अज्ञतफल से हासित होकर इह भाग्य संख्या बन जाता है ॥२०३३॥

उदाहरणार्थ मस

कोई अज्ञात राशि किसी अन्य अज्ञात राशि द्वारा भाजित होती है । पहाँ भाजक, भाग्य संख्या और अज्ञतफल का योग ५३ है । वह भाजक क्या है तथा अज्ञतफल क्या है ? ॥२०४३॥

इस संख्या को निष्कारने के किये नियम जो सूत्र संख्या में कोई ज्ञात संख्या को जोड़ने पर वर्गमूक बन जाती है अथवा जो सूत्र संख्या में से दूसरी शत संख्या बटाई जाने पर वर्गमूक बन जाती है—

जोड़ी जाने वाली राशि और बटाई जानेवाली राशि के योग को उस योग की निष्कृतम दुस्र संख्या से ऊपर के अतिरेक (excess above the even number) में एक जोड़ने से प्राप्त फल द्वारा गुणित करते हैं । परिणामी गुणफल को अज्ञा किया जाता है और तब वर्गित किया जाता है । इस वर्गित राशि में से उपर्युक्त सम्यक चाधिषय (योग की निष्कृतम दुस्र संख्या से ऊपर का अतिरेक—excess) बघाते हैं । वह फल ३ द्वारा भाजित किया जाता है, और तब १ में जोड़ा जाता

शेषैक्यार्धयुतोनिता फलमिदं राशिर्भवेद्वाञ्छयो-
स्त्याज्यात्याज्यमहत्त्वयोरथ कृतेर्मूलं ददात्येव स' ॥ २७५३ ॥

अत्रोद्देशकः

राशिः कश्चिद्दशभिः संयुक्तः सप्तदशभिरपि हीनः ।
मूलं ददाति शुद्धं तं राशिं स्यान्ममाशु वद गणक ॥ २७६३ ॥
राशिः सप्तभिरुनो यः सोऽष्टादशभिरन्वितः कश्चित् ।
मूलं यच्छति शुद्धं विगणय्याचक्ष्व त गणक ॥ २७७३ ॥
राशिद्वित्र्यंशोनस्त्रिसप्तभागान्वितस्स एव पुनः ।
मूलं यच्छति कोऽसौ कथय विचिन्त्याशु तं गणक ॥ २७८३ ॥

है । परिणामी राशि को क्रमशः ऐसी दो राशियों के आधे अन्तर में जोड़ा जाता है, अथवा अर्द्ध अन्तर में से घटाया जाता है, जिन्हें कि अयुग्म बनानेवाली अतिरेक राशि द्वारा उन दशांशों में हासित किया जाता है अथवा बढ़ाया जाता है, जब कि घटाई जानेवाली दी गई मूल राशि जोड़ी जानेवाली दी गई मूल राशि से बढ़ी अथवा छोटी होती है । इस प्रकार प्राप्त फल वह संख्या होती है, जो दत्त राशियों से इच्छानुसार सम्बन्धित होकर, निश्चित रूप से वर्गमूल को उत्पन्न करती है ॥ २७५३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

कोई संख्या जब १० से बढ़ाई अथवा १७ से घटाई जाती है, तब वह यथार्थ वर्गमूल बन जाती है । यदि सम्भव हो तो, हे गणितज्ञ, मुझे शीघ्र ही वह संख्या बतलाओ ॥ २७६३ ॥ कोई राशि जब ७ द्वारा हासित की जाती है अथवा १८ द्वारा बढ़ाई जाती है, तो वह यथार्थ वर्गमूल बन जाती है । हे गणक ! उस संख्या को गणना के पश्चात् बतलाओ ॥ २७७३ ॥ कोई राशि ३ द्वारा हासित होकर, अथवा ६ द्वारा बढ़ाई जाकर यथार्थ वर्गमूल उत्पन्न करती है । हे गणक, सोचकर शीघ्र ही वह सम्भव संख्या बतलाओ ॥ २७८३ ॥

(२७५३) बीजीय रूप से, मानलो निकाली जानेवाली राशि क है, और उसमें जोड़ी जानेवाली अथवा उसमें से घटाई जानेवाली राशिया क्रमशः अ, ब हैं, तब इस नियम का निरूपण करनेवाला सूत्र निम्नलिखित होगा*—

$$\left\{ \frac{\{ (अ + ब) \times (१ + १) - २ \}^2 - १}{४} \right\} + १ \pm \frac{अ - ब \pm १}{२},$$

इसका मूलभूत सिद्धान्त इस प्रकार निकाला जा सकता है । $(न + १)^2 - न^2 = २न + १$ जो अयुग्म संख्या है, और $(न + २)^2 - न^2 = ४न + ४$ जो युग्म संख्या है, जहाँ 'न' कोई भी पूर्णांक है । नियम बतलाता है कि हम $२न + १$ और $४न + ४$ से किस प्रकार $न^2 + अ$ प्राप्त कर सकते हैं, जब कि हम जानते हैं कि $२न + १$ अथवा $४न + ४$ को $अ + ब$ के बराबर होना चाहिये ।

(२७८३) गाथा २७५३ के नोट में ब और अ द्वारा निरूपित संख्यायें (जो वास्तव में ३ और ६ हैं), इस प्रश्न-में भिन्नीय होने के कारण, यह आवश्यक है कि दिये गये नियम के अनुसार उन्हें

* इसे रंगाचार्य ने निम्न प्रकार दिया है जो नियम से नहीं मिलता है ।

$$\left\{ \frac{(a + b) + (1 + 1) - 2}{4} \right\}^2 - 1 + 1 \pm \frac{a - b \pm 1}{2}$$

इष्टसंख्याहीनयुक्तयोगेभूमानयनसूत्रम्—

चरिष्टो यो राशित्थ्यर्थाष्टवर्गितोऽय रूपयुत । यच्छति मूलं स्वेषात्संयुक्ते चापनीते च ॥२०९३॥

अत्रोदेशकः

वृद्धमि संमिभोऽय वृद्धमिस्वैर्षैर्जितस्तु संशुद्धम् ।

यच्छति मूलं गणक प्रकथय संभित्य राशि मे ॥ २८०३ ॥

इष्टवर्गीकृतराशिद्वयाविष्टघ्नावन्तरमूलाविष्टानयनसूत्रम्—

सैकेष्टव्येकेष्टावर्षाष्टस्माथ वर्गितौ राशी । यत्ताविष्टभाषय तद्विष्टलेपस्य मूळमिष्टं स्वाम् ॥२८१३॥

जो किसी श्राव संख्या द्वारा बढ़ाई जयवा हासित की जाती है, ऐसी ज्ञात संख्या के वर्गमूल को निकालने के द्विये नियम—

ही गई श्राव राशि को भाषा करके वर्गित किया जाता है और तब उसमें एक जोड़ा जाता है । परिणामी संख्या को जब या तो इष्टित की हुई राशि द्वारा बढ़ाते हैं जयवा उसी की हुई राशि द्वारा हासित करते हैं तब बचार्थ वर्गमूल प्राप्त होता है ॥ २०९३ ॥

उदाहरणार्थ प्रथम

एक संख्या है, जो जब १ द्वारा बढ़ाई जाती है जयवा १ द्वारा हासित की जाती है, तो पचास वर्गमूल को देती है । हे गणक ठीक तरह सोच कर यह संख्या क्यासे ॥ २८३ ॥

ज्ञात संख्या द्वारा गुणित इष्ट वर्ग राशियों की सहायता से और साथ ही इन गुणनफलों के अंतर के वर्गमूल के मान को उपपन्न करने वाली उसी श्राव संख्या की सहायता से, जहाँ दो इष्ट वर्ग राशियों को निकालने के नियम—

ही गई संख्या को १ द्वारा बढ़ाया जाता है और उसी ही गई संख्या को १ द्वारा हासित भी किया जाता है । परिणामी राशियों को जब भाषा कर वर्गित किया जाता है तो दो इष्ट राशियाँ उत्पन्न होती हैं । यदि इन्हें अलग-अलग ही गई राशि द्वारा गुणित किया जावे तो इन गुणनफलों के अंतर के वर्गमूल से ही हुई राशि उत्पन्न होती है ॥ २८१३ ॥

इस करने की क्रिया द्वारा इटा दिया जाव । इसके निये के पहिले एक से इर वाली बना भी जाती है और क्रमशः ३ और २५ द्वारा निरूपित की जाती है । तब इन राशियों को (२१)^२ द्वारा गुणित किया जाता है तिनसे २५४ तथा १८९ बहीर्ष प्राप्त होती हैं, जो प्रथम में ५ और अ मान भी गई हैं । इन मानी हुई ५ और अ राशियों के द्वारा मात ५५ का (२१)^२ द्वारा मावित किया जाता है, और मबनफल ही प्रथम का उत्तर होता है ।

(२०९) यह माया २०५ में तिये गये नियम की केवल एक विशिष्ट रथा है, जहाँ अ को ५ के बराबर किया जाता है ।

(२८१३) बीबीन रूप से, जब ही गई संख्या ८ होती है, तब $\left(\frac{५+१}{२}\right)^२$ और $\left(\frac{५-१}{२}\right)^२$ यह वर्गित राशियाँ होती हैं ।

अत्रोद्देशकः

यौकौचिद्वर्गाकृतराशी गुणितौ तु सैकसप्तत्या । सद्विश्लेषपद स्यादेकोत्तरसप्ततिश्च राशी कौ ॥
विगणय्य चित्रकुट्टिकगणित यदि वेत्सि गणक मे ब्रूहि ॥ २८३ ॥

युतहीनप्रक्षेपकगुणकारानयनसूत्रम्—

संवर्गितेष्टशेषं द्विष्टं रूपेष्टयुतगुणाभ्या तत् । विपरीताभ्या विभजेत्प्रक्षेपौ तत्र हीनौ वा ॥२८४॥

अत्रोद्देशकः

त्रिकपञ्चकसंवर्गं पञ्चदशाष्टादशैव चेष्टमपि । इष्टं चतुर्दशात्र प्रक्षेपः कोऽत्र हान्तिर्वा ॥२८५॥

विपरीतकरणानयनसूत्रम्—

प्रत्युत्पन्ने भागो भागे गुणितोऽधिके पुन शोध्यः । वर्गे मूलं मूले वर्गे विपरीतकरणमिदम् ॥२८६॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

दो अज्ञात वर्गित राशियो को ७१ द्वारा गुणित किया जाता है । इन दो परिणामी गुणनफलों के अंतर का वर्गमूल भी ७१ होता है । हे गणक, यदि चित्र कुट्टीकार से परिचित हो, तो गणना कर उन दो अज्ञात राशियों को मुझे बतलाओ ॥ २८२^३-२८३ ॥

किसी दिये गये गुण्य और दिये गये गुणकार (multiplier) के सम्बन्ध में इष्ट बढ़ती या घटती को निकालने के लिये नियम (ताकि दत्त गुणनफल प्राप्त हो)—

इष्ट गुणनफल और दिये गये गुण्य तथा गुणस्कार का परिणामी गुणनफल (इन दोनों गुणनफलों) के अंतर को दो स्थानों में लिखा जाता है । परिणामी गुणनफल के गुणावयवों में से किसी एक में १ जोड़ते हैं, और दूसरे में इष्ट गुणनफल जोड़ते हैं । ऊपर दो स्थानों में इच्छानुसार लिखा गया वह अंतर अलग अलग इस प्रकार प्राप्त होने वाले योगो द्वारा व्यस्त क्रम में भाजित किया जाता है । ये उन राशियों को उत्पन्न करते हैं, जो क्रमशः दिये गये गुण्य और गुणकार अथवा क्रमशः उनमें से घटाई जाने वाली राशियों में जोड़ी जाती हैं ॥ २८४ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

३ और ५ का गुणनफल १५ है । इष्ट गुणनफल १८ है, और वह १४ भी है । गुण्य और गुणकार में यहाँ कौन सी तीन राशियाँ जोड़ी जाँय अथवा उनमें से घटाई जाँय ? ॥ २८५ ॥

विपरीतकरण (working backwards) क्रिया द्वारा इष्ट फल प्राप्त करने के लिए नियम—

जहाँ गुणन है वहाँ भाजन करना, जहाँ भाजन है वहाँ गुणन करना, जहाँ जोड़ किया गया है वहाँ घटाना करना, जहाँ वर्ग किया गया है वहाँ वर्गमूल निकालना, जहाँ वर्गमूल दिया गया है वहाँ वर्ग करना—यह विपरीतकरण क्रिया है ॥ २८६ ॥

(२८४) जोड़ी जानेवाली ओर घटाई जानेवाली राशियाँ ये हैं—

$$\frac{द}{द+व} \text{ और } \frac{द}{अ+१}$$

क्योंकि $\left(अ \pm \frac{द}{द+व} \right) \left(व + \frac{द}{अ+१} \right) = द$, जहाँ अ और व दिये गये गुणनखंड हैं, और

द इष्ट गुणन है ।

अत्रोद्देशकः

सप्तहते को राशिस्त्रिगुणो वर्गीकृतः सारैर्युक्तः ।

त्रिगुणितपञ्चाशद्दत्तस्त्वर्षितमूलं च पञ्चरूपाणि ॥ २८० ॥

साधारणशरपरिध्यानयनसूत्रम्—

शरपरिधिप्रिकमिच्छन् वर्णितमेतत्सुनस्त्रिभिः सहितम् ।

द्वादशहतेऽपि छर्ष्यं शरसंख्या स्यात्कृत्वापकाविष्टा ॥ २८८ ॥

उदाहरणार्थं प्रस्त

यह कील सी राशि है, जो ० द्वारा मापित होकर तब ३ द्वारा गुणित होकर तब वर्णित की जाकर, तब ५ द्वारा बढ़ाई जाकर, तब ३ द्वारा मापित होकर तब क्यपी होकर और तब वर्गमूल निकाला जाने पर ५ होती है ? ॥ २८० ॥

तरकस के साधारण परिध्यान (common circumferential layer) की संरचना करनेवाले तीरों की शुद्ध संख्या की सहायता से किसी तरकस में रखे हुए बाणों की संख्या निकालने के लिये नियम—

परिध्यान बनाने वाली बाणों की संख्या में ३ जोड़ो तब इस परिधायी बोग को वर्णित करो, और इस वर्णित राशि में फिर से ३ जोड़ो। यदि प्राप्तफल १२ द्वारा मापित किया जाय तो भक्तकस तरकस के तीरों की संख्या का प्रमाण बन जाता है ॥२८४॥

(२८८) तीरों की कुल संख्या प्राप्त करने के लिये यहाँ दिया गया सूत्र $\frac{(n+3)^2+9}{12}$ है।

यहाँ 'n' परिध्यान धारों की संख्या है। यह सूत्र निम्नलिखित रीति से भी प्राप्त हो सकती है—

रेखागणित (ज्यामिति) से सिद्ध किया जा सकता है कि किसी वृत्त के चारों ओर केवल ६ वृत्त लींचे जा सकते हैं। ऐसे सभी वृत्त शुद्ध होते हैं, तथा प्रत्येक वृत्त दो आसन्न वृत्तों को स्पर्श करता हुआ बीच के (केन्द्रीय) वृत्त को भी स्पर्श करता है। इन वृत्तों के चारों ओर फिर से ठठने ही नारके १२ वृत्त उही प्रकार लींचे जा सकते हैं और फिर से इन वृत्तों के चारों ओर केवल ऐसे ही १८ वृत्त लींचे जायेंगे सम्भव है इत्यादि। इस प्रकार, प्रथम घेरे में ६ वृत्त, दूसरे में १२, तीसरे में १८ होते हैं, इत्यादि। इसलिये ५ वें घेरे में ६ व वृत्त होंगे। अब ५ घेरे में वृत्तों की कुल संख्या (केन्द्रीय वृत्त से गिनी जाकर) —

$$1 + 1 \times 6 + 2 \times 6 + 3 \times 6 + \dots + 5 \times 6 = 1 + 6(1 + 2 + 3 + \dots + 5)$$

$$= 1 + 6 \frac{5(5+1)}{2} = 1 + 95(5+1) \text{ होगी। यदि ६ व का मान 'n' दिया गया हो, तो कुल}$$

वृत्तों की संख्या $1 + 3 \times \frac{n}{6} \left(\frac{n}{6} + 1 \right)$ होगी जो इस नोट के आरम्भ में दिये गये सूत्र रूप में प्रदर्शित की जा सकती है।

अत्रोद्देशकः

परिधिशरा अष्टादश तूणीरस्थाः शरा. के स्यु' ।

गणितज्ञ यदि विचित्रे कुट्टीकारे श्रमोऽस्ति ते कथय ॥ २८९ ॥

इति मिश्रकव्यवहारे विचित्रकुट्टीकारः समाप्तः ।

श्रेढीबद्धसंकलितम्

इत' परं मिश्रकगणिते श्रेढीबद्धसंकलितं व्याख्यास्यामः ।

हीनाधिकचयसंकलितधनानयनसूत्रम्—

व्येकार्धपदोनाधिकचयघातोनान्वितः पुनः प्रभवः ।

गच्छाभ्यस्तो हीनाधिकचयसमुदायसंकलितम् ॥ २९० ॥

अत्रोद्देशकः

चतुरस्तरदश चादिहीनचयस्त्रीणि पञ्च गच्छ' किम् ।

द्वावादिर्वृद्धिचयः षट् पदमष्टौ धनं भवेदत्र ॥ २९१ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

परिध्यान शरों की संख्या १८ है । कुल मिलाकर तरकश में कितने शर हैं, हे गणितज्ञ, यदि तुमने विचित्र कुट्टीकार के सम्बन्ध में कष्ट किया है, तो इसे हल करो ॥२८९॥

इस प्रकार, मिश्रक व्यवहार में विचित्र कुट्टीकार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

श्रेढीबद्ध संकलित (श्रेणियों का संकलन)

इसके पश्चात् हम गणित में श्रेणियों के संकलन की व्याख्या करेंगे ।

धनात्मक अथवा ऋणात्मक प्रचयवाली समान्तर श्रेणी के योग को निकालने के लिये नियमः—

प्रथमपद उस गुणनफल के द्वारा या तो घटाया अथवा बढ़ाया जाता है, जो ऋणात्मक या धनात्मक प्रचय में श्रेणी के एक कम पदों की संख्या की अर्द्ध राशि का गुणन करने से प्राप्त होता है । तब यह प्राप्तफल श्रेणी के पदों की संख्या से गुणित किया जाता है । इस प्रकार, धनात्मक अथवा ऋणात्मक प्रचयवाली समान्तर श्रेणी के योग को प्राप्त किया जाता है ॥२९०॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

प्रथम पद १४ है, ऋणात्मक प्रचय ३ है, पदों की संख्या ५ है । प्रथमपद २ है, धनात्मक प्रचय ६ है, और पदों की संख्या ८ है । इन दशांशों में से प्रत्येक में श्रेणी का योग बतलाओ ॥२९१॥

(२९०) बीजीय रूप से, $\left(\frac{n-1}{2} \pm a \right) n = s$, जहाँ n पदों की संख्या है, a प्रथम पद है, b प्रचय है, और s श्रेणीका योग है ।

अधिक्यहीनोत्तरसंकलितघने आद्यत्तरानयनसूत्रम्—

गच्छविमक्ते गणिते रूपोत्पदाद्यैर्गुणितप्रयहीने ।

आदि पदद्वयविसं पाद्युत्तं व्येकपदद्वयद्वय प्रथय ॥ २९२ ॥

अत्रोद्देशकः

चत्वारिंशद्गुणितं गच्छ पञ्च त्रय प्रथय । न ज्ञायतेऽधुनाकिं प्रमथो हिः प्रथयमाचक्ष्व ॥२९३॥

श्रेढीसंकलितगच्छानयनसूत्रम्—

आदिविहीनो छाम प्रथयाद्यैर्द्वय स एव रूपयुत ।

गच्छो छाभेन गुणो गच्छ ससंकलितघनं च संभवति ॥ २९४ ॥

अत्रोद्देशकः

त्रोण्युत्तरमादिर्द्वे घनिताभिः प्रोत्पन्नानि मच्छानि ।

एकस्या भागोऽष्टौ कति घनिता कति च कुसुमानि ॥ २९५ ॥

घनात्मक अथवा अज्ञातक प्रथयवाकी समाप्तर श्रेणी के योग के सम्बन्ध में प्रथमपद और प्रथम निकाहने के छिये नियम—

श्रेणी के द्विजे गये योग को पदों की संख्या द्वारा भाजित करो और परिणामी मजबूत में से प्रथम द्वारा गुणित एक कम पदों की संख्या की आधीराशि को बटाओ । इस प्रकार श्रेणी का प्रथमपद प्राप्त होता है । श्रेणी के योग को पदों की संख्या द्वारा भाजित करते हैं । इस परिणामी मजबूत में से प्रथम पद बटाते हैं । सेव को जब १ कम पदों की संख्या की आधी राशि द्वारा भाजित करते हैं तो प्रथम प्राप्त होता है ॥२९२०

उदाहरणार्थ प्रश्न

श्रेणी का योग ४ है पदों की संख्या ५ है; प्रथम ३ है; प्रथमपद ज्ञात है । उसे निकालो । यदि प्रथमपद २ हो तो प्रथम प्राप्त करो ॥ २९३ ॥

जो योग को पदों की अज्ञात संख्या से भाजित करने पर मजबूत के रूप में प्राप्त होता है, ऐसे ज्ञात काम की सहायता से समाप्तर श्रेणी में योग और पदों की संख्या निकालने के छिये नियम—

काम को प्रथम पद (आदिपद) द्वारा हासित किया जाता है, और तब प्रथम की आधी राशि द्वारा भाजित किया जाता है । परिणामी राशि में १ जोड़ने पर श्रेणी के पदों की संख्या प्राप्त होती है । श्रेणी के पदों की संख्या को काम द्वारा गुणित करने पर श्रेणी का योग प्राप्त होता है ॥ २९४ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

समाप्तर श्रेणी के योग प्रत्येक कोई संख्या के अल्पक फूट छिये गये । २ प्रथमपद है ३ प्रथम है । कोई संख्या की निम्नो में आपस में च फूट बराबर-बराबर बटि । प्रत्येक श्रेणी को ८ फूट हिरले में मिठें । जिनको कितनी थी और फूट कितने थे ? ॥ २९५ ॥

(२९२) बीबीव रूप से

$$अ = \frac{घ}{न} - \frac{न-१}{२} व; और व = \left(\frac{घ}{न} - अ \right) + \frac{न-१}{२}$$

(२९४) बीबीव रूप से, $म = \frac{घ-अ}{व/२} + १$ वहाँ $क = \frac{घ}{न}$ को काम है ।

(२९५) शिष्यो की सफा ही इस प्रश्न में पदों की संख्या है ।

वर्गसंकलितानयनसूत्रम्—

सैकेष्टकृतिर्द्विग्रा सैकेष्टोनेष्टदलगुणिता । कृतिघनचितिसंघातस्त्रिकभक्तो वर्गसंकलितम् ॥ २९६ ॥

अत्रोद्देशकः

अष्टाष्टादशविंशतिषण्च्येकाशीतिषट्कृतीनां च ।

कृतिघनचितिसंकलित वर्गचितिं चाशु मे कथय ॥ २९७ ॥

इष्टाद्युत्तरपदवर्गसंकलितघनानयनसूत्रम्—

द्विगुणै मोनपद्मोत्तरकृतिहृतिषष्ठांशमुखचयहतयुति ।

व्येकपदद्वा मुखकृतिसहिता पदताडितेष्टकृतिचितिका ॥ २९८ ॥

एक से आरम्भ होने वाली दी गई संख्या की प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग निकालने के लिये नियम—

दी गई संख्या को एक द्वारा बढ़ाते हैं, और तब वर्गित करते हैं। यह वर्गित राशि २ से गुणित की जाती है, और तब एक द्वारा बढ़ाई गई दत्त राशि द्वारा हासित की जाती है। इस प्रकार प्राप्त शेष को दत्त संख्या की आधी राशि द्वारा गुणित करते हैं। यह परिणाम उस योग के तुल्य होता है जो दी गई संख्या के वर्ग, दी गई संख्या के घन और दी गई संख्या की प्राकृत संख्याओं को जोड़ने पर प्राप्त होता है। इस मिश्रित योग को ३ द्वारा भाजित करने पर (दी गई संख्या की) प्राकृत संख्याओं के वर्ग का योग प्राप्त होता है ॥ २९६ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

प्राकृत संख्याओं वाली कुछ श्रेणियों में, प्राकृत संख्याओं की संख्या (क्रम से) ८, १८, २०, ६०, ८१ और ३६ है। प्रत्येक दशा में वह योगफल बतलाओ, जो दी गई संख्या का वर्ग, उसका घन, और प्राकृत संख्याओं का योग जोड़ने पर प्राप्त होता है। दी गई संख्या वाली प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग भी बतलाओ ॥ २९७ ॥

समान्तर श्रेणी में कुछ पदों के वर्गों का योग निकालने के लिये नियम, जहाँ प्रथमपद, प्रचय और पदों की संख्या दी गई हो—

पदों की संख्या की दुगुनी राशि १ द्वारा हासित की जाती है, तब प्रचय के वर्ग द्वारा गुणित की जाती है, और तब ६ द्वारा भाजित की जाती है। प्राप्तफल में प्रथमपद और प्रचय के गुणनफल को जोड़ते हैं। परिणामी योग को एक द्वारा हासित पदों की संख्या से गुणित करते हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफल में प्रथमपद की वर्गित राशि को जोड़ा जाता है। प्राप्त योग को पदों की संख्या से गुणित करने पर दी गई श्रेणी के पदों के वर्गों का योग प्राप्त होता है ॥ २९८ ॥

$$(२९६) \text{ बीजीय रूप से, } \left\{ \frac{२ (न + १)^३ (न + १)}{३} \right\} \frac{न}{२} = \text{घा}_२, \text{ जो } न \text{ तक की प्राकृत}$$

संख्याओं के वर्ग का योग है ।

$$(२९८) \left[\left\{ \frac{(२न - १) व^२}{६} + अव \right\} (न - १) + अ^२ \right] न = \text{समान्तर श्रेणी के पदों के}$$

वर्गों का योग ।

अत्रोद्देशक

आदिः षट् पञ्च त्रय पदमाप्यष्टादशाय संदष्टम् ।
 पञ्चादशोत्तरचित्संकलितं किं पञ्चाष्टदशकरय ॥ ३०६३ ॥

अत्रुत्तरसंकलितानयनसूत्रम्—

संकपदार्धपञ्चादशतिरदर्थेनिहता पदोनिता त्र्यासा ।
 संकपद्व्या चित्तिषित्तिषित्तिषित्तिषित्तिषित्त्यनसुतिभवति ॥ ३०७३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

यह दया जाता है कि किसी श्रेणी का प्रथम पद १ है प्रथम ५ है और पदों की संख्या १० है ।
 इन १० पदों के सम्बन्ध में उन विभिन्न श्रेणियों के योगों के योग को बतलाओ, जो कि १ प्रथम पद
 वाली और १ प्रथम वाली हैं ॥३ १३॥

(नीचे निर्दिष्ट और किसी भी हुई संख्या द्वारा निरूपित) चार श्रेणियों के योग को निकालने
 के लिए नियम—

ही गई संख्या १ द्वारा बढ़ाई जाकर, व्यथी की जाती है और तब निम्न के द्वारा तथा ७ द्वारा
 गुणित की जाती है । इस परिणामी गुणनफल में से चही दत्त संख्या घटाई जाती है । परिणामी शेष
 को ३ द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त भजनफल जब एक द्वारा बढ़ाई गई उसी दत्त
 संख्या द्वारा गुणित किया जाता है तब चार निर्दिष्ट श्रेणियों का दृष्ट योग प्राप्त होता है । ऐसी चार
 निर्दिष्ट श्रेणियों क्रमशः ही हुई संख्या तक की प्राकृत संख्याओं का योग, ही गई संख्या तक की प्राकृत
 संख्याओं के योगों के योग, ही गई संख्या का वर्ग और ही गई संख्या का वन होती है ॥३०७३॥

$$(३ ५-३ ६३) शीरोय रूप से, \left[\left\{ \frac{(१ n-१)^2}{१} + \frac{n}{१} + ५n \right\} (n-१) \right. \\ \left. + ५ (५+१) \right] \frac{n}{१}$$

यह समान्तर श्रेणी का योग है, जहाँ प्रथमपद किंवा सीमित संख्या तक की प्राकृत संख्याओं
 वाले अर्ध के योग का निकालन करता है—ऐसी सीमित संख्या या किसी समान्तर श्रेणी का ही दत्त
 पद है ।

$$(३ ७२) शीरोय रूप से \frac{n \times (n+१) \times ७}{१} - ५ \times (n+१)$$

इस नियम से निर्दिष्ट चार श्रेणियों का योग है । जहाँ चार निर्दिष्ट श्रेणियों क्रमशः ये हैं :—
 (१) ५ प्राकृत संख्याओं का योग (२) ५ तक की विभिन्न प्राकृत संख्याओं द्वारा क्रमशः
 सीमित विभिन्न प्राकृत संख्याओं का योग (३) ५ का वर्ग और (४) ५ का वन ।

अत्रोद्देशकः

सप्ताष्टनवदशानां षोडशपञ्चाशदेकषष्ठीनाम् ।

ब्रूहि चतुःसंकलितं सूत्राणि पृथक् पृथक् कृत्वा ॥ ३०८ १/२ ॥

संघातसंकलितानयनसूत्रम्—

गच्छस्त्रिरूपसहितो गच्छचतुर्भागताडितः सैकः ।

सपदपदकृतिविनिघ्नो भवति हि संघातसंकलितम् ॥ ३०९ १/२ ॥

अत्रोद्देशकः

सप्तकृतेः षट्षष्ट्यास्त्रयोदशानां चतुर्दशानां च ।

पञ्चाग्रविंशतीनां किं स्यात् संघातसंकलितम् ॥ ३१० १/२ ॥

भिन्नगुणसंकलितानयनसूत्रम्—

समदलविषमस्वरूपं गुणगुणितं वर्गताडितं द्विष्टम् ।

उदाहरणार्थं प्रश्न

दी हुई सख्याएँ ७, ८, ९, १०, १६, ५० और ६१ है। आवश्यक नियमों को विचारकर, प्रत्येक दशा में, चार निर्दिष्ट राशियों के योग को बतलाओ ॥३०८ १/२॥

(पूर्ष व्यवहृत चार प्रकार की श्रेढियों के) सामूहिक योग को निकालने के लिये नियम—

पदों की सख्या को ३ में जोड़ते हैं, और प्राप्तफल को पदों की सख्या के चतुर्थ भाग द्वारा गुणित करते हैं। तब उसमें एक जोड़ा जाता है। इस परिणामी राशि को जब पदों की सख्या के वर्ग को पदों की सख्या द्वारा बढ़ाने से प्राप्तराशि द्वारा गुणित किया जाता है, तब वह इष्ट सामूहिक योग को उत्पन्न करती है ॥३०९ १/२॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

४९, ६६, १३, १४ और २५ द्वारा निरूपित विभिन्न श्रेढियों के सम्बन्ध में इष्ट सामूहिक योग क्या होगा ? ॥३१० १/२॥

गुणोत्तर श्रेढि में भिन्नो की श्रेढि के योग को निकालने के लिये नियम—

श्रेढि के पदों की सख्या को अलग अलग स्तम्भ में, क्रमशः, शून्य तथा १ द्वारा चिह्नित (marked) कर लिया जाता है। चिह्नित करने की विधि यह है कि युग्ममान को आधा किया जाता है, और अयुग्म मान में से १ घटाया जाता है। इस विधि को तब तक जारी रखा जाता है, जब तक कि अन्ततोगत्वा शून्य प्राप्त नहीं होता। तब इस शून्य और १ द्वारा बनी हुई प्ररूपक श्रेढि की, क्रमवार, अन्तिम १ से उपयोग में लाते हैं, ताकि यह १ साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित हो। जहाँ १ अभिधानी पद (denoting item) रहता है, वहाँ इसे फिर से साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित करते हैं। और जहाँ शून्य अभिधानी पद होता है, वहाँ वर्ग प्राप्त करने के लिये उसे साधारण निष्पत्ति द्वारा

(३०९ १/२) बीतीय रूप से, $\left\{ (n+3) \frac{n}{4} + 1 \right\} (n^2+n)$ योगों का सामूहिक योग

है, अर्थात् नियम २९६, ३०१ और ३०५ से ३०५ १/२ में बतलाई गई श्रेढियों के योगों तथा 'न' तक की प्राकृत संख्याओं के योग (इन सब योगों) का सामूहिक योग है।

पुनरपि द्वाष्टाक्षरपद्वर्गसंकलितानयनसूत्रम्—
 द्विगुणैकोनपदोत्तरकृतिवृत्तिरेकोनपदहवाङ्गुलता ।
 व्येकपदादिष्याहविमुक्तकृतियुक्ता पदाहता सारम् ॥ २९९ ॥

अत्रोद्देशकः

श्रीण्यादि पञ्च षयो गच्छ' पञ्चास्य कथय कृतिषितिकां ।
 पञ्चादिस्त्राणि षयो गच्छ' सप्तास्य षा ष कृतिषितिका ॥ ३०० ॥

घनसंकलितानयनसूत्रम्—

गच्छार्धवर्गाराशी रूपाधिकगच्छवर्गसंगुणित ।
 घनसंकलितं प्रोक्तं गणितेऽरिभम् गणिततत्त्वज्ञैः ॥ ३०१ ॥

अत्रोद्देशकः

पञ्चामष्टानामपि सप्तानां पञ्चविंशतीनां ष ।
 पट्पञ्चाष्टान्मिश्रितसप्तद्वयस्यापि कथय घनपिण्डम् ॥ ३०२ ॥

पुनः समाप्तर श्रेणी में कोई संख्या के पदों के वर्गों का योग निकालने के लिये अन्य विनय
 नहीं प्रथम पद प्रथम और पदों की संख्या ही गई हो—

श्रेणी के पदों की संख्या की दुगुनी शक्ति एक द्वारा ह्रासित की जाती है और तब प्रथम के वर्गों
 द्वारा गुणित की जाती है । प्राप्तफल एक कम पदों की संख्या द्वारा गुणित किया जाता है । यह गुणन-
 फल ६ द्वारा भाजित किया जाता है । इस परिणामी मूलफल में, प्रथम पद का वर्ग तथा एक कम
 पदों की संख्या का योग प्रथम पद और प्रथम गुण तीनों का उत्तम गुणफल जोड़ा जाता है । इस
 प्रकार प्राप्त फल पदों की संख्या द्वारा गुणित होकर वह फल को उत्पन्न करता है ॥ २९९ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

बिनी समाप्तर श्रेणी में प्रथम पद ३ है प्रथम ५ है, तथा पदों की संख्या ५ है । श्रेणी के पदों
 के वर्गों का योग को निकालो । इसी प्रकार दूसरी समाप्तर श्रेणी में प्रथम पद ५ है प्रथम ३ है, और
 पदों की संख्या ७ है । इस श्रेणी के पदों के वर्गों का योग क्या है ? ॥ ३ ॥

बिनी ही हुई संख्या की प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग को निकालने के लिये विनय—

पदों की ही गई संख्या की अर्द्धशक्ति के वर्गों द्वारा निकालित शक्ति को १ अधिक पदों की संख्या
 का भाग के वर्गों द्वारा गुणित करत है । इस गुणित में, यह फल गणिततत्त्वज्ञों द्वारा (ही हुई संख्या
 की) प्राकृत संख्याओं का भाग कहा गया है ॥ ३ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

प्राकृत द्वाया में ३ ८ ७ २५ और ३५६ पदों वाली प्राकृत संख्याओं के वर्गों का भाग
 क्या था । ३ २ ॥

(३ १) दीर्घ रूप में $(n/2) (n+1)^2 = 35$, जो न पदों तक ही प्राकृत संख्याओं
 का भाग है ।

इष्टाद्युत्तरगच्छघनसंकलितानयनसूत्रम्—

चित्यादिहतिर्मुखचयशेषन्ना प्रचयनिप्रचितिवर्गे ।

आदौ प्रचयादूने वियुता युक्ताधिके तु घनचितिका ॥ ३०३ ॥

अत्रोद्देशकः

आदिस्त्रयश्चयो द्वौ गच्छ. पञ्चास्य घनचितिका ।

पञ्चादिः सप्तचयो गच्छः षट् का भवेच्च घनचितिका ॥ ३०४ ॥

संकलितसंकलितानयनसूत्रम्—

द्विगुणैकोनपदोत्तरकृतिहतिरङ्गाहता चयार्धयुता । आदिचयाहतियुक्ता व्येकपदन्नादिगुणितेन ॥

सैकप्रभवेन युता पददलगुणितैव चितिचितिका ॥ ३०५ ॥

जहाँ प्रथम पद, प्रचय और पदों की संख्या को मन से चुना गया है, ऐसी समान्तर श्रेढि के पदों के घनों के योग को निकालने के लिये नियम—

(दी हुई श्रेढि के सरल पदों के) योग को प्रथम पद द्वारा गुणित कर, प्रथम पद और प्रचय के अंतर द्वारा गुणित करते हैं । तब श्रेढि के योग के वर्ग को प्रचय द्वारा गुणित करते हैं । यदि प्रथम पद प्रचय से छोटा हो, तो ऊपर प्राप्त गुणनफलों में से पहिले को दूसरे गुणनफल में से घटाया जाता है । यदि प्रथम पद प्रचय से बड़ा हो, तो ऊपर प्राप्त प्रथम गुणनफल को दूसरे गुणनफल में जोड़ देते हैं । इस प्रकार घनों का इष्ट योग प्राप्त होता है ॥ ३०३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

घनों का योग क्या हो सकता है, जब कि प्रथम पद ३ है, प्रचय २ है, और पदों की संख्या ५ है, अथवा प्रथम पद ५ है, प्रचय ७ है, और पदों की संख्या ६ है ? ॥ ३०४ ॥

ऐसी श्रेढि की दी हुई संख्या के पदों का योग निकालने के लिए नियम, जहाँ पद उत्तरोत्तर १ से लेकर निर्दिष्ट सीमा तक प्राकृत संख्याओं के योग हों, तथा ये सीमित संख्यायें दी हुई समान्तर श्रेढि के पद हों—

समान्तर श्रेढि में दी गई श्रेढि की पदों की संख्या की दुगुनी राशि को एक द्वारा कम करते हैं, और तब प्रचय के वर्ग द्वारा गुणित करते हैं । यह गुणनफल ६ द्वारा भाजित किया जाता है । प्राप्त फल प्रचय की अर्द्धराशि में जोड़ा जाता है, और साथ ही प्रथम पद और प्रचय के गुणनफल में भी जोड़ा जाता है । इस प्रकार प्राप्त योग को एक कम पदों की संख्या द्वारा गुणित किया जाता है । प्राप्त गुणनफल को प्रथम पद तथा १ में प्रथम पद जोड़ने से प्राप्त राशि के गुणनफल में जोड़ा जाता है । इस प्रकार प्राप्त राशि को जब श्रेढि के पदों की संख्या की अर्द्ध राशि द्वारा गुणित किया जाता है, तो ऐसी श्रेढि का इष्ट योग प्राप्त होता है, जिसके स्वपद ही निर्दिष्ट श्रेढि के योग होते हैं ॥ ३०५-३०५ ॥

(३०३) बीजीय रूप से,

\pm श अ (अ/ब) + श^२ व = समान्तर श्रेढि के पदों के घनों का योग,

जहाँ श श्रेढि के सरल पदों का योग है । स्त्र में प्रथम पद का चिह्न यदि अ > व हो, तो + (घन), और यदि अ < व हो, तो - (ऋण) होता है ।

अत्रोद्देशकः

आदिः पट् पञ्च चयः पदमप्यष्टादशाय संदृष्टम् ।

एकादशोत्तरचिचित्संकष्टितं किं पदाष्टदशकस्य ॥ ३०६३ ॥

चतुरसंकष्टितानयनसूत्रम्—

सैकपदाद्यैपदाहतिरद्वैर्निहता पदोनिता न्यासा ।

सैकपदमा चिचित्चिचित्चिचित्कृतिपनसमुत्तिर्मन्वति ॥ ३०७३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

यह देखा जाता है कि किसी भेदि का प्रथम पद १ है प्रथम ५ है और पदों की संख्या १८ है । इस १८ पदों के सम्बन्ध में इन विभिन्न भेदियों के योगों के योग को बतकाओ जो कि १ प्रथम पद वाली और १ प्रथम वाली है ॥ ३ १३ ॥

(नीचे निर्दिष्ट और किसी भी हुई संख्या द्वारा निकालित) चार राशियों के योग को निम्नलिखे के लिये नियम—

दी गई संख्या १ द्वारा बढ़ाई जाकर, आधी की जाती है और उस निम्न के द्वारा तथा ० द्वारा गुणित की जाती है । इस परिणामी शुद्धफल में से बची वृत्त संख्या घटाई जाती है । परिणामी योग को ३ द्वारा भागित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त अशुद्धफल जब एक द्वारा बढ़ाई गई उसी वृत्त संख्या द्वारा गुणित किया जाता है, तब चार निर्दिष्ट राशियों का इस योग प्राप्त होता है । ऐसी चार निर्दिष्ट राशियाँ क्रमशः, दी हुई संख्या तक की प्राकृत संख्याओं का योग, दी गई संख्या तक की प्राकृत संख्याओं के योगों के योग, दी गई संख्या का वर्ग और दी गई संख्या का घन होती है ॥ ३०७३ ॥

$$(३ ५-३ ५३) \text{ बीबीय रूप से, } \left[\left\{ \frac{(१ ५-१) ५^३}{३} + \frac{५}{३} + ५व \right\} (५-१) \right. \\ \left. + ५ (५+१) \right] \frac{५}{३}$$

यह समान्तर भेदि का योग है, जहाँ प्रथमपद किसी सीमित संख्या तक की प्राकृत संख्याओं वाली भेदि के योग का निकालन करता है—ऐसी सीमित संख्या जो किसी समान्तर भेदि का ही एक पद है ।

$$(३ ७३) \text{ बीबीय रूप से } \frac{५ \times (५+१) \times ७ - ५}{३} \times (५+१)$$

इस नियम में निर्दिष्ट चार राशियों का योग है । यहाँ चार निर्दिष्ट राशियाँ, क्रमशः ये हैं :—
(१) 'न' प्राकृत संख्याओं का योग (२) 'न' तक की विभिन्न प्राकृत संख्याओं द्वारा क्रमशः सीमित विभिन्न प्राकृत संख्याओं के योग, (३) 'न' का वर्ग और (४) 'न' का घन ।

अत्रोद्देशकः

सप्ताष्टनवदशानां षोडशपञ्चाशदेकषष्ठीनाम् ।

ब्रूहि चतुःसंकलितं सूत्राणि पृथक् पृथक् कृत्वा ॥ ३०८ १/२ ॥

संघातसंकलितानयनसूत्रम्—

गच्छस्त्रिरूपसहितो गच्छचतुर्भागताडितः सैक ।

सपदपदकृतिविनिम्नो भवति हि संघातसंकलितम् ॥ ३०९ १/२ ॥

अत्रोद्देशकः

सप्तकृतेः षट्षष्ट्यास्त्रयोदशानां चतुर्दशानां च ।

पञ्चाप्रविंशतीनां किं स्यात् संघातसंकलितम् ॥ ३१० १/२ ॥

भिन्नगुणसंकलितानयनसूत्रम्—

समदलविषमस्वरूपं गुणगुणितं वर्गीताडितं द्विष्टम् ।

उदाहरणार्थं प्रश्न

दी हुई संख्याएँ ७, ८, ९, १०, १६, ५० और ६१ हैं । आवश्यक नियमों को विचारकर, प्रत्येक दशा में, चार निर्दिष्ट राशियों के योग को बतलाओ ॥३०८ १/२॥

(पूर्व ब्यवहृत चार प्रकार की श्रेणियों के) सामूहिक योग को निकालने के लिये नियम—

पदों की संख्या को ३ में जोड़ते हैं, और प्राप्तफल को पदों की संख्या के चतुर्थ भाग द्वारा गुणित करते हैं । तब उसमें एक जोड़ा जाता है । इस परिणामी राशि को जब पदों की संख्या के वर्ग को पदों की संख्या द्वारा बढ़ाने से प्राप्तराशि द्वारा गुणित किया जाता है, तब वह इष्ट सामूहिक योग को उत्पन्न करती है ॥३०९ १/२॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

४९, ६६, १३, १४ और २५ द्वारा निरूपित विभिन्न श्रेणियों के सम्बन्ध में इष्ट सामूहिक योग क्या होगा ? ॥३१० १/२॥

गुणोत्तर श्रेणि में भिन्नो की श्रेणि के योग को निकालने के लिये नियम—

श्रेणि के पदों की संख्या को अलग-अलग स्तम्भ में, क्रमशः, शून्य तथा १ द्वारा चिह्नित (marked) कर लिया जाता है । चिह्नित करने की विधि यह है कि युग्ममान को आधा किया जाता है, और अयुग्म मान में से १ घटाया जाता है । इस विधि को तब तक जारी रखा जाता है, जब तक कि अन्ततोगत्वा शून्य प्राप्त नहीं होता । तब इस शून्य और १ द्वारा बनी हुई प्ररूपक श्रेणि को, क्रमवार, अन्तिम १ से उपयोग में लाते हैं, ताकि यह १ साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित हो । जहाँ १ अभिधानी पद (denoting item) रहता है, वहाँ इसे फिर से साधारण निष्पत्ति द्वारा गुणित करते हैं । और जहाँ शून्य अभिधानी पद होता है, वहाँ वर्ग प्राप्त करने के लिये उसे साधारण निष्पत्ति द्वारा

(३०९ १/२) बीजीय रूप से, $\left\{ (n+3) \frac{n}{4} + 1 \right\} (n^2 + n)$ योगों का सामूहिक योग

है, अर्थात् नियम २९६, ३०१ और ३०५ से ३०५ १/२ में बतलाई गई श्रेणियों के योगों तथा 'n' तक की प्राकृत संख्याओं के योग (इन सब योगों) का सामूहिक योग है ।

अंशान् व्येकं फलमाद्यन्त्यां गुणोनरूपहृतम् ॥ ३११३ ॥

अत्रोद्देशक'

वीनारार्धं पञ्चसु नगरेषु षडस्त्रिभगोऽमृत । आदिस्त्रयंश' पादो गुणोत्तरं सप्त भिन्नगुणचितिका ।
का भवति कथय क्षीप्रं यदि तंऽस्ति परिभ्रमो गणिते ॥ ३१३ ॥

अधिकहीनगुणसंकलितानयनसूत्रम्—

गुणचितिरन्यादिहृत्वा विपदाधिकहीनसंगुणा भक्त्वा ।

व्येकगुणेनान्या फलरहिता हीनेऽधिके तु फलमुक्त्वा ॥ ३१४ ॥

गुणित करते हैं। इस क्रिया का फल दो स्थानों में किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त, एक स्वान में रहे हुए, एक के अंश को फल द्वारा ही भाजित करते हैं। तब इसमें से १ घटाया जाता है। परिभासी राशि को श्रेष्ठि के प्रथमपद द्वारा गुणित किया जाता है और तब दूसरे स्थान में रखी हुई राशि द्वारा गुणित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त गुणनफल जब १ द्वारा हासित साधारण निष्पत्ति द्वारा भाजित किया जाता है, तब श्रेष्ठि का वह योग उत्पन्न होता है ॥ ३१३ ॥

उदाहरणार्थ मूल

५ नगरों के सम्बन्ध में प्रथम पद ३ हीनार है, और साधारण निष्पत्ति ३ है। अब सबमें प्राप्त वीनारों के योग को निकालो। प्रथमपद ३ है साधारण निष्पत्ति ३ है और पदों की संख्या ७ है। यदि हमने शब्दा में परिभ्रम किया हो, तो यहाँ गुणोत्तर निधीय श्रेष्ठि का योग बतकाओ ॥ ३१३-३१३ ॥

गुणोत्तर श्रेष्ठि का योग निकालने के लिये विषम यहाँ किसी वी गई श्राव राशि द्वारा किसी निर्विद्ध रीति से यह या तो बढ़ाये या घटाये जाते हैं—

जिसके सम्बन्ध में प्रथमपद, साधारण निष्पत्ति और पदों की संख्या ही गई है ऐसी हृत्वा गुणोत्तर श्रेष्ठि के योग को दो स्थानों में किया जाता है। इनमें से एक को श्रेष्ठि गये प्रथमपद द्वारा भाजित किया जाता है। इस परिभासी सन्नतफल में से पदों की वी गई संख्या को घटाया जाता है। परिभासी शेष की प्रस्तावित श्रेष्ठि के पदों में जोड़ी जानेवाली कथवा उनमें से घटाई जानेवाली वृत्त राशि द्वारा गुणित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त राशि को १ द्वारा हासित साधारण निष्पत्ति द्वारा भाजित किया जाता है। दूसरे स्थान में रहे हुए योग को इस अन्तिम परिभासी प्रथमपद राशि द्वारा हासित किया जाता है जब कि श्रेष्ठि के पदों में से वी गई राशि घटाई जाती हो। पर, यदि वह जोड़ी जाती हो तो दूसरे स्थान में रहे हुए गुणोत्तर श्रेष्ठि के योग को वृत्त परिभासी प्रथमपद द्वारा बढ़ाया जाता है। अत्येक दशा में प्राप्तफल निर्विद्ध श्रेष्ठि का वह योग होता है ॥ ३१४ ॥

(३१३) इस नियम में, निधीय साधारण निष्पत्ति का अंश हमेशा १ के किया जाता है। अन्वय २ की १५ वीं गाथा तथा इसकी टिप्पणी इत्यथ्य है।

(३१४) वीधीय रूप से, $\pm \left(\frac{a}{b} - n \right) m + (r - 1) + s$; वह निम्नलिखित रूपवाली श्रेष्ठि का योग है—

अ, अर $\pm m$, (अर $\pm m$) $\pm m$ { (अर $\pm m$) $\pm m$ } $\pm m$ इत्यादि।

अत्रोद्देशकः

पञ्च गुणोत्तरमादिद्वौ त्रीण्यधिकं पदं हि चत्वारः ।

अधिकगुणोत्तरचितिका कथय विचिन्त्याशु गणिततत्त्वज्ञ ॥ ३१५ ॥

आदिस्रीणि गुणोत्तरमष्टौ हीनं द्वयं च दश गच्छः ।

हीनगुणोत्तरचितिका का भवति विचिन्त्य कथय गणकाशु ॥ ३१६ ॥

आद्युत्तरगच्छधनमिश्राद्युत्तरगच्छानयनसूत्रम् —

मिश्राद्युत्तरगच्छधनं रूपोनेच्छाधनेन सैकेन । लब्धं प्रचयः शेषः सरूपपदभाजितः प्रभवः ॥३१७॥

अत्रोद्देशकः

आद्युत्तरपदमिश्र पञ्चाशद्द्वनमिहैव सदृष्टम् । गणितज्ञाचक्ष्व त्व प्रभवोत्तरपदधनान्याशु ॥३१८॥

संकलितगतिध्रुवगतिभ्यां समानकालानयनसूत्रम्—

ध्रुवगतिरादिविहीनश्चयदलभक्तः सरूपकः कालः ।

उदाहरणार्थं प्रश्न

साधारण निष्पत्ति ५ है, प्रथमपद २ है, विभिन्न पदों में जोड़ी जानेवाली राशि ३ है, और पदों की संख्या ४ है । हे गणित तत्त्वज्ञ, विचार कर शीघ्र ही (निर्दिष्ट रीति के अनुसार निर्दिष्ट राशि द्वारा बढ़ाए जाते हैं पद जिसके ऐसी) गुणोत्तर श्रेढि के योग को बतलाओ ॥ ३१५ ॥

प्रथमपद ३ है, साधारण निष्पत्ति ८ है, पदों में से घटाई जानेवाली राशि २ है, और पदों की संख्या १० है । ऐसी श्रेढि का, हे गणितज्ञ, योग निकालो ॥ ३१६ ॥

प्रथमपद, प्रचय, पदों की संख्या और किसी समान्तर श्रेढि के योग के मिश्रित योग में से प्रथम पद, प्रचय और पदों की संख्या निकालने के लिये नियम—

श्रेढि के पदों की संख्या का निरूपण करनेवाली मन से चुनी हुई संख्या को दिये गये मिश्रित योग में से घटाया जाता है । तब १ से आरम्भ होने वाली और एक कम पदों की (मन से चुनी हुई) संख्यावाली प्राकृत संख्याओं का योग १ द्वारा बढ़ाया जाता है । इस परिणामी फल को भाजक मान कर, ऊपर कथित मिश्रित योग से प्राप्त शेष को भाजित करते हैं । यह भजनफल इष्ट प्रचय होता है, और इस भाजन की क्रिया में जो शेष बचता है उसे जब एक अधिक (मन से चुनी हुई) पदों की संख्या द्वारा भाजित करते हैं, तो इष्ट प्रथमपद प्राप्त होता है ॥ ३१७ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

यह देखा जाता है कि किसी समान्तर श्रेढि का योग, प्रथमपद, प्रचय और पदों की संख्या में मिलाये जाने पर, ५० होता है । हे गणक, शीघ्रही प्रथमपद, प्रचय, पदों की संख्या और श्रेढि के योग को बतलाओ ॥ ३१८ ॥

संकलित गति * तथा ध्रुव गति से गमन करने वाले दो व्यक्तियों (को एक साथ रवाना होने पर एक जगह फिर से मिलने) के लिये समय की समान सीमा निकालने के लिये नियम—

अपरिवर्तनशील गति को समान्तर श्रेढि वाली गतियों के प्रथम पद द्वारा हासित करते हैं, और तब प्रचय की अर्द्ध राशि द्वारा भाजित करते हैं । इस परिणामी राशि में जब १ जोड़ते हैं, तब मिलने

(३१७) अध्याय दो की गाथाएँ ८० - ८२ तथा उनके नोट देखिये ।

* समान्तर श्रेढि के पदों के रूप में प्ररूपित उत्तरोत्तर गतियों रूप गति ।

त्रिगुणो मार्गैस्तद्गतिर्योगाद्गतो योगकालः स्यात् ॥ ३१९ ॥

अत्रोद्देशक

कश्चिन्नरं प्रयाति त्रिमिरादा उत्तरैस्तयाष्टाभिः ।

नियतगतिरेकविंशतिरनयो' क' प्राप्तकाल' स्यात् ॥ ३२० ॥

अपराधोदाहरणम् ।

पह योजनानि कश्चित्पुरुषस्त्वपरः प्रयाति च त्रीणि ।

उत्तमोरमिमुक्तगत्योरष्टोत्तरैस्तद्वयोजनं गम्यम् ।

प्रत्येकं च तयो' स्यात्काल' किं गणक कथय मे शीघ्रम् ॥ ३२१ ॥

संकलितसमागमकालयोजनानयनसूत्रम् -

उत्तमोराधो शेषद्वयशेषद्वयो द्विसंयुग' सैक ।

युगपत्प्रयापयो' स्यान्मार्गो सु समागम' काल' ॥ ३२२ ॥

का दृष्ट समव प्राप्त होता है । (जब दो मनुष्य निश्चित गति से विरुद्ध दिशाओं में चल रहे हों तब उनमें से किसी एक के द्वारा तब की गई औसत दूरी की द्रुगुणी राशि पूरी तब की जानेवाली मात्रा होती है । जब वह उनकी गतियों के योग द्वारा मापित की जाती है तब उनके मिलने का समय प्राप्त होता है ।) ॥ ३१९ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

कोई मनुष्य आश्विन में ३ की गति से और उत्तोर ८ प्रयत्न द्वारा नियमित रूप से बढ़ाने वाली गति से जाता है । दूसरे मनुष्य की निश्चित गति २१ है । यदि वे एक ही दिशा में एक समय उसी स्थान से प्रस्थान करें तो उनके मिलने का समय क्या होगा ? ॥ ३२ ॥

(ऊपर की गाथा के) उत्तरार्द्ध के लिये उदाहरणार्थ प्रश्न

एक मनुष्य १ योजन की गति से और दूसरा ३ योजन की गति से जाता करता है । उनमें से किसी एक के द्वारा तब की गई औसत दूरी १०६ योजन है । है गणक उनके मिलने का समय निकालो ॥ ३२३-३२३ ॥

यदि दो व्यक्ति एक ही स्थान से एक ही समय तथा विभिन्न संकलित गतियों से प्रस्थान करें, तो उनके मिलने का समय और तब की गई दूरी निकालने के लिये विवश—

उक्त दो प्रथम पदों का अंतर जब उक्त दो प्रयत्नों के अंतर से मापित होकर और तब २ के गुणित होकर १ द्वारा बढ़ाया जाय तो युगपत् प्राप्त करने वाले व्यक्तियों के मिलने का समय उत्पन्न होता है ॥ ३२२ ॥

(३१९) बीजीय रूप से $(x - y) + \frac{x}{r} + 1 = 0$, जहाँ x निरपेक्ष वेग है y प्रयत्न है, और r समय है ।

(३२१) बीजीय रूप से, $n = \frac{2x - 2y}{x - y} \times r + 1$

अत्रोद्देशकः

चत्वार्याष्टोत्तरमेको गच्छत्यथो द्वितीयो ना ।

द्वौ प्रचयश्च दशादिः समागमे कस्तयोः कालः ॥ ३२३३ ॥

वृद्ध्युत्तरहीनोत्तरयोः समागमकालानयनसूत्रम्—

शेषश्चाद्योरुभयोश्चययुतदलभक्तरूपयुत ।

युगपत्प्रयाणकृतयोर्मार्गे संयोगकालः स्यात् ॥ ३२४३ ॥

अत्रोद्देशकः ।

पञ्चाद्यष्टोत्तरतः प्रथमो नाथ द्वितीयनर' ।

आदिः पञ्चन्नव प्रचयो हीनोऽष्ट योगकालः कः ॥ ३२५३ ॥

शीघ्रगतिमन्दगत्योः समागमकालानयनसूत्रम्—

मन्दगतिशीघ्रगत्योरेकाशागमनमत्र गम्यं यत् ।

तद्गत्यन्तरभक्तं लब्धदिनैस्तैः प्रयाति शीघ्रोऽल्पम् ॥ ३२६३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

एक व्यक्ति ४ से आरम्भ होने वाली और उत्तरोत्तर प्रचय ८ द्वारा बढ़ने वाली गतियों से यात्रा करता है । दूसरा व्यक्ति १० से आरम्भ होने वाली और उत्तरोत्तर २ प्रचय द्वारा बढ़ने वाली गतियों से यात्रा करता है । उनके मिलने का समय क्या है ? ॥ ३२३३ ॥

एक ही स्थान से रवाना होने वाले और एक ही दिशा में समान्तर श्रेढि में बढ़नेवाली गतियों से यात्रा करने वाले दो व्यक्तियों के मिलने का समय निकालने के लिए नियम, जब कि प्रथम दशा में प्रचय धनात्मक है, और दूसरी दशा में ऋणात्मक है—

उक्त दो प्रथम पदों के अंतर को उक्त दो दिये गये प्रचयों का प्ररूपण करनेवाली संख्याओं के योग की अर्द्ध राशि द्वारा भाजित करने के पश्चात् प्राप्त फल में १ जोड़ा जाता है । यह उन दो यात्रियों के मिलने का समय होता है ॥ ३२४३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

प्रथम व्यक्ति ५ से आरम्भ होने वाली और उत्तरोत्तर प्रचय ८ द्वारा बढ़नेवाली गतियों से यात्रा करता है । दूसरे व्यक्ति की आरम्भिक गति ४५ है और प्रचय ऋण ८ है । उनके मिलने का समय क्या है ? ॥ ३२५३ ॥

भिन्न समयों पर रवाना होनेवाले और क्रमशः तीव्र और मद् गति से एक ही दिशा में चलनेवाले दो मनुष्यों के मिलने का समय निकालने के लिए नियम—

मद्गति और तीव्रगति वाले दोनों एक ही दिशा में गमनशील हैं । तय की जानेवाली दूरी को यहाँ उन दो गतियों के अंतर द्वारा भाजित किया जाता है । इस भजनफल द्वारा प्ररूपित दिनों में, तीव्र गतिवाला मद्गति वाले की ओर जाता है ॥ ३२६३ ॥

(३२४३) इसकी तुलना ३२२३ वीं गाथा में दिये गये नियम से करो ।

अत्रोद्देशकः

नवयोजनानि कश्चित्प्रयाति योजनसप्तं गतं तेन ।
प्रतिवृत्तो प्रजति पुनरनयोदशान्नोति कैर्दिवसैः ॥३२७॥

विषमभाष्येस्तूपीरमाणपरिधिकरणसूत्रम्—

परिणाहकमिभरधिको दृष्टितो वर्गाकृतमिमैकः ।
सैकः शरास्तु परिधेरानयने तत्र विपरीतम् ॥३२८॥

अत्रोद्देशकः

नव परिधिसु शरणा संख्या न ज्ञायते पुनस्तेषाम् ।
श्रुत्वरदशावाणास्तस्परिणाहशरांश्च कथय मे गणक ॥३२९॥

भेदीवद्ये इष्टकानयनसूत्रम्—

उपर्या रूपोनकमिभिर्बिभक्तस्तरेण संगुणितः ।
उरसंकल्पिते स्पष्टप्रताडिते मिमत्त सारम् ॥३३०॥

उदाहरणार्थं प्रदन

कोई व्यक्ति ९ बोजन प्रतिदिन की गति से यात्रा करता है। उसके द्वारा १ बोजन की दूरी पहिले ही तब की जा चुकी है। एक संदेशवाहक उसके पीछे ३३ बोजन प्रति दिन की गति से मेला गया। वह कितने दिनों में उससे जाकर मिलेगा ? ॥३२७॥

उरकम में भरे हुए यात्रेणुगम संख्या के शरों की सहायता से उरकम के शरों की परिध्या-संख्या निकालने के लिये (तथा बिक्रम क्रमेण) विधय—

परिध्या शरों की संख्या को ३ द्वारा बद्धकर व्याप्य किया जाता है। इसे वर्गित किया जाता है, और तब ३ द्वारा भाजित किया जाता है। इस परिध्या शरों में १ जोड़ने पर उरकम के शरों की संख्या प्राप्त होती है। जब परिध्या शरों की संख्या निकालनी होती है, तो विपरीत किया करनी पड़ती है ॥३२८॥

उदाहरणार्थं प्रदन

शरों की परिध्या संख्या ९ है। उनकी कुल संख्या क्या है। वह कीय सी है ? उरकम में कुल शरों की संख्या ३३ है। है गणित, परिध्या शरों की संख्या परकामो ॥३२९॥

किसी भवन की भेदीवद्य (एक के ऊपर दूसरी) इष्टकामों (शरों) की संख्या निकालने के लिये विधय—

सतहों की संख्या के वर्ग को १ द्वारा ह्रासित कर ३ द्वारा भाजित किया जाता है, और तब सतहों की संख्या द्वारा गुणित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त शरों में वह गुणनपङ्क जोड़ते हैं, जो सबसे ऊपर की सतह की शरों को प्रकल्पित करनेवाली (मन से चुनी हुई) संख्या और एक से ह्रास होकर ही गई सतहों की संख्या तक की प्राकृत संख्याओं के योग का गुणन करने से प्राप्त होता है। प्राप्तपङ्क इष्ट उत्तर होता है ॥३३०॥

$$(३३२) \text{ की संख्या से } \frac{n^2 - 1}{3} \times n + 3 \times \frac{n(n+1)}{2}, \text{ वह, बनाकर की कुल शरों की}$$

गणा है वहाँ 'न' सतहों की संख्या है और 'अ' सतहों के सतह में शरों की मन से चुनी हुई संख्या है।

अत्रोद्देशकः

पञ्चतरैकेनाग्र व्यवघटिता गणितविन्मिश्रे । समचतुरश्रश्रेढी कतीष्टकाः स्युर्ममाचक्ष्व ॥३३१३॥
नन्द्यावर्ताकारं चतुस्तरा पष्टिसमघटिता । सर्वेष्टका कति स्युः श्रेढीवद्वं ममाचक्ष्व ॥३३२३॥

छन्द शास्त्रोक्तपट्प्रत्ययानां सूत्राणि—

समदलविपमखरूप द्विगुण वर्गीकृतं च पदसंख्या ।

संख्या विपमा सैका दलतो गुरुरेव समदलत ॥३३३३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

७ सतहवाली एक वर्गाकार चनावट तैयार की गई है । सबसे ऊपर की सतह में केवल १ ईंट है । हे प्रश्न की गणना जानने वाले मित्र, इस चनावट में कुल कितनी ईंटें हैं ? ॥३३१३॥ नन्द्यावर्त के आकार की एक चनावट उत्तरोत्तर ईंटों की सतहों से तैयार की गई है । एक पक्ति में सबसे ऊपर की ईंटों का सख्यात्मक मान ६० है, जिसके द्वारा ४ सतहें सम्मितीय बनाई गई हैं । बतलाओ इसमें कुल कितनी ईंटें लगाई गई हैं ? ॥३३२३॥

छन्द (prosody) शास्त्रोक्त छः प्रत्ययों को जानने के लिये नियम—

दिये गये शब्दाशिक छन्द में शब्दाशों (अक्षरों) अथवा पदों की युग्म और अयुग्म संख्या को अलग स्तम्भ में क्रमशः ० और १ द्वारा चिन्हित किया जाता है । (चिन्हित करने की विधि इसी अध्याय के ३११३ वें सूत्र में देखिये ।) वह इस प्रकार है : युग्मान को आधा किया जाता है, और अयुग्म मान में से १ घटाया जाता है । इस विधि को तब तक जारी रखा जाता है, जब तक कि अंततो-गत्वा शून्य प्राप्त नहीं होता । इस प्रकार प्राप्त अंकों की श्रृंखला में अंकों को दुगुना कर दिया जाता है, और तब श्रृंखला की तली से शिखर तक की संतत गुणन क्रिया में, वे अंक, जिनके ऊपर शून्य आता है, वर्गित कर दिये जाते हैं । इस संतत गुणन का परिणामी गुणनफल छन्द के विभिन्न सम्भव श्लोकों की संख्या होता है ॥३३३३॥ इस प्रकार प्राप्त सभी प्रकार के श्लोकों में लघु और गुरु

किसी भी सतह की लम्बाई अथवा चौड़ाई पर ईंटों की संख्या, अग्रिम निम्न (नीची) सतह की ईंटों से १ कम होती है ।

(३३२३) गाथा में निर्दिष्ट नन्द्यावर्त आकृति यह है—

卐

(३३३३-३३६३) गुरु और लघु शब्दाशों (syllables) के मिला-मिला विन्यास के सवादी कई विभेद उपपन्न होते हैं, क्योंकि श्लोक (stanza) के एक चौथाई भाग को बनानेवाले पद (line) में पाया जानेवाला प्रत्येक शब्दाश या तो लघु अथवा गुरु हो सकता है । इन विभेदों के विन्यासों के लिये कोई निश्चित क्रम उपयोग में लाया जाता है । यहाँ दिये गये नियम हमें निम्नलिखित को निकालने में सहायक होते हैं, (१) निर्दिष्ट शब्दाशों की संख्या वाले छन्द में सम्भव विभेदों की संख्या, (२) इन प्रकारों में शब्दाशों के विन्यास की विधि, (३) स्वक्रमसूचक स्थिति द्वारा निर्दिष्ट किसी विभेद में शब्दाशों का विन्यास, (४) शब्दाशों के निर्दिष्ट विन्यास की क्रमसूचक स्थिति, (५) निर्दिष्ट संख्या के गुरु और लघु शब्दाशों वाले विभेदों की संख्या, और (६) किसी विशेष छन्द के विभेदों का प्रदर्शन करने के लिये उदग्र (लम्ब रूप) जगह का परिमाण ।

स्यात्प्रपुरेवं क्रमद्वा प्रस्तारोऽयं विनिर्विष्ट ।

नष्टाङ्गार्ध लघुरय सस्तीकृतले गुरु पुन पुन स्थानम् ॥३१४३॥

अक्षरों (syllables) के विन्यास को इस प्रकार निकालते हैं—

१ से आरम्भ होनेवाली तथा दिये गये अक्षरों में स्त्रोको की महत्तम सम्भव संख्या के माप में अंत होनेवाली प्राकृत संख्याएँ लिखी जाती हैं। प्रत्येक अनुपम संख्या में १ बोधा जाता है, और तब उसे भाषा किया जाता है। जब यह क्रिया की जाती है, तब गुरु अक्षर (syllable) निश्चित पूर्वक सृष्टित होता है। यहाँ संख्या पुनः होती है वह एककाक हो भाषी कर ली जाती है जिससे वह कङ्क प्रत्यय (syllable) को सृष्टित करती है। इस प्रकार दशा के अनुसार (उठी सनभ सवाची गुरु और कङ्क

श्लोक ३१४३ में दिये गये प्रश्नों को निम्नलिखित रूप में हल करने पर वे निम्न स्पष्ट हो जायेंगे—

(१) अन्त में ३ अक्षराद्य होते हैं; अब हम इस प्रकार भागो बढ़ते हैं—

३-१	१	दाहिने हाथ की अक्षरा के अक्षरों को १ द्वारा गुणित करने पर हमें ० प्राप्त
२-१	२	होता है। अन्त्याम २ के १४ में श्लोक (गाथा) की टिप्पणी में समझने
		अनुसार गुणन और वर्ग करने की विधि द्वारा हमें ८ प्राप्त होता है। वही
		विभेदों की संख्या है।

(२) प्रत्येक विभेद में अक्षराओं के विन्यास की विधि इस प्रकार प्राप्त होती है—

प्रथम प्रकार : १ अनुपम होने के कारण गुरु अक्षराद्य है, इसलिये प्रथम अक्षराद्य गुरु है। इस १ में (विभेद) १ बोधा, और योग का २ द्वारा माहित करो। मन्वनफल अनुपम है, और दूसरे गुरु अक्षराद्य को दर्शाता है। फिर से इस मन्वनफल १ में १ जोड़ते हैं, और योग को २ द्वारा माहित करत हैं परिणाम फिर से अनुपम होता है और तीसरे गुरु अक्षराद्य का दर्शाता है। इस प्रकार, प्रथम प्रकार में तीन गुरु अक्षराद्य होते हैं, जो इस प्रकार ंशाये जात हैं १ १ १

द्वितीय प्रकार : २ गुणन होने के कारण लघु अक्षराद्य सृष्टित करता है। अब इस २ को २ द्वारा माहित करते हैं तो मन्वनफल १ होता है वा अनुपम होने के कारण गुरु अक्षराद्य को सृष्टित करता है। इस १ में १ जोड़ते, और योग को २ द्वारा माहित करो, मन्वनफल अनुपम होने के कारण गुरु अक्षराद्य का सृष्टित करता है। इस प्रकार, हमें यह प्राप्त होता है १ १ १

इसी प्रकार अन्य विभेदों को प्राप्त करते हैं।

(३) उदाहरण क विभेद, पाँचों प्रकार (विभेद) ठरर की तरह प्राप्त किया जा सकता है।

(४) उदाहरण क विभेद १ १ १ प्रकार (विभेद) की क्रमवृत्त शिथिल निकालने के विभेद हम यह गति अपनाते हैं—

१ १ १

इन अक्षराओं के नीचे क्रमवृत्त साधारण नियम १ है और प्रथमतर १ है ऐसी गुणोत्तर भेदिका (शिथिल) लघु अक्षराओं क नीचे दिये अंत ४ और १ बोधा और योग को २ द्वारा बनाओ। हमें ६ प्राप्त

रूपाद्द्विगुणोत्तरतस्तूद्विष्टे लाङ्कसंयुति सैका ।

एकाद्येकोत्तरत. पदमूर्ध्वाधर्यत. क्रमोत्क्रमशः ॥३३५३॥

स्थाप्य प्रतिलोमन्न प्रतिलोमन्नेन भाजितं सारम् ।

स्यालघुगुरुक्रियेयं संख्या द्विगुणेकवर्जिता साध्वा ॥३३६३॥

अक्षर देखते हुए), १ जोड़ने अथवा नहीं जोड़ने के साथ आधी करने की क्रिया, नियमित रूप से, तब तक जारी रखना चाहिये, जब तक कि, प्रत्येक दशा में छन्द के प्रत्ययो की यथार्थ संख्या प्राप्त नहीं हो जाती ।

यदि स्वाभाविक क्रम में किसी प्रकार के पद का प्ररूपण करनेवाली सरया, (जहाँ अक्षरों का विन्यास ज्ञात करना होता है) युग्म हो तो वह आधी कर दी जाती है और लघु अक्षर को सूचित करती है । यदि वह अयुग्म हो, तो उसमें १ जोड़ा जाता है और तब उसे आधा किया जाता है : और यह गुरु अक्षर दर्शाती है । इस प्रकार गुरु और लघु अक्षरों को उनकी क्रमवार स्थितिमें बारबार रखना पड़ता है जब तक कि पद में अक्षरों की महत्तम संख्या प्राप्त नहीं हो जाती । यह, श्लोक (stanza) के दृष्ट प्रकार में, गुरु और लघु अक्षरों के विन्यास को देता है ॥३३४३॥

जहाँ किसी विशेष प्रकार का श्लोक दिया होने पर उसकी निर्दिष्ट स्थिति (छन्द में सम्भव प्रकारों के श्लोकों में से) निकालना हो, वहाँ एक से आरम्भ होनेवाली और २ साधारण निष्पत्ति वाली गुणोत्तर श्रेढि के पदों (terms) को लिख लिया जाता है, (यहाँ श्रेढि के पदों की संख्या, दिये गये छन्दों में अक्षरों की संख्या के तुल्य होती है) । इन पदों (terms) के ऊपर सवादी गुरु या लघु अक्षर लिख लिये जाते हैं । तब लघु अक्षरों के ठीक नीचे की स्थिति वाले सभी पद (terms) जोड़े जाते हैं । इस प्रकार प्राप्त योग एक द्वारा बढ़ाया जाता है । यह दृष्ट निर्दिष्ट क्रमसंख्या होती है ।

१ से आरम्भ होने वाली (और छन्द में दिये गये अक्षरों की संख्या तक जाने वाली) प्राकृत संख्याएँ, नियमित क्रम और व्युत्क्रम में, दो पक्तियों में, एक दूसरे के नीचे लिख ली जाती हैं । पक्ति की संख्याएँ १, २, ३ (अथवा एक ही बार में इनसे अधिक) द्वारा दाएँ से बाएँ ओर गुणित की जाती हैं । इस प्रकार प्राप्त ऊपर की पंक्ति सम्बन्धी गुणनफल नीचे की पंक्ति सम्बन्धी सवादी गुणन-फलों द्वारा भाजित किये जाते हैं । तब प्राप्त भजनफल, कविता (verse) में १, २, ३ या इनसे अधिक, छोटे या बड़े अक्षरों वाले (दिये गये छन्द में) श्लोकों (stanzas) के प्रकारों की संख्या की प्ररूपणा करता है । इसे ही निकालना दृष्ट होता है ।

दिये गये छन्द (metre) में श्लोकों के विभेदों की सम्भव संख्या को दो द्वारा गुणित कर एक द्वारा हासित किया जाता है । यह फल अर्धान का माप देता है ।

यहाँ, छन्द के प्रत्येक दो उत्तरोत्तर विभेदों (प्रकारों) के बीच श्लोक (stanzas) के तुल्य अंतराल (interval) का होना माना जाता है ॥३३५३-३३६३॥

होता है । इसलिये ऐसा कहते हैं कि त्रि-शब्दाशिक छन्द में यह छठवाँ प्रकार (विभेद) है ।

(५) मानलो प्रश्न यह है २ छोटे शब्दाशों वाले विभेद कितने हैं ?

प्राकृत संख्याओं को नियमित और विलोम क्रम में एक दूसरे के नीचे इस प्रकार रखो : १ २ ३

दाहिने ओर से बाईं ओर को, ऊपर से और नीचे से दो पद (terms) लेकर, हम पूर्ववर्ती गुणनफल

अत्रोद्देशकः

संख्या प्रस्तारविधिं नष्टोद्दिष्टे छात्रक्रियाभ्यानी ।

पदप्रत्ययान्त्र शीघ्रं त्र्यक्षरवृत्तस्य मे कथय ॥११०२॥

इति मिश्रकव्यवहारे श्रेढीवदसङ्कलितं समाप्तम् ।

इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतो मिश्रकगणितं नाम पञ्चमव्यवहार समाप्त ॥

उत्तरपार्श्व प्रश्न

१ अक्षरों (syllables) वाले छन्द के सम्बन्ध में १ प्रश्नों को बतलाओ—

(१) छन्द के सम्बन्ध इकोकों (stanzas) की महत्तम संख्या (१) उक्त इकोकों में अक्षरों के विन्यास का क्रम, (२) किसी विधे गये प्रकार के इकोकों में अक्षरों (सव्यांशों) का विन्यास, जहाँ छन्द में सम्बन्ध प्रकारों की क्रमसूचक स्थिति ज्ञात है (४) विधे गये इकोक की क्रमसूचक स्थिति, (५) किसी ही गई कण्डु वा गुण्ड अक्षरों (सव्यांशों) की संख्यावाले विधे गये छन्द (metre) में इकोकों की संख्या और (६) अर्थात् नामक राशि ११०२॥

इस प्रकार मिश्रक व्यवहार में श्रेढीवद संकलित नामक प्रकार समाप्त हुआ ।

इस प्रकार, महावीराचार्य की कृति सारसंग्रह नामक गणितशास्त्र में मिश्रक नामक पञ्चम व्यवहार समाप्त हुआ ।

को उत्तरपार्श्व गुणनफल द्वारा मापित करते हैं । मन्त्रफल १ इष्ट उत्तर है ।

(६) ऐसा कहा गया है कि छन्द के किसी भी प्रकार के गुण और कण्डु सव्यांशों के निरूपण करनेवाले प्रतीक, एक अंगुल उदम (vertical) बगह के होते हैं, और कोई भी दो विन्दुओं के बीच का अंतराल (बगह) भी एक अंगुल होना चाहिये । इसलिये इस छन्द के ८ प्रकारों (विन्दुओं) के लिये इष्ट उदम (vertical) बगह का परिमाण $१ \times ८ = १$ अथवा १५ अंगुल होता है ।

७. क्षेत्रगणित व्यवहारः

सिद्धेभ्यो निष्ठितार्थेभ्यो वरिष्ठेभ्य कृतादर' । अभिप्रेतार्थसिद्धयर्थं नमस्कुर्वे पुनः पुनः ॥ १ ॥

इत' पर क्षेत्रगणितं नाम षष्टगणितमुदाहरिष्याम' । तद्यथा—

क्षेत्रं जिनप्रणीतं फलाश्रयाद्व्यावहारिक सूक्ष्ममिति ।

भेदाद् द्विधा विचिन्त्य व्यवहार स्पष्टमेतदभिधास्ये ॥ २ ॥

त्रिभुजचतुर्भुजवृत्तक्षेत्राणि स्वस्वभेदभिन्नानि । गणितार्णवपारगतैराचार्यै सम्यगुक्तानि ॥ ३ ॥

त्रिभुजं त्रिधा विभिन्नं चतुर्भुज पञ्चधाष्टधा वृत्तम् । अवशेषक्षेत्राणि ह्येतेषां भेदभिन्नानि ॥ ४ ॥

त्रिभुजं तु सम द्विसमं विषमं चतुरश्रमपि समं भवति ।

द्विद्विसमं द्विसमं स्यात्त्रिसमं विषमं वृधाः प्राहुः ॥ ५ ॥

समवृत्तमर्धवृत्तं चायतवृत्तं च कम्बुकावृत्तम् । निम्नोन्नत च वृत्त वहिरन्तश्चक्रवालवृत्तं च ॥ ६ ॥

७. क्षेत्र-गणित व्यवहार (क्षेत्रफल के माप सम्बन्धी गणना)

अपने इष्ट अर्थ की सिद्धि के लिये मैं मन, वचन, काय से कृतकृत्य और सर्वोत्कृष्ट सिद्धों को बारवार सादर नमस्कार करता हूँ ॥ १ ॥

इसके पश्चात् हम क्षेत्र गणित नामक विषय की छ. प्रकार की गणना की व्याख्या करेंगे जो निम्नलिखित है—

जिन भगवान् ने क्षेत्रफल का दो प्रकार का माप प्रणीत किया है, जो फल के स्वभाव पर आधारित है, अर्थात् एक वह जो व्यावहारिक प्रयोजनों के लिये अनुमानतः लिया जाता है, और दूसरा वह जो सूक्ष्म रूप से शुद्ध होता है । इसे विचार में लेकर मैं इस विषय को स्पष्ट रूप से समझाऊँगा ॥ २ ॥ गणित रूपी समुद्र के पारगामी आचार्यों ने सम्यक् (ठीक) रूप से विविध प्रकार के क्षेत्रफलों के विषय में कहा है । उन क्षेत्रफलों में त्रिभुज, चतुर्भुज और वृत्त (वक्ररेखीय) क्षेत्रों को इन्हीं क्रमवार प्रकारों में वर्णित किया है ॥ ३ ॥ त्रिभुज क्षेत्र को तीन प्रकार में, चतुर्भुज को पाँच प्रकार में, और वृत्त को आठ प्रकार में विभाजित किया गया है । शेष प्रकार के क्षेत्र वास्तव में इन्हीं विभिन्न प्रकारों के क्षेत्रों के विभिन्न भेद हैं ॥ ४ ॥ वृद्धिमान लोग कहते हैं कि त्रिभुज क्षेत्र, समत्रिभुज, द्विसम त्रिभुज (समद्विबाहु त्रिभुज) और विषम त्रिभुज हो सकता है, और चतुर्भुज क्षेत्र भी सम-चतुरश्र (वर्ग), द्विद्विसमचतुरश्र (आयत), द्विसमचतुरश्र (समलम्ब चतुर्भुज जिसकी दो असमानान्तर भुजायें बराबर नापकी हों), त्रिसमचतुरश्र (समलम्ब चतुर्भुज, जिसकी तीन भुजायें बराबर नापकी हों), विषम चतुरश्र (साधारण चतुर्भुज क्षेत्र) हो सकता है ॥ ५ ॥ वक्रसरल क्षेत्र, समवृत्त (वृत्त), अर्धवृत्त, आयतवृत्त (जनेन्द्र अथवा अंडाकार क्षेत्र), कम्बुकावृत्त (शखाकार क्षेत्र), निम्नावृत्त (नतोदर वृत्तीय क्षेत्र), उन्नतावृत्त (उन्नतोदर वृत्तीय क्षेत्र), वहिष्चक्रवाल वृत्त (बाहर स्थित कङ्कण), एव अंतश्चक्रवाल वृत्त (भीतर स्थित कङ्कण) हो सकता है ॥ ६ ॥

(५-६) इन गाथाओं में कथित विभिन्न प्रकार की आकृतियों अगले पृष्ठ पर दर्शाई गई हैं—

व्यावहारिकगणितम्

त्रिभुजचतुर्भुजक्षेत्रफलानयनसूत्रम्—

त्रिभुजचतुर्भुजबाहुप्रतिबाहुसमासवच्छतं गणितम् ।

नेमेर्मुखमुत्तर्यं व्यासगुणं वत्कल्पार्धमिह बालेन्दो ॥ ७ ॥

व्यावहारिक गणित (अनुमानत भापसम्बन्धी गणना)

त्रिभुज और चतुर्भुज क्षेत्रों के क्षेत्रफल (अनुमानतः) निकालने के लिए विधय—

सम्बन्ध भुजाओं के बोगों की बर्द्धराशियों का गुणनफल त्रिभुज और चतुर्भुज क्षेत्रों के क्षेत्रफल का माप होता है । कल्प सखा आकृति के चक्र की किनार (rim) का क्षेत्रफल नीचे और

(१)



सम त्रिभुज
(४)

(२)



द्विसम त्रिभुज
(५)

(३)



विषम त्रिभुज
(६)



समचतुरभ
(७)



द्वि द्वि समचतुरभ
(८)



द्विसमचतुरभ
(९)



विषम चतुरभ
(१)



विषम चतुरभ
(११)



समवृत्त
(१२)



अर्धवृत्त



भागत वृत्त (अनेत्र)



चतुर्भुज (वृत्त के आकार की आकृति)

अत्रोद्देशकः

त्रिभुजक्षेत्रस्याष्टौ बाहुप्रतिबाहुभूमयो दण्डा । तद्वयावहारिकफल गणयित्वाचक्ष्व मे शीघ्रम् ॥८॥

बाहर की परिधियों के योग की अर्द्धराशि को कङ्कण की चौड़ाई से गुणित करने पर प्राप्त होता है । इस फल का यहाँ बालचन्द्रमा सद्यः आकृति का क्षेत्रफल होता है ॥ ७ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

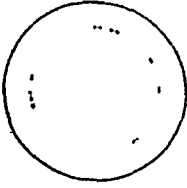
त्रिभुज के सम्बन्ध में, भुजा, सम्मुख भुजा, और आधार का माप ८ ढंड है, सुझे शीघ्र ही बतलाओ कि इसका व्यावहारिक क्षेत्रफल क्या है ? ॥ ८ ॥ दो बराबर भुजाओं वाले त्रिभुज के सम्बन्ध

(१३)



निम्नवृत्त (नतोदर वृत्तीय क्षेत्र)

(१५)



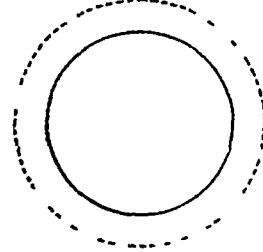
बहिःश्रक्तवाल वृत्त (बाहर स्थिति कङ्कण)

(१४)



उन्नत वृत्त (उन्नतोदर वृत्तीय क्षेत्र)

(१६)



अतःश्रक्तवालवृत्त (भीतर स्थित कङ्कण)

चतुर्भुज क्षेत्रों के क्षेत्रफल और अन्य मापों के दिये गये नियमों पर विचार करने पर ज्ञात होगा कि यहाँ कहे गये चतुर्भुज क्षेत्र चक्रीय (वृत्त में अन्तर्लिखित) हैं । इसलिये समचतुरश्र यहाँ वर्ग है, द्वि-द्विसमचतुरश्र आयत है, और द्विसमचतुरश्र तथा त्रिसमचतुरश्र की ऊपरी भुजाएँ आधार के समानान्तर हैं ।

(७) यहाँ त्रिभुज को ऐसा चतुर्भुज माना गया है, जिसके आधार की सम्मुख भुजा इतनी छोटी होती है कि वह उपेक्षणीय होती है । इस दशा में त्रिभुज की बाजू की दो भुजाएँ, सम्मुख भुजाएँ बन जाती हैं, और ऊपरी भुजा मान में नहीं के बराबर ली जाती है । इसलिये नियम में त्रिभुजीय क्षेत्र के सम्बन्ध में भी सम्मुख भुजाओं का उल्लेख किया गया है, त्रिभुज दो भुजाओं के योग की अर्द्ध-राशि समस्त दशाओं में ऊँचाई से बड़ी होती है, इसलिये इस नियम के अनुसार प्राप्त क्षेत्रफल किसी भी उदाहरण में सूक्ष्म रूप से ठीक नहीं हो सकता ।

चतुर्भुज क्षेत्रों के सम्बन्ध में इस नियम के अनुसार प्राप्त क्षेत्रफल वर्ग और आयत के विषय में ठीक हो सकता है, परन्तु अन्य दशाओं में केवल स्थूलरूपेण शुद्ध होता है । जिनका एक ही केन्द्र होता है, ऐसे दो वृत्तों की परिधियों के बीच का क्षेत्र नेमिक्षेत्र कहलाता है । यहाँ दिये गये नियम के अनुसार नेमिक्षेत्र के व्यावहारिक क्षेत्रफल का माप शुद्ध माप होता है । बालेन्दु जैसी आकृति का इस नियमानुसार प्राप्त क्षेत्रफल केवल अनुमानित ही होता है ।

द्विसप्तत्रिंशत्क्षेत्रस्यायाम् सप्तसप्तविंशत्क्षेत्रम् । विस्तारो द्वाविंशतिरथ हस्ताभ्यां च संमिमा ॥१५॥
 त्रिंशत्क्षेत्रस्य मुखत्रयोदश प्रतिमुखस्य पञ्चदश ।
 भूमिस्तृषैशास्य द्विदण्डा विषमस्य किं गणितम् ॥ १० ॥
 गजदन्तक्षेत्रस्य च पृष्ठेऽष्टाशीतिरत्र संष्टा । द्वासप्तविरुदरे तन्मूलेऽपि त्रिंशद्विह दण्डाः ॥११॥
 क्षेत्रस्य दण्डपट्टिर्वाहुप्रतिबाहुकस्य गणयित्वा । समचतुरभस्य त्वं कथय सखे गणितफलाग्राह्य ॥१२॥
 आयतचतुरभस्य व्यायाम् सैक्यपट्टिर्ह दण्डा । विस्तारो द्वाविंशत्सप्तद्वारं गणितमाश्रय ॥१३॥
 दण्डास्तु सप्तपट्टिर्द्विसप्तचतुर्बाहुकस्य चायाम् । व्यासष्टाष्टत्रिंशत् क्षेत्रस्यास्य त्रयस्त्रिंशत् ॥१४॥
 क्षेत्रस्याष्टोत्तरशतदण्डा बाहुत्रये मुक्ते चाष्टौ ।
 हस्तैस्त्रिंशत्परिस्तास्त्रिसप्तचतुर्बाहुकस्य भव गणक ॥ १५ ॥
 विषमक्षेत्रस्याष्टत्रिंशद्दण्डा क्षितिर्मुक्ते द्वात्रिंशत् ।
 पञ्चास्रप्रतिबाहु पट्टिस्तन्य किमस्य चतुरभे ॥ १६ ॥
 परिषोडरस्तु दण्डास्त्रिंशत्पृष्ठं शतत्रयं दृष्टम् ।
 नवपञ्चगुणो व्यासो नेमिक्षेत्रस्य किं गणितम् ॥ १७ ॥

१ B और B दोनों में विद्यतिः पाठ है । छंदकी भावककठानुसार इसे विद्यतिरिह रूप में छत्र कर रखा गया है ।

२ B में "द्यति" के स्थाने "देक" पाठ है ।

में दो मुजाबों द्वारा प्रकृतित कम्माई ७० इंच है और व्याघार द्वारा मापी गई चौड़ाई २२ इंच और २ इंच है क्षेत्रफल निकालो ॥ ९ ॥ विषम त्रिभुज के सम्बन्ध में एक मुजा १३ इंच समूहक मुजा १५ इंच और व्याघार १० इंच है । इस आकृति के क्षेत्रफल का माप क्या है ? ॥ १ ॥ D हाथी के शीव के माप ४ फाई हुए छेद (bootion) की आकृति के बाहरी बन्ध की कम्माई ८८ इंच है भीतरी बन्ध की कम्माई ७२ इंच है और बन्ध के पास की मुजाई ३ इंच है क्षेत्रफल निकालो ॥ ११ ॥ समावत (बर्ग) के सम्बन्ध में जिसकी मुजाओं में से प्रत्येक ९ इंच है, हे मित्र शीघ्रही क्षेत्रफल का परिणामी माप बतकाओ ॥ १२ ॥ आयत चतुरभ क्षेत्र के सम्बन्ध में वहाँ कम्माई ९३ इंच है और चौड़ाई ३२ इंच है । व्याघारिक क्षेत्रफल बतकाओ ॥ १३ ॥ दो समान बाहुओं वाले चतुर्भुजों की प्रत्येक समान मुजा की कम्माई २० इंच है चौड़ाई (व्याघार पर) ३८ है और (ऊपर) ३२ इंच है । क्षेत्रफल का माप बतकाओ ॥ १४ ॥ तीन बराबर मुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की प्रत्येक समान मुजा १८ इंच की है और शीव (मुक भववा ऊपरी) मुजायें ८ इंच ३ इंच हैं । हे गणितज्ञ इस क्षेत्र के क्षेत्रफल का माप बतकाओ ॥ १५ ॥ विषम चतुर्भुज का व्याघार ३८ इंच ऊपरी मुक-मुजा ३२ इंच बन्ध की एक मुजा (प्रतिबाहु) ५ इंच और दूसरी ९ इंच की है । इस आकृति का क्षेत्रफल क्या है ? ॥ १६ ॥ किसी कंकन में भीतरी वृत्तीकार सीमा ३ इंच की है, बाहरी वृत्तीकार सीमा ३ इंच है और कंकन की चौड़ाई ३५ है । इस कंकन (नेमि क्षेत्र) का क्षेत्रफल निकालो ॥ १७ ॥ बाकचौद सप्त एक आकृति की चौड़ाई २ इंच है । बाहरी बन्ध २८ इंच और

(११) इस गाथा में कथित आकृति का व्याघार बन्ध में ही गई आकृति के समान होता है ।

मयोजन यह है कि इसे त्रिभुजीय क्षेत्र के समान वर्ता जाये, और तब इसका क्षेत्रफल त्रिभुजीय क्षेत्रों सम्बन्धी नियम द्वारा निकाला जाय ।

हस्तौ द्वौ विष्कम्भः पृष्टेऽष्टापष्टिरिह च संदृष्टा ।
उदरे तु द्वात्रिंशद्वालेन्दो. किं फलं कथय ॥ १८ ॥

वृत्तक्षेत्रफलानयनसूत्रम्—

त्रिगुणीकृतविष्कम्भः परिधिव्यामार्धवर्गाराशिरयम् ।
त्रिगुणं फलं समेऽर्धे वृत्तेऽर्धे प्राहुराचार्या. ॥ १९ ॥

अत्रोद्देशकः

व्यासोऽष्टादश वृत्तस्य परिधिः क फलं च किम् ।
व्यासोऽष्टादश वृत्तार्धे गणितं किं वदाशु मे ॥ २० ॥

आयतवृत्तक्षेत्रफलानयनसूत्रम्—

व्यासार्धयुतो द्विगुणित आयतवृत्तस्य परिधिरायामः ।
विष्कम्भचतुर्भागः परिवेपहतो भवेत्सारम् ॥ २१ ॥

अत्रोद्देशकः

क्षेत्रस्यायतवृत्तस्य विष्कम्भो द्वादशैव तु । आयामस्तत्र पट्त्रिंशत् परिधि. क. फलं च किम् ॥ २२ ॥

भीतरी वक्र ३२ हस्त है । बतलाओ की परिणामी क्षेत्रफल क्या है ? ॥ १८ ॥

वृत्त का व्यावहारिक क्षेत्रफल निकालने के लिये नियम—

व्यास को ३ द्वारा गुणित करने से परिधि प्राप्त होती है, और व्यास (विष्कम्भ) की अर्द्ध राशि के वर्ग को ३ द्वारा गुणित करने से पूर्ण वृत्त का क्षेत्रफल प्राप्त होता है । आचार्य कहते हैं कि अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल और परिधि का माप इनसे आधा होता है ॥ १९ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

वृत्त का व्यास १८ है । उसकी परिधि और परिणामी क्षेत्रफल क्या है ? अर्द्धवृत्त का व्यास १८ है । शीघ्र कहो कि उसके क्षेत्रफल और परिधि क्या है ? ॥ २० ॥

आयत वृत्त (ऊनेन्द्र अथवा अंडाकार) आकृति का क्षेत्रफल निकालने के लिये नियम—

बड़े व्यास को छोटे व्यास की अर्द्ध राशि द्वारा बढ़ाकर और तब २ द्वारा गुणित करने पर आयतवृत्त (ऊनेन्द्र) की परिधि का आयाम (लम्बाई) प्राप्त होता है । छोटे व्यास की एक चौथाई राशि को परिधि द्वारा गुणित करने पर क्षेत्रफल का माप प्राप्त होता है ॥ २१ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

ऊनेन्द्र आकृति (elliptical figure) के सम्बन्ध में छोटा व्यास १२ है और बड़ा व्यास ३६ है । परिधि और परिणामी क्षेत्रफल क्या हैं ? ॥ २२ ॥

(१९) परिधि और क्षेत्रफल का माप यहाँ $\left(\frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} = \pi \right)$ का मान ३ लेकर दिया गया है ।

(२१) ऊनेन्द्र (आयतवृत्त या अंडाकार) की परिधि के लिये दिया गया सूत्र स्पष्ट रूप से कोई भिन्न प्रकार का अनुमान है । ऊनेन्द्र का क्षेत्रफल (π अ. ब) होता है, जहाँ अ और ब इस आयत वृत्त की क्रमशः बड़ी और छोटी अर्द्धाक्ष (SEMIAXES) हैं । यदि π का मान ३ लें तब π . अ. ब = ३ अ ब होता है । परन्तु इस गाथा में दिये गये सूत्र से क्षेत्रफल का माप $\left\{ \left(२ अ + \frac{२ ब}{२} \right) २ \right\} \frac{१}{४}$ २ ब = २ अब + ब^२ होता है ।

संज्ञानकारणस्य फलानयनसूत्रम्—

षट्नाशोर्नो व्यासक्षिण्ण परिधिस्तु कम्बुकावृत्ते ।

बल्यार्धैकृतिर्ध्वंशो मुत्तार्धैर्भोगैत्रिपाव्युत् ॥ २३ ॥

अशोद्देशकः

व्यासोऽष्टादश हस्ता मुसविस्तारोऽयमपि च अस्वार ।

क परिधि किं गणितं कस्य त्वं कम्बुकावृत्ते ॥ २४ ॥

निम्नोन्नतवृत्तयो फलानयनसूत्रम्—

परिधेऽथ षडुर्भागो विष्कम्भगुणा स विद्धि गणितफलम् ।

अस्वाले भूमेनिभे क्षेत्रे निम्नोन्नते तस्मात् ॥ २५ ॥

संज्ञ के आकार की वक्ररेखीय आकृति का परिधायी क्षेत्रफल निकालने के लिये विधम—

संज्ञ के आकार के वक्ररेखीय (curvilinear) व्याकृति के सम्बन्ध में, सबसे बड़ी चौड़ाई को मुख की अर्द्ध राशि द्वारा हासित और ३ द्वारा गुणित करने पर परिमिति (परिधि) प्राप्त होती है । इस परिमिति की अर्द्धराशि के वर्ग के एक तिहाई भाग को मुख की अर्द्धराशियों के वर्ग की तीव चौड़ाई राशि द्वारा हासित करत है; इस प्रकार क्षेत्रफल प्राप्त होता है ॥ २३ ॥

उदाहरणार्थ एक मूल

संज्ञ (कम्बुकावृत्त) की आकृति के सम्बन्ध में चौड़ाई १८ इत्त और मुख ७ इत्त है । अर्द्धी परिमिति तथा क्षेत्रफल निकालो ॥ २३ ॥

मगोदर और उबगोदर वर्तक तलों के क्षेत्रफल निकालने के लिये विधम—

समस्तो कि परिधि की एक चौड़ाई राशि को व्यास द्वारा गुणित करने पर परिधायी क्षेत्रफल प्राप्त होता है । इस प्रकार अस्वाक और कवृत्ते की पीठ जैसे मगोदर और उबगोदर क्षेत्रों का क्षेत्रफल प्राप्त करना पड़ता है ॥ २५ ॥

(२३) यदि अ व्यास हो और म मुख का माप हो, तब $३ (म - ४ म)$ परिधि का माप होता है और $\left\{ \frac{३ (म - ४ म)}{२} \right\}^२ \times ३ + ३ \times \left(\frac{म}{२} \right)^२$ क्षेत्रफल का माप होता है । सिधे हुए वर्जन से आकृति का आकार स्पष्ट नहीं है । परन्तु परिधि और क्षेत्रफल के लिये दिये गये मानों से यह एक ही व्यास पर दो और भिन्न-भिन्न व्यास वाले वृत्तों का जीवकर प्राप्त हुई आकृति का आकार माना जा सकता है जो ३ की माया का नाट में १२ की आकृति में बतलाया गया है ।

(२५) यहाँ निर्दिष्ट क्षेत्रफल गार्भीय संज्ञ का ज्ञात होता है । प्रतीक रूप से यह क्षेत्रफल $\left(\frac{प}{४} \times ४ \right)$ का बराबर है जहाँ प सेरीय हल (किनार) की परिधि है और च व्यास है । परन्तु एत प्रकार के गार्भीय पीठ के लक्ष का क्षेत्रफल $(२ \times १ \times ४ \times ४)$ होता है, जहाँ $१ = \frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}}$, $४ = ४$ तीव हल (किनार) की त्रिग्या और ४ गार्भीय संज्ञ की चौड़ाई है ।

अत्रोद्देशकः

चत्वालक्षेत्रस्य व्यासस्तु भसंख्यकः परिधिः । षट्पञ्चादशदृष्टं गणितं तस्यैव किं भवति ॥२६॥

कूर्मनिभस्योन्नतवृत्तस्योदाहरणम्—

विष्कम्भः पञ्चदश दृष्ट. परिधिश्च षट्त्रिंशत् ।

कूर्मनिभे क्षेत्रे किं तस्मिन् व्यवहारजं गणितम् ॥ २७ ॥

अन्तश्चक्रवालवृत्तक्षेत्रस्य वहिश्चक्रवालवृत्तक्षेत्रस्य च व्यवहारफलानयनसूत्रम्—

निर्गमसहितो व्यासस्त्रिगुणो निर्गमगुणो वहिर्गणितम् ।

रहिताधिगमव्यासाद्भ्यन्तरचक्रवालवृत्तस्य ॥ २८ ॥

अत्रोद्देशकः

व्यासोऽष्टादश हस्ताः पुनर्बहिर्निर्गतास्त्रयस्तत्र ।

व्यासोऽष्टादश हस्ताश्चान्त पुनरधिगतास्त्रयः किं स्यात् ॥ २९ ॥

समवृत्तक्षेत्रस्य व्यावहारिकफलं च परिधिप्रमाणं च व्यासप्रमाणं च संयोज्य एतत्संयोग-
संख्यामेव स्वीकृत्य तत्संयोगप्रमाण राशेः सकाशात् पृथक् परिधिव्यासफलानां संख्यानयनसूत्रम्—
गणिते द्वादशगुणिते मिश्रप्रक्षेपक चतु षष्टि । तस्य च मूलं कृत्वा परिधिः प्रक्षेपकपदोन. ॥ ३० ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

चत्वाल (होम वेदी का अग्निकुण्ड) क्षेत्र के क्षेत्रफल के सम्बन्ध में व्यास २७ है और परिधि ५६ है । इस कुण्ड का क्षेत्रफल निकालो ॥ २६ ॥

कछुवे की पीठ की तरह उन्नतोदर वर्तुल्लतल के लिये उदाहरणार्थ प्रश्न

व्यास १५ है और परिधि ३६ है । कछुवे की पीठ की भाँति इस क्षेत्र का व्यावहारिक क्षेत्रफल निकालो ॥ २७ ॥

भीतरी कङ्कण और बाहरी कङ्कण के क्षेत्रफल का व्यावहारिक मान निकालने के लिये नियम—

भीतरी व्यास को कङ्कणक्षेत्र की चौड़ाई द्वारा बढ़ाकर जब ३ द्वारा गुणित किया जाता है, और कङ्कणक्षेत्र की चौड़ाई द्वारा गुणित किया जाता है, तब बाहरी कङ्कण का क्षेत्रफल उत्पन्न होता है । इसी प्रकार भीतरी कङ्कण के क्षेत्रफल को कङ्कण की चौड़ाई द्वारा ह्रासित व्यास द्वारा गुणित करने से प्राप्त करते हैं ॥ २८ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

व्यास १८ हस्त है, और बाहरी कङ्कण क्षेत्र की चौड़ाई ३ है, व्यास १८ हस्त है, और फिर से भीतरी कङ्कण की चौड़ाई ३ हस्त है । प्रत्येक दशा में कङ्कण का क्षेत्रफल निकालो ॥ २९ ॥

वृत्त आकृति की परिधि, व्यास और क्षेत्रफल निकालने के लिये नियम, जबकि क्षेत्रफल, परिधि और व्यास का योग दिया गया हो—

१२ द्वारा गुणित ढक्क लीन राशियों के मिश्रित योग में प्रक्षेपित ६४ जोड़ते हैं, और इस योग का वर्गमूल निकालते हैं । तदुपरांत इस वर्गमूल राशि को प्रक्षेपित ६४ के वर्गमूल द्वारा ह्रासित करने से परिधि का माप प्राप्त होता है ॥ ३० ॥

(२८) अन्तश्चक्रवाल वृत्तक्षेत्र और वहिश्चक्रवाल वृत्तक्षेत्र के आकार ७ वीं गाथा के नोट में कथित नेमिक्षेत्र के आकार के समान हैं । इसलिये वह नियम जो इन सब आकृतियों के क्षेत्रफल निकालने के लिये है, व्यवहार में समान साधित होता है ।

(३०) यह नियम निम्नलिखित बीजीय निरूपण से स्पष्ट हो जावेगा—

अप्रोक्षकः

परिधिभ्यासफलानां मिश्रं षोडशस्रतं सहस्रयुतं ।

कः परिधिं किं गणितं भ्यासं को वा ममाचक्ष्व ॥ ३१ ॥

यवाकारमईलाकारपणवाकारयक्षाकाराणां क्षेत्राणां व्यावहारिकफलानयनसूत्रम्—
यत्रमुरक्षपथवक्षक्रायुधसंस्थानप्रतिष्ठितानां सु ।

मुम्भसम्भसमासाधे त्वायामगुणं फलं भवति ॥ ३२ ॥

अप्रोक्षकः

यत्रसंस्थानक्षेत्रस्यायामोऽक्षीतिरस्य विष्कम्भः । मध्यखत्यारिंशत्फलं भवेत्किं ममाचक्ष्व ॥ ३३ ॥
आयामोऽक्षीतिर्यं षण्ढा मुखमस्य विंशतिर्मध्ये । चत्वारिंशत्क्षेत्रे सूदृक्संस्थानके बृहि ॥ ३४ ॥

उपग्रहणार्थं मन्त्र

किसी वृत्त की परिधि व्यास और क्षेत्रफल का योग १११६ है, उस वृत्त की परिधि, गणना किया हुआ क्षेत्रफल और व्यास के मापों को प्राप्त करो ॥ ३१ ॥

छम्बाई की ओर से फाड़ने से प्राप्त (अन्वयायाम क्षेत्र के) (१) पचधाम्य (२) मर्दक (३) पचध और (४) वक्ष व्यकार की वस्तुओं के व्यावहारिक क्षेत्रफल निकालने के लिये नियम—

पचधाम्य, मुरक्ष, पचध और वक्ष के व्यकार के क्षेत्रफलों के सम्बन्ध में दृष्ट माप यह है जो अंत और मध्य माप के योग की अर्द्धांश को छम्बाई द्वारा गुणित करने पर प्राप्त होता है ॥ ३२ ॥

उपग्रहणार्थं मन्त्र

किसी चूर्ण के व्यकार के क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालो जो छम्बाई में ८ अंश और अंत (मुख) में ९ तथा मध्य में १० अंश हो ॥ ३३ ॥ किसी क्षेत्र के सम्बन्ध में जिसका व्यकार पचध समाप्त

मान्यप वृत्त की परिधि है । चूँकि π का मान ३ लिया गया है, इसलिये व्यास = $\frac{p}{3}$

और $3 \frac{p^2}{12}$ वृत्त का क्षेत्रफल है । यदि परिधि व्यास और वृत्त के क्षेत्रफल इन तीनों का मिश्रित योग म हो, तो नियम म दिये गया सूत्र $p = \sqrt{12m + 48} - \sqrt{48}$ का समीकरण $p + \frac{p}{3} + 3 \frac{p^2}{12} = m$ द्वारा सरलतापूर्वक प्राप्त कर सकते हैं ।

(३२) मुरक्ष का अर्थ मर्दक तथा चूर्ण भी होता है । गाथा में कथित विभिन्न आकृतियों के व्यकार निम्नलिखित हैं—



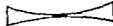
यवाकार क्षेत्र



मुरबाकार क्षेत्र



पचधाकार क्षेत्र



वक्षकार क्षेत्र

समस्त आकृतियों के क्षेत्रफल का माप दृष्ट गाथा में दिये गये नियमानुसार अनुमानतः ठीक है, क्योंकि नियम दृष्ट मान्यता पर आधारित है कि मानके सामायती बकरेला इन सरक रेखाओं के माप का बराबर है जो वक्रों के शिरो (छात्रों व्यक्ता अन्तो) का मध्य बिन्दु क निकालने से प्राप्त होती है ।

पणवाकारक्षेत्रस्यायामः सप्तसप्ततिर्दण्डाः । मुखयोर्विस्तारोऽष्टौ मध्ये दण्डास्तु चत्वारः ॥ ३५ ॥

वज्राकृतेस्तथास्य क्षेत्रस्य षडग्रनवतिरायामः ।

मध्ये सूचिर्मुखयोस्त्रयोदश त्र्यंशसंयुता दण्डाः ॥ ३६ ॥

उभयनिषेधादिक्षेत्रफलानयनसूत्रम्—

व्यासात्स्वायामगुणाद्विष्कम्भार्धन्नदीर्घमुत्सृज्य ।

त्वं वद निषेधमुभयोस्तदर्धपरिहीणमेकस्य ॥ ३७ ॥

अत्रोद्देशकः

आयाम' षट्त्रिंशद्विस्तारोऽष्टादशैव दण्डास्तु ।

उभयनिषेधे किं फलमेकनिषेधे च किं गणितम् ॥ ३८ ॥

बहुविधवज्राकाराणां क्षेत्राणां व्यावहारिकफलानयनसूत्रम्—

रज्ज्वर्धकृतित्र्यंशो बाहुविभक्तो निरेकबाहुगुणः ।

सर्वेषामश्रवता फलं हि बिम्बान्तरे चतुर्थांशः ॥ ३९ ॥

है, लम्बाई ७७ दंड, दोनों मुखों में प्रत्येक का माप ८ दंड और मध्य का माप ४ दंड है। इसके क्षेत्रफल का माप बतलाओ ॥ ३५ ॥ इसी प्रकार, किसी वज्राकार क्षेत्र की लम्बाई ९६ दंड, मध्य में केवल मध्य बिन्दु है, और मुखों में से प्रत्येक का माप १३ $\frac{३}{४}$ दंड है। इसका क्षेत्रफल क्या है? ॥ ३६ ॥

उभयनिषेध क्षेत्र के क्षेत्रफल को निकालने के लिये नियम—

लम्बाई और चौड़ाई के गुणनफल में से लम्बाई और आधी चौड़ाई के गुणनफल को घटाने पर उभयनिषेध क्षेत्रफल प्राप्त होता है। जो लम्बाई और आधी चौड़ाई के गुणनफल में से उसी घटाई जाने वाली राशि की अर्द्धराशि घटाई जाने पर प्राप्त होता है, वह एकनिषेध आकृति का क्षेत्रफल होता है ॥ ३७ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

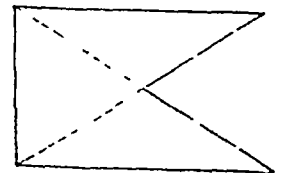
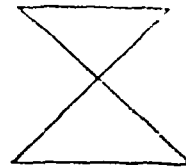
लम्बाई ३६ है, चौड़ाई केवल १८ दंड है। उभयनिषेध तथा एक निषेध क्षेत्र के क्षेत्रफलों को अलग अलग निकालो ॥ ३८ ॥

बहुविधवज्र के आकार की रूपरेखा वाले क्षेत्रों के व्यावहारिक क्षेत्रफल के माप को निकालने के लिये नियम—

परिमिति की अर्द्धराशि के वर्ग की एक तिहाई राशि को भुजाओं की सख्या द्वारा भाजित कर, और तब एक कम भुजाओं की सख्या द्वारा गुणित करने पर, भुजाओं से बने हुए समस्त क्षेत्रों के (वज्राकार) क्षेत्रफल का माप प्राप्त होता है। इस फल का चतुर्थांश संस्पर्शी (एक दूसरे को स्पर्श करने वाले) वृत्तों द्वारा घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल होता है ॥ ३९ ॥

(३७) इस गाथा में कथित आकृतियों नीचे दी गई हैं—

ये आकृतियाँ किसी चतुर्भुजक्षेत्र को उसके दो विकर्णों द्वारा चार त्रिभुजों में बाँट देने पर प्राप्त हुई दिखाई देती हैं। उभयनिषेध आकृति, इस चतुर्भुज के दो सम्मुख त्रिभुजों को हटाने पर प्राप्त होती है, और एकनिषेध आकृति ऐसे केवल एक त्रिभुज को हटाने पर प्राप्त होती है।



(३९) इस गाथा में कथित नियम कोई भी सख्या की भुजाओं से बनी हुई आकृतियों का

अत्रोद्देशक*

पट्टबाहुकस्य बाहोर्विष्कम्भ पञ्च चान्यस्य ।

ध्वासकस्यो मुजस्य त्वं पोडशाबाहुकस्य वद ॥ ४० ॥

त्रिमुजक्षेत्रस्य मुज* पञ्च प्रतिबाहुरपि च सप्त घटा षट् ।

अन्यस्य पट्टभस्य षोडशविष्वन्तविस्तार ॥ ४१ ॥

मण्डलपट्टयस्य द्वि नभविष्कम्भस्य मध्यफलम् ।

पट्पञ्चषतुर्ध्वासा वृत्तत्रितयस्य मध्यफलम् ॥ ४२ ॥

धनुराकारक्षेत्रस्य व्यावहारिकफलानयनसूत्रम्—

कृत्येपुगुणसमानं बाणार्धगुणं शरसने गणितम् ।

शरवर्गोत्पञ्चगुणाम्भ्यामर्धगुणोत्पद्यं काष्ठम् ॥ ४३ ॥

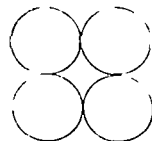
उदाहरणार्थं मदन

छ मुजामों वाली आकृति की एक मुजा ५ है और १९ मुजामों वाली आकृति की एक मुजा ३ है। प्रत्येक दशा में क्षेत्रफल बताओ ॥ ४० ॥ त्रिमुज के सम्बन्ध में एक मुजा ५ है, सम्मुज (दूसरी) मुजा ७ है और व्यापार ९ है। दूसरी छः मुजाकार आकृति में मुजारों क्रमवार १ से ९ तक हैं। प्रत्येक दशा में क्षेत्रफल क्या है? ॥ ४१ ॥ जिसमें से प्रत्येक का व्यास ९ है ऐसे चार समान एक दूसरे को स्पर्श करने वाले वृत्तों द्वारा घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या है? तीव्र एक दूसरे को स्पर्श करने वाले क्रमसः १, ५ और ७ माप के व्यासवाले वृत्तों के द्वारा घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल भी बतलाओ ॥ ४२ ॥

धनुष के आकार की रूपरेखा है जिसकी ऐसे आकार वाली आकृति का व्यावहारिक क्षेत्रफल निकालने के लिये नियम—

बाण और ध्वा (कृति या शरी) के मापों को जोड़कर योगफल को बाण के माप की बर्ग राशि द्वारा गुणित करने से धनुषाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल प्राप्त होता है। बाण के माप के वर्ग को ५ द्वारा गुणित कर और तब उसमें कृति (शरी) के वर्ग को मिलाकर से प्राप्त राशि का वर्गमूल धनुष की धनुषाकार काष्ठ की बन्दवाई होती है ॥ ४३ ॥

क्षेत्रफल देता है। यदि मुजामों के मापों के योग की आधी राशि य हो, और मुजामों की संख्या न हो,



ता क्षेत्रफल = $\frac{3^2}{4} \times \frac{n-1}{n}$ होता है। वह एक त्रिमुज पट्टमुज, पट्टमुज, और वृत्त को अनन्त मुजामों की आकृति मानकर, उनके सम्बन्ध में व्यावहारिक क्षेत्रफल का मान देता है। नियम का दूसरा भाग एक दूसरे को स्पर्श करने वाले वृत्तों के द्वारा घिरे क्षेत्र के विषय में है। इस नियमानुसार प्राप्त क्षेत्रफल भी आनुमानिक होता है। पारस में दिखा गया चित्र, चार संरपरी वृत्तों द्वारा घीमित क्षेत्र है।

(४३) धनुषाकार क्षेत्र रूपरेखा में, बाणवर्ग में, वृत्त की व्यवस्था (लच्छ) पैना होता है। वहाँ धनुष बाण है धनुष की शरी (ध्वा) बाणवर्ग है, और बाण बाण तथा शरी के बीच की महत्तम सम्बन्ध रूप पूरी होती है। यदि बाण और ल इन तीनों रेखाओं की बन्दवाई को निकरित करत हो, तो गाथा ४३ और ४५ में दिखे नियमों के अनुसार वहाँ

अत्रोद्देशकः

ज्या षड्विंशतिरेषा त्रयोदशेषुश्च कार्मुकं दृष्टम् ।
किं गणितमस्य काष्ठं किं वाचक्ष्वाशु मे गणक ॥ ४४ ॥

वाणगुणप्रमाणानयनसूत्रम्—

गुणचापकृतिविशेषात् पञ्चहृतात्पदमिषु समुद्दिष्टः ।
शरवर्गात्पञ्चगुणादूना धनुषः कृति पदं जीवा ॥ ४५ ॥

अत्रोद्देशकः

अस्य धनु क्षेत्रस्य शरोऽत्र न ज्ञायते परस्यापि ।
न ज्ञायते च मौर्वी तद्द्वयमाचक्ष्व गणितज्ञ ॥ ४६ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

एक धनुषाकार क्षेत्र की डोरी २६ है एवं वाण १३ है । हे गणक, शीघ्रही मुझे इसके क्षेत्रफल और झुके हुए काष्ठ का माप बतलाओ ॥ ४४ ॥

धनुषाकार क्षेत्र के सम्बन्ध में वाणमाप और गुण (डोरी) प्रमाण निकालने के लिये नियम—
डोरी और झुके हुए धनुष के वर्गों के अन्तर को ५ द्वारा भाजित करते हैं । परिणामी भजन फल का वर्गमूल वाण का दृष्ट माप होता है । वाण के वर्ग को ५ द्वारा गुणित कर, प्राप्त गुणनफल को धनुष के चाप के वर्ग में से घटाते हैं । इस परिणामी राशि का वर्गमूल डोरी के सवादी माप को देता है ॥ ४५ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

धनुषाकार क्षेत्र के वाण का माप अज्ञात है, और दूसरे ऐसे ही क्षेत्र की डोरी का माप अज्ञात है । हे गणितज्ञ, इन दोनों मापों को निकालो ॥ ४६ ॥

धनुष क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालने के लिये दिया गया सूत्र, चीन की सम्भवत पुस्तकों को २१३ ईस्वी पूर्व में जलाये जाने की घटना से पूर्व की पुस्तक च्यु—चांग सुआन—जु (नवाभ्यायी अक्षगणित) में भी इसी रूप में दृष्टिगत होता है ।

$$\text{क्षेत्रफल} = (क + ल) \times \frac{ल}{२}$$

$$\text{धनुष की लम्बाई} = \sqrt{५ल^२ + क^२}$$

$$\text{वाण की लम्बाई} = \left\{ \sqrt{च^२ - क^२} \right\} \frac{१}{५}$$

यहाँ च = चाप,
क = चापकर्ण,
ल = लम्बा है ।

सूक्ष्म मानों के लिये इस अध्याय की ७३^३ और ७४^३ वीं गाथाओं को देखिये ।

$$\text{पुनः धनुष की डोरी की लम्बाई} = \sqrt{च^२ - ५ल^२}$$

जम्बू द्वीप प्रशस्ति (६/९) में तथा त्रिलोक प्रशस्ति (४/२५९८) में यह मान क्रमशः इस प्रकार दिया गया है—

$$\text{जीवा} = \sqrt{(\text{व्यास} - \text{वाण}) \times ४ \text{ वाण}}$$

$$\text{व्यास} = \frac{४ (\text{वाण})^२ + (\text{जीवा})^२}{४ \text{ वाण}}$$

कूलिज के अनुसार पायथेगोरस के साध्य पर आधारित इस सूत्र का उद्गम बाबुल में प्रायः २६०० ईस्वी पूर्व स्फानलिपि ग्रंथों में दृष्टिगत हुआ है । इस सम्बन्ध में तिलोय पण्णत्तिका गणित दृष्टव्य है ।

सूक्ष्मगणितानयनसूत्रम्—

भुजयुत्यर्धचतुष्काद्भुजहीनाद्धातितात्पदं सूक्ष्मम् ।

अथवा मुखतलयुतिदलमवलम्बगुण न विषमचतुरश्रे ॥ ५० ॥

अत्रोद्देशकः

त्रिभुजक्षेत्रस्याष्टौ दण्डा भूर्वाहुकौ समस्य त्वम् ।

सूक्ष्म वद गणितं मे गणितविदवलम्बकावाधे ॥ ५१ ॥

द्विसमत्रिभुजक्षेत्रे त्रयोदश स्युर्भुजद्वये दण्डाः ।

दश भूरस्यावाधे अथावलम्ब च सूक्ष्मफलम् ॥ ५२ ॥

विषमत्रिभुजस्य भुजा त्रयोदश प्रतिभुजा तु पञ्चदश ।

भूमिश्चतुर्दशास्य हि किं गणितं चावलम्बकावाधे ॥ ५३ ॥

त्रिभुज और चतुर्भुज क्षेत्रों के क्षेत्रफलों के सूक्ष्म माप निकालने के लिये नियम—

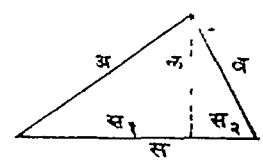
क्रमशः प्रत्येक भुजा द्वारा हासित भुजाओं के योग की अर्द्धराशि द्वारा निरूपित प्राप्त चार राशियाँ एक साथ गुणित की जाती हैं । इस प्रकार प्राप्त गुणनफल का वर्गमूल क्षेत्रफल का सूक्ष्म माप होता है । अथवा क्षेत्रफल का माप, ऊपरी सिरे से आधार पर गिराये गये लम्ब को आधार और ऊपरी भुजा के योग की अर्द्धराशि से गुणित करने पर प्राप्त होता है । पर यह बाद का नियम विषम चतुर्भुज के सम्बन्ध में नहीं है ॥ ५० ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

समत्रिभुज की प्रत्येक भुजा ८ दण्ड है । हे गणितज्ञ, उसके क्षेत्रफल का सूक्ष्म माप तथा शीर्ष से आधार पर गिराये हुए लम्ब और इस तरह प्राप्त आधार के खंडों के सूक्ष्म मानों को बतलाओ ॥ ५१ ॥ किसी समद्विबाहु त्रिभुज की वरावर भुजाओं में से प्रत्येक १३ दण्ड है और आधार का माप १० है । क्षेत्रफल, लम्ब और आधार की आवाधाओं के सूक्ष्म मापों को निकालो ॥ ५२ ॥ विषम त्रिभुज की एक भुजा १३, सम्मुख भुजा १५ और आधार १४ है । इस क्षेत्र का क्षेत्रफल, लम्ब और आधार की आवाधाओं के सूक्ष्म मान क्या हैं ? ॥ ५३ ॥

$$s_1 = \left(s + \frac{a^2 - b^2}{s} \right) \times \frac{1}{2},$$

$$s_2 = \left(s - \frac{a^2 - b^2}{s} \right) \times \frac{1}{2},$$



और $l = \sqrt{a^2 - s_1^2}$ अथवा $\sqrt{b^2 - s_2^2}$ होता है । यहाँ अ, ब, स त्रिभुज की भुजाओं का निरूपण करते हैं, s_1, s_2 ऐसे आधार के दो खंड हैं, जिनकी कुल लम्बाई स है, ल लम्ब है ।

(५०) बीजीय रूप से निरूपित करने पर,

किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{y (y - a) (y - b) (y - c)}$, जहाँ y भुजाओं के योग की आधी राशि है । अ, ब, स-भुजाओं के माप हैं ।

अथवा, क्षेत्रफल $= \frac{s}{2} \times l$, जहाँ ल शीर्ष से आधार पर गिराये गये लम्ब का मान है ।

इतः परं पञ्चप्रकाराणां चतुरस्रक्षेत्राणां कर्णानयनसूत्रम्—
 भित्तिवृत्तमिपरीतमुच्यते मुखगुणमुखमिभित्तौ गुणच्छेदौ ।
 छद्गुणौ प्रतिमुखयो मंगेयुतं परं कर्णौ ॥ ५४ ॥

अत्रोद्देशकः

समचतुरस्रस्य त्वं समन्ततः पञ्चबाहुकस्याशु ।
 कण च सूक्ष्मपट्टमपि कथय सखे गणितवत्सवत् ॥ ५५ ॥
 आयतचतुरस्रस्य द्वादश बाहुस्य कोटिरपि पञ्च ।
 कर्णे कः सूक्ष्म किं गणितं पापद्वय मे क्षोभम् ॥ ५६ ॥
 द्विसप्तचतुरस्रभूमि पत्रशिखाद्बाहुरेकपट्टिम् ।
 सोऽन्वयश्चतुर्दशस्य कर्णः कः सूक्ष्मगणित किम् ॥ ५७ ॥

इसके पञ्चान् बाँच प्रकार के चतुर्भुजों के विकर्णों के मान निकालने के लिये निम्न—
 आकार को बढ़ी और छोटी, दाहिनी और बाईं भुजाओं के द्वारा घुमित करने से प्राप्त शक्तिवों को समजा कैसी दो अन्य शक्तियों में जोड़त है जो ऊपरी भुजा को दाहिनी और बाईं ओर की छोटी और बढ़ी भुजाओं द्वारा घुमित करने से प्राप्त होती है । परिणामी दो घाम गुणक और मात्रक तथा सम्पूर्ण भुजाओं के गुणनफलों के योग सम्बन्धी मात्रक और गुणन की संरचना करते हैं । इस प्रकार प्राप्त शक्तियों के वर्गमूल विकर्णों के इस माप हात है ॥ ५४ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

त्रिसन्धी चारों ओर की प्रत्येक भुजा का माप ५ है, ऐसे समभुज चतुर्भुज के सम्बन्ध में हे गणित वररज विकर्ण तथा क्षेत्रफल के सूक्ष्म मान शीघ्र बतकानो ॥ ५५ ॥ अथवा क्षेत्र के सम्बन्ध में घुमित भुजा माप में ३२ है और कर्ण रूप भुजा माप में ५ है । सुखे शीघ्र बतकानो कि विकर्ण का भार क्षेत्रफल का सूत्रम माप क्या क्या है ? ॥ ५६ ॥ समशिखाद् चतुर्भुज (समकक्ष्य चतुर्भुज) की आधार भुजा ३२ है । एक भुजा ९१ है, और ऊपरी ओ उतनी ही है । ऊपरी भुजा ३२ है । बतकानो कि विकर्ण और क्षेत्रफल के सूक्ष्म माप क्या है ? ॥ ५७ ॥ समप्रिबाहु चतुर्भुज (चतुर्भुज समप्रिबाहु चतुर्भुज) के सम्बन्ध में ३३ का वर्ग समान भुजाओं में से एक का माप हाता है । आधार ४० है । विकर्ण का माप तथा आधार के अन्तों का माप और कक्ष्य तथा क्षेत्रफल के माप क्या क्या है ? ॥ ५८ ॥ किसी विषम चतुर्भुज की दाहिनी और बाईं भुजाएँ ३३ × ३५ और ५ भुज ऐष वा ऐषरूप = $\sqrt{(५-५)(५-५)(५-५)(५-५)}$; वहाँ ५, भुजाओं के योग को अन्वयित है और ५ व ५ न ट चतुर्भुज ऐष की भुजाओं के माप हैं । अथवा, क्षेत्रफल = $\frac{५+५}{२} \times ५$ (५ न टया ५ अथवा वा छादक जबकि चतुर्भुज विषम होता है, वहाँ न ऊपरी भुजा के अंशों से आधार ५५ गिाये नदे काका लखी से से विलं एट वा माप है । विषम ऐषों के लिये शिखे लये से एष टैष हैं । चतुर्भुज चतुर्भुज ऐषों के लिये (दे गये हैं) के चतुर्भुजों के सम्बन्ध में टैष है ६५ व टैषी लयो व शिखे एषरूप तथा कक्ष्य वा माप परिगणनीय हा नकता है ।

(५८) वर्गक रूप से विकसित चतुर्भुज ऐष के विकर्ण का माप यह है—

$$\sqrt{(अग + ब) (अब + ग)} \text{ अथवा } \sqrt{(अग + ब) (अब + ग)} \div २ \text{ एव केवल } ५८ + ग$$

वर्गस्त्रयोदशानां त्रिसप्तचतुर्बाहुके पुनर्भूमिः ।

सप्त चतुश्शतयुक्तं कर्णाबाधाबलम्बगणितं किम् ॥ ५८ ॥

विषमचतुरश्रबाहू त्रयोदशाभ्यस्तपञ्चदशविंशतिकौ ।

पञ्चघनो वदनमधस्त्रिशतं कान्यत्र कर्णमुखफलानि ॥ ५९ ॥

इतः पर वृत्तक्षेत्राणां सूक्ष्म फलानयनसूत्राणि । तत्र समवृत्तक्षेत्रस्य सूक्ष्मफलानयन सूत्रम्—

वृत्तक्षेत्रव्यासो दशपदगुणितो भवेत्परिक्षेपः ।

व्यासचतुर्भागगुणः परिधिः फलमर्धमर्धे तत् ॥ ६० ॥

अत्रोद्देशकः

समवृत्तव्यासोऽष्टादश विष्कम्भश्च षष्टिरन्यस्य ।

द्वाविंशतिरपरस्य क्षेत्रस्य हि के च परिधिफले ॥ ६१ ॥

१३ × २० हैं । ऊपरी भुजा (५)^३ है, और नीचे की भुजा ३०० है । विकर्ण से आरम्भ कर सबके मान यहाँ क्या क्या है ? ॥ ५९ ॥

इसके पश्चात् वक्ररेखीय क्षेत्रों के सम्बन्ध में सूक्ष्म मानों को निकालने के लिये नियम दिये जाते हैं । उनमें से समवृत्त के सम्बन्ध में सूक्ष्म मान निकालने के लिये नियम—

वृत्त का व्यास १० के वर्गमूल से गुणित होकर परिधि को उत्पन्न करता है । परिधि को एक चौथाई व्यास से गुणित करने पर क्षेत्रफल प्राप्त होता है । अर्द्धवृत्त के सम्बन्ध में यह इसका आधा होता है ॥ ६० ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी वृत्ताकार क्षेत्र के सम्बन्ध में वृत्त का व्यास १८ है, दूसरे के सम्बन्ध में ६० है, एक और अन्य के सम्बन्ध में २२ है । परिधियाँ और क्षेत्रफल क्या क्या हैं ? ॥ ६१ ॥ अर्द्धवृत्ताकार क्षेत्र

चक्रीय चतुर्भुजों के लिये ठीक हैं । लम्ब अथवा विकर्णों के मानों को पहिले से बिना जाने हुए चतुर्भुज के क्षेत्रफल को निकालने के प्रयत्न के विषय में मास्कराचार्य परिचित थे । यह उनकी लीलावती ग्रन्थ की निम्नलिखित गाथा से प्रकट होता है—

लम्बयो. कर्णयोर्वैकमनिर्दिश्यापरान् कथम् ।

पृच्छत्यनियतत्वेऽपि नियत चापि तत्फलम् ॥

सपृच्छक. पिशाचो वा वक्ता वा नितरा ततः ।

यो न वेत्ति चतुर्बाहुक्षेत्रस्यानियता स्थितिम् ॥

(६०) इस गाथानुसार $\pi = \frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}}$ का मान $\sqrt{10} = ३.१६...$ है । इससे भी

सूक्ष्म मान प्राप्त करने के लिये नवीं शताब्दी की धवला टीका ग्रंथों में निम्नलिखित रीति दी है—

$\frac{१६ (\text{व्यास}) + १६}{११३}$

+ ३ (व्यास) = परिधि ।

इस सूत्र के वाम पक्ष के प्रथम पद में से अक्ष का + १६ हटा देने पर π का मान $\frac{३१६३}{१०००}$ अथवा ३.१६३१६३ प्राप्त होता है, जिसे चीन में ४७६ ईस्वी पश्चात् त्सु-शुग-चिह द्वारा उपयोग में लाया गया है । वास्तव में यह सूत्र एक प्रदेश के व्यास के सम्बन्ध में प्रयुक्त हुआ है । अस्तख्यात प्रदेशों वाले अगुल आदि व्यास के माप की इकाइयों के लिये + १६ का मान नगण्य हो जाता है, और चीनी मान प्राप्त हो जाता है । आर्यभट्ट द्वारा दिया गया π का मान $\frac{३१६३००}{१०००००} = ३.१४११६$ है । मास्कराचार्य द्वारा भी यह मान ($\frac{३१६३०}{१००००}$) रूप में हासिल कर प्ररूपित किया गया है ।

द्वादशविष्कम्भस्य क्षत्रस्य हि चार्धवृत्तस्य ।
 पटत्रिंशद्व्यासस्य क परिधिः किं फलं भवति ॥ ६२ ॥

आयतवृत्तक्षेत्रस्य सूक्ष्मफलानयनसूत्रम्—

व्यासकृति-पद्मगुणिता द्विसंगुणायामकृतिपुला (पदं) परिधिः ।
 व्यामचतुर्भांगुणव्यायतवृत्तस्य सूक्ष्मफलम् ॥ ६३ ॥

अत्रोद्देशकः

आयतवृत्तायाम् पटत्रिंशद्व्यासस्य विष्कम्भम् ।
 क परिधिः किं गणितं सूक्ष्मं विगण्य मे कथय ॥ ६२ ॥

संज्ञाकारक्षेत्रस्य सूक्ष्मफलानयनसूत्रम्—

वचनार्धोनो व्यासो वक्षपदगुणितो भवेत्परिक्षेपः ।
 मुखवृत्तरहितव्यासार्धवर्गमुखचरणकृतियोगः ॥ ६५ ॥
 वक्षपदगुणितः क्षेत्रे कश्चिन्निमे सूक्ष्मफलमेतत् ॥ ६५३ ॥

का व्यास १२ है । दूसरे क्षेत्र का व्यास ३६ है । बतकामो कि परिधि क्या है और क्षेत्रफल क्या है ? ७ १२ ॥

आयतवृत्त (इक्षिप्त) सम्बन्धी सूत्र मानों को निकालने के लिये विवम—

छोटे व्यास का वर्ग ९ द्वारा गुणित किया जाता है और बड़े व्यास की छम्बाई की दृग्वी राशि के वर्ग को उसमें जोड़ा जाता है । इस योग का चार्धमूक परिधि का माप होता है । जब इस परिधि के माप को छोटे व्यास की एक चौड़ाई राशि द्वारा गुणित करते हैं तब क्षेत्र का सूत्र क्षेत्रफल माप होता है ७ १२ ॥

उदाहरणार्थ सूत्र

इक्षिप्त के सम्बन्ध में बड़े व्यास की छम्बाई ३६ और छोटे व्यास की १२ है गणना के पत्राव कतकामो कि परिधि क्या है और सूत्र क्षेत्रफल क्या है ? ७ १५ ॥

संज्ञ के आकार की आकृति के सम्बन्ध में सूत्र मानों को निकालने के लिये विवम—

आकृति की सबसे बड़ी चौड़ाई (छोटे व्यास) को मुख की चौड़ाई की अर्धराशि द्वारा हासित कर, और तब १ के चार्धमूक द्वारा गुणित करने पर परिमाप (perimeter) उत्पन्न होता है । आकृति की महत्तम चौड़ाई की अर्धराशि के वर्ग को मुख के व्यासी चौड़ाई द्वारा हासित करने से प्राप्त राशि में मुख की चौड़ाई की एक चौड़ाई राशि के वर्ग को जोड़ते हैं । परिणामी योग को १ के चार्धमूक द्वारा गुणित करते हैं । प्राप्त राशि संज्ञ आकृति का सूत्र क्षेत्रफल होता है ७ १५३ ॥

(६३) यदि बड़ा व्यास 'अ' और छोटी व्यास 'ब' हो तो इस निबन्धानुसार परिधि $\sqrt{१५ + ४अ^२}$ होती है और क्षेत्रफल $\frac{३}{४}ब \times \sqrt{१५ + ४अ^२}$ होता है । इस यात्रा में (हस्तलिपि में) परिधि प्राप्त करने के लिये प्राप्त राशि के चार्धमूक निकालने का कथन सूत्र त हूट म्ना है । नहीं किना गया क्षेत्रफल का सूत्र केवल एक अनुमान है, और वह वृत्त के क्षेत्रफल की साम्यता पर आधारित है, जो $π \times ब \times \frac{अ}{४}$ द्वारा प्ररूपित होता है । यहाँ ब व्यास है और (π ब) परिधि है ।

(६५३) शीघ्र रूप से परिधि = (अ - २ म) $\times \sqrt{१}$; तथा

अत्रोद्देशकः

व्यासोऽष्टादश दण्डा मुखविम्तारोऽयमपि च चत्वार ।
क' परिधि' किं गणित सूक्ष्मं तत्कम्बुकावृत्ते ॥ ६६३ ॥

बहिश्चक्रवालवृत्तक्षेत्रस्य चान्तश्चक्रवालवृत्तक्षेत्रस्य च सूक्ष्मफलानयनसूत्रम्—
निर्गमसहितो व्यासो दशपदनिर्गमगुणो बहिर्गणितम् ।
रहितोऽधिगमेनासावभ्यन्तरचक्रवालवृत्तस्य ॥ ६७३ ॥

अत्रोद्देशकः

व्यासोऽष्टादश दण्डाः पुनर्वह्निर्निर्गतास्त्रयो दण्डा ।
सूक्ष्मगणितं वद त्वं बहिरन्तश्चक्रवालवृत्तस्य ॥ ६८३ ॥
व्यासोऽष्टादश दण्डा अन्त' पुनरधिगताश्च चत्वार' ।
सूक्ष्मगणितं वद त्वं चाभ्यन्तरचक्रवालवृत्तस्य ॥ ६९३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

शख आकृति के वक्ररेखीय क्षेत्र के संबंध में महत्तम चौड़ाई १८ दंड है, और मुख की चौड़ाई ४ दंड है । इसकी परिमिति और सूक्ष्म क्षेत्रफल के माप क्या हैं ? ॥ ६६३ ॥

बाहर स्थित और भीतर स्थित (बहिश्चक्रवाल और अंतश्चक्रवाल) ककण के संबंध में सूक्ष्म मापों को निकालने के लिये नियम—

भीतरी व्यास में चक्रवाल वृत्त की चौड़ाई जोड़कर, प्राप्त राशि को १० के वर्गमूल तथा चक्रवाल वृत्त की चौड़ाई द्वारा गुणित करते हैं । इससे बहिश्चक्रवाल वृत्त का क्षेत्रफल प्राप्त होता है । बाहरी व्यास को चक्रवाल वृत्त की चौड़ाई द्वारा ह्रासित करते हैं । प्राप्त राशि को १० के वर्गमूल तथा चक्रवाल वृत्त की चौड़ाई द्वारा गुणित करने से अंतश्चक्रवाल वृत्त का क्षेत्रफल प्राप्त होता है ॥ ६७३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

चक्रवाल वृत्त का भीतरी अथवा बाहरी व्यास का माप १८ दंड है । चक्रवाल वृत्त की चौड़ाई ३ दंड है । बहिश्चक्रवाल वृत्त तथा अंतश्चक्रवाल वृत्त का सूक्ष्म माप बतलाओ ॥ ६८३ ॥ बाहरी व्यास १८ दंड है । अंतश्चक्रवाल वृत्त की चौड़ाई ४ दंड है । अंतश्चक्रवाल वृत्त का सूक्ष्म क्षेत्रफल निकालो ॥ ६९३ ॥

क्षेत्रफल = $\left[\left\{ (अ - \frac{३}{४} म) \times \frac{३}{४} \right\}^2 + \left(\frac{म}{४} \right)^2 \right] \times \sqrt{१०}$, जहाँ अ महत्तम चौड़ाई का माप है और म शख के मुख की चौड़ाई है । गाथा २३ के नोट के अनुसार यहाँ भी इस आकृति को दो असमान अर्द्धवृत्तों द्वारा सरचित किया गया है ।

बबाकारक्षेत्रस्य च घनुराकारक्षेत्रस्य च सूक्ष्मफलानयनसूत्रम्—
 ह्युपावगुणश्च गुणो दक्षपवगुणितश्च भवति गणितफलम् ।
 यवसंस्थानक्षेत्रे घनुराकारे च विज्ञेयम् ॥ ७०३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वादशवर्णायासो मुक्षद्वयं सूचिरपि च विस्तारः ।
 चत्वारो मध्येऽपि च यवसंस्थानस्य किं तु फलम् ॥ ७१३ ॥
 घनुराकारसंस्थाने म्या अतुर्विंशतिं पुनः ।
 चत्वारोऽस्थेयुरुदृष्टं सूक्ष्म किं तु फलं भवेत् ॥ ७२३ ॥

घनुराकारक्षेत्रस्य घनुराकारक्षेत्रप्रमाणानयनसूत्रम्—
 क्षरभर्गो बहुजितो म्यावर्गसमन्वितस्तु यस्तस्य ।
 मूर्च्छं घनुराकारप्रसापने तत्र विपरीतम् ॥ ७३३ ॥

बबाकार क्षेत्र तथा घनुराकार क्षेत्र के सम्बन्ध में सूक्ष्म मापों को निकालने के क्रिये निम्न—
 बबुच की चोरी को बाज की एक बीचाई राशि द्वारा गुणित करते हैं । प्राप्त फल को १ के वर्गमूल द्वारा गुणित करने पर घनुराकार तथा बबाकार क्षेत्र के सम्बन्ध में क्षेत्रफल का सूत्र रूप से दीक मान प्राप्त होता है ॥ ७३३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

बबुचान्त को बीच से पकड़ने से प्राप्त क्षेत्र की व्याकृति की महत्तम ऊंचाई १२ इंच है; जो क्षिरे सुई-मिन्तु है और बीच में चौड़ाई ४ इंच है । क्षेत्रफल क्या है ? ॥ ७३३ ॥ घनुराकार कपरेका बाकी व्याकृति के संबंध में चोरी २४ है तथा बाज ४ है । क्षेत्रफल का सूक्ष्म माप क्या है ? ॥ ७३३ ॥

बबुच के एक काष्ठ तथा बाज को निकालने के क्रिये निम्न, जब कि व्याकृति घनुराकार है—

बाज के माप का वर्ग १ द्वारा गुणित किया जाता है । इसमें चोरी के वर्ग को जोड़ते हैं । परिणामी योग का वर्गमूल बबुच के एक काष्ठ का माप होता है । चोरी का माप और बाज का माप निकालने के सम्बन्ध में इसकी विपरीत किया करते हैं ॥ ७३३ ॥

(७४) बबुच के समान व्याकृति, हृत् की अन्या पैठी स्पष्ट रूप से दिखाई देती है । यहाँ

अथवा का क्षेत्रफल = $k \times \frac{h}{v} \times \sqrt{r}$ है । यह हृत् माप नहीं है ।

अर्द्धहृत् के क्षेत्रफल को प्राप्त करने के क्रिये जो निम्न है यह ठीकी



साम्यता पर आधारित है । अर्द्धहृत् का क्षेत्रफल = $k \times २h \times \frac{\pi}{v}$ है जहाँ π निम्ना है ।

पापकर्ष के दोनों ओर के बबुच (हृत् की अथवा) निकालने से यवाकार व्याकृति प्राप्त होती है । स्पष्ट है कि हृत् तथा में बाज का माप तुलना हो जाता है । हृत् प्रकार वह हृत् हृत् के क्रिये भी प्रयोग है ।

विशेष महति में (४/२३३३ माग १ पृष्ठ ४४२ पर) अथवा का क्षेत्रफल रूप से यह है—

$$\text{बबुचक्षेत्र} = \sqrt{(२ \text{ बाज} \times \text{बीचा})^२ \times १}$$

विपरीतक्रियायां सूत्रम्—

पुणचापकृतिविशेषात्तर्कहृतात्पदमिपुः समुद्दिष्टः ।
शरवर्गात् षड्गणितादूनं धनुषः कृते पदं जीवा ॥ ७४३ ॥

अत्रोद्देशकः

धनुराकारक्षेत्रे ज्या द्वादश षट् शरः काष्ठम् ।
न ज्ञायते सखे त्वं का जीवा क शरस्तस्य ॥ ७५३ ॥

१. B और M दोनों में उपर्युक्त पाठ है, पर इष्ट अर्थ “षड्गणितादूनाया धनुष्कृते पद जीवा” से निकलता है ।

विपरीत क्रिया के सम्बन्ध में नियम—

ढोरी के वर्ग और धनुष के त्रककाष्ठ के वर्ग के अन्तर की $\frac{1}{6}$ भाग राशि का वर्गमूल बाण का माप होता है । धनुषकाष्ठ के वर्ग में से बाण के वर्ग की ६ गुनी राशि को घटाने से प्राप्त शेष का वर्गमूल ढोरी का माप होता है ॥ ७४३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

धनुषाकार आकृति की ढोरी १२ है, और बाण ६ है । छुकी हुई काष्ठ का माप अज्ञात है । हे मित्र, उसे निकालो । इसी आकृति के संबंध में ढोरी और उसके बाण के माप को अलग-अलग किस तरह निकालोगे, जब कि आवश्यक राशियाँ ज्ञात हों ? ॥ ७५३ ॥

$$(७३३-७४३) \text{ वीजीय रूप से, चाप} = \sqrt{६ ल^२ + क^२}, \text{ लम्ब} = \sqrt{\frac{च^२ - क^२}{६}}$$

$$\text{और चापकर्ण} = \sqrt{च^२ - ६ ल^२}$$

चापकर्ण और बाण के पदों में चाप का मान समीकरण के रूप में देने के लिये अर्द्धवृत्त बनानेवाले चाप को आधार मानना पड़ता है । प्राप्त सूत्र को किसी भी अवघा (वृत्त खंड) के चाप का मान निकालने के उपयोग में लाते हैं । अर्द्धवृत्तीय चाप = $त्र \times \sqrt{१०} = \sqrt{१०} त्र = \sqrt{६ त्र^२ + ४ त्र^२}$ होता है, जहाँ त्र त्रिज्या अथवा अर्द्धव्यास है । इसी सिद्धान्त पर आधारित यह सूत्र किसी भी चाप के लिये है । यहाँ ल = बाण (चाप तथा चापकर्ण के बीच की महत्तम दूरी), और क = जीवा (चापकर्ण) है । जम्बूद्वीप प्रज्ञप्ति (२/२४, ६/१०) में धनुषपृष्ठ का सूत्र महावीर के सूत्र समान है,

$$\text{धनुषपृष्ठ} = \sqrt{६ (बाण^२) + \{ (व्यास - बाण) \times बाण \}} = \sqrt{६ (बाण)^२ + (जीवा)^२}$$

त्रिलोक प्रज्ञप्ति (४/१८१) में सूत्र इस रूप में है,

$$\text{धनुष} = \sqrt{२ \{ (व्यास + बाण)^२ - (व्यास)^२ \}}$$

बाण निकालने के लिये जम्बूद्वीप प्रज्ञप्ति (६/११) तथा त्रिलोक प्रज्ञप्ति (४/१८२) में अवतरित सूत्र दृष्टव्य हैं ।

अत्रोद्देशकः

सूक्ष्मनिमक्षेत्रस्य च पणवाकारक्षेत्रस्य च धआकार क्षेत्रस्य च सूक्ष्मफळानयनसूत्रम्—

मुखगुणितायामफळं स्वधनुःफळसमुत्तं सूक्ष्मनिमे ।

सत्पणयवजनिमयोर्धनुःफळ्येन तयोरुभयो ॥ ७६३ ॥

अत्रोद्देशकः

चतुर्विंशतिरायामो विस्तारोऽष्टौ मुखद्वये ।

क्षेत्रे सूक्ष्मसम्माने मध्ये पौडश किं फळम् ॥ ७७३ ॥

चतुर्विंशतिरायामस्तथाष्टौ मुखयोर्द्वयो ।

चत्वारो मध्यविष्टम् किं फळं पणवाकृतौ ॥ ७८३ ॥

चतुर्विंशतिरायामस्तथाष्टौ मुखयोर्द्वयो ।

मध्ये सूचित्तयाचक्ष्व धआकारस्य किं फळम् ॥ ७९३ ॥

नमिक्षेत्रस्य च बालेन्द्राकार क्षेत्रस्य च इमवन्ताकारक्षेत्रस्य च सूक्ष्मफळानयनसूत्रम्—

पृष्ठोदरसंक्षेपः पद्मच्छो व्यासरूपसगुणितः ।

वक्षामूढगुणो नमेर्बालेन्द्रभवन्तयोश्च तस्यार्धम् ॥ ८०३ ॥

सूदंगाकार, पणवाकार और बट्टाकार आकृतियों के संबंध में सूत्रम फलों को प्राप्त करने के विधे निम्न—

जो महत्तम कम्बाई को मुख की चौड़ाई द्वारा गुणित करने पर प्राप्त होता है ऐसे परिणामी क्षेत्रफल में सर्वत्रिच चतुर्वाकृतियों के क्षेत्रफलों के मान को जोड़ते हैं। यह परिणामी क्षेत्र सूदंग के आकार की आकृति के क्षेत्रफल का माप होता है। पणव और बट्ट की आकृति का क्षेत्रफल प्राप्त करने के लिए महत्तम कम्बाई और मुख की चौड़ाई के गुणनफल से प्राप्त क्षेत्रफल को चतुर्वाकृति संबंधी क्षेत्रफलों के माप द्वारा हासिल करते हैं। क्षेत्रफल इष्ट क्षेत्रफल होता है ॥ ७६३ ॥

उत्वाहरणार्थ प्रश्न

सूदंगाकार आकृति के संबंध में महत्तम कम्बाई १७ है। दो मुखों में से प्रत्येक के मुख की चौड़ाई ८ है। बीच में महत्तम चौड़ाई १९ है। क्षेत्रफल क्या है? ॥ ७७३ ॥ पणवाकृति के संबंध में महत्तम कम्बाई २७ है। इसी प्रकार प्रत्येक मुख की चौड़ाई ८ और केन्द्रीय चौड़ाई ७ है। क्षेत्रफल क्या है? ॥ ७८३ ॥ बट्ट के आकार की आकृति के संबंध में महत्तम कम्बाई १७ है। दो मुखों में से प्रत्येक की चौड़ाई ८ है। केन्द्र केचम एक विन्दु है। क्षेत्रफल निकालो ॥ ७९३ ॥

त्रैभुज और चतुर्भुज समाव क्षेत्र (हाथी की नीस के कम्बायाम पैदाकृति) के सूत्र क्षेत्र फलों को निकालने के विधे निम्न—

त्रैभुज के संबंध में भीठरी और बाहरी बनों के मापों के योग को १ द्वारा भाजित करते हैं। इसे बचल की चौड़ाई से गुणित कर फिर से १ के वर्गमूल द्वारा गुणित करते हैं। परिणामी फल इष्ट क्षेत्रफल होता है। इसका भाषा चरित्रण का क्षेत्रफल अथवा हाथी की नीस की कम्बायाम पैदाकृति (इमवन्ताकार क्षेत्र) का क्षेत्रफल प्राप्त होता है ॥ ८०३ ॥

(७६३) इष्ट नियम का मूल आकार ३२ बी गाथा में नाद में दिये गये विधो से स्पष्ट हो जायेगा।

(८०३) त्रैभुज के लिए दिया गया नियम यदि बीबीय कण से प्रकृतित क्रिया काय ता वह इष्ट रूप में आता है— $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 32 \times \sqrt{1}$ यहाँ १, १, ३२ परिधियों के माप हैं, और १ त्रैभुज

अत्रोद्देशकः

पृष्ठं चतुर्दशोदरमष्टौ नेम्याकृतौ भूमौ ।
 मध्ये चत्वारि च तद्द्वालेन्दोः किमिभदन्तस्य ॥ ८१३ ॥
 चतुर्भण्डलमध्यस्थितक्षेत्रस्य सूक्ष्मफलानयनसूत्रम्—
 विष्कम्भवर्गैराशेषैर्वृत्तस्यैकस्य सूक्ष्मफलम् ।
 त्यक्त्वा समवृत्तानामन्तरजफलं चतुर्णां स्यात् ॥ ८२३ ॥

अत्रोद्देशकः

गोलकचतुष्टयस्य हि परस्परस्पर्शकस्य मध्यस्य ।
 सूक्ष्मं गणितं किं स्याच्चतुष्कविष्कम्भयुक्तस्य ॥ ८३३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

नेमिक्षेत्र के संवध में बाहरी वक्र १४ है और भीतरी ८ है । बीच में चौड़ाई ४ है । क्षेत्रफल क्या है ? बालेन्दु क्षेत्र तथा इभदन्ताकार क्षेत्र की आकृतियों का क्षेत्रफल भी क्या होगा ? ॥ ८१३ ॥

चार, एक दूसरे को स्पर्श करने वाले, वृत्तों के बीच के क्षेत्र (चतुर्भण्डल मध्यस्थित क्षेत्र) के सूक्ष्म क्षेत्रफल को निकालने के लिये नियम—

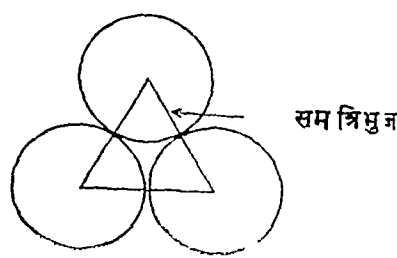
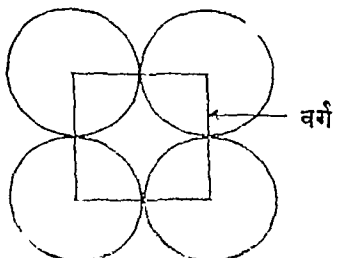
किसी भी एक वृत्त के क्षेत्रफल का सूक्ष्म माप यदि उस वृत्त के व्यास को वर्गित करने से प्राप्त राशि में से घटाया जाय, तो पूर्वोक्त क्षेत्र का क्षेत्रफल प्राप्त होता है ॥ ८२३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

चार एक दूसरे को स्पर्श करने वाले वृत्तों के बीच का क्षेत्रफल निकालो (जब कि प्रत्येक वृत्त का व्यास ४ है) ॥ ८३३ ॥

(कंकण) की चौड़ाई है । इस नेमिक्षेत्र के क्षेत्रफल की तुलना गाथा ७ में दिये गये नोट में वर्णित आनुमानिक मान से की जाय, तो स्पष्ट होगा कि यह सूत्र शुद्ध मान नहीं देता । गाथा ७ में दिया गया मान शुद्ध मान है । यह गलती, एक गलत विचार से उदित हुई मालूम होती है । इस क्षेत्रफल के मान को निकालने के लिये, π का उपयोग p_1 और p_2 के मानों में अपेक्षाकृत उल्टा किया गया है । इसके सम्बन्ध में जम्बूद्वीप प्रज्ञप्ति (१०/९१) और त्रिलोक प्रज्ञप्ति (४/२५२१-२५२२) में दिये गये सूत्र दृष्टव्य हैं ।

(८२३) निम्नलिखित आकृति से इस नियम का मूल कारण स्पष्ट हो जावेगा । (८४३) इसी प्रकार, यह आकृति भी नियम के कारण को शीघ्र ही स्पष्ट करती है ।



वृत्तक्षेत्रत्रयस्यान्योऽन्यस्पर्शानात्प्रातम्यान्तरस्थितक्षेत्रस्य सूक्ष्मफलनयनसूत्रम्—
 विष्कम्भमानममकत्रिभुजक्षेत्रस्य सूक्ष्मफलम् ।
 वृत्तफलाधैषिहीनं फलमन्तरर्जं त्रयाणां स्यात् ॥ ८४३ ॥

अत्रोद्देशकः

विष्कम्भमधतुच्छायां वृत्तक्षेत्रत्रयाणां च । अन्योऽन्यस्पर्शानामन्तरर्जक्षेत्रगणितं किम् ॥ ८५३ ॥

पहमक्षेत्रस्य कर्णोऽधम्वकसूक्ष्मफलानयनसूत्रम्—

सुखसुखकृतिकृतिवगा द्वित्रिप्रिगुणा यथाक्रमेणैव ।

भृत्यमन्वककृतिघनपृथयस्य पहमके क्षेत्रे ॥ ८६३ ॥

अत्रोद्देशक

सुखपटुक्षेत्रे द्वौ द्वौ वृण्वौ प्रतिमुजं स्याताम् ।

अस्मिन् भृत्यमन्वकसूक्ष्मफलानां च वर्गाः के ॥ ८७३ ॥

तीन समान परस्पर एक दूसरे को स्पर्श करनेवाले वृत्तीय क्षेत्रों के बीच के क्षेत्र का सूक्ष्म रूप से कुछ क्षेत्रफल निकालने के लिये नियम—

जिसकी मर्याद भुजा तथा के बराबर होती है ऐसे सम त्रिभुज का सूक्ष्म क्षेत्रफल इस तीन में से किसी भी एक के क्षेत्रफल की ऊर्ध्वाध्र द्वारा हासित किया जाता है । क्षेत्र ही यह क्षेत्रफल होता है ॥८४३॥

उदाहरणार्थ मन्थ

परस्पर एक दूसरे को स्पर्श करने वाले तथा माप में ७ तथा के तीन वृत्तों की परिधिओं से घिरे हुए क्षेत्र का सूक्ष्म क्षेत्रफल क्या है ? ॥८५३॥

नियमित पटुभुज क्षेत्र के संबंध में कर्ण अरुण्य (कर्ण) और क्षेत्रफल के सूक्ष्म रूप से कुछ मापों को निकालने के नियम—

पटुभुज क्षेत्र के संबंध में भुजा के माप को, इस भुजा के वर्ग को तथा इसी भुजा के वर्ग के वर्गों को क्रमशः १ ३ और ३ द्वारा गुणित करने पर उसी क्रम में कर्ण अर्थात् वर्ग और क्षेत्रफल के माप का वर्ग प्राप्त होता है ॥८६३॥

उदाहरणार्थ मन्थ

नियमित पटुभुजाकार आकृति के संबंध में मर्याद भुजा १ इत्थं है । इस आकृति के कर्ण का माप, कर्ण का वर्ग और सूक्ष्म क्षेत्रफल के माप का वर्ग क्या होगा ॥८७३॥

(८६३) यह नियम नियमित पटुभुज आकृति के लिये किया गया बात होता है । यह पटुभुज के क्षेत्रफल का मान $\sqrt{३} \times$ देता है वहाँ किसी भी एक भुजा की ऊर्ध्वाध्र अ है । तथापि यह

या यह है— $अ^२ \times \frac{३\sqrt{३}}{४}$

वर्गस्वरूपकरणिराशीना युतिसंख्यानयनस्य च तेषां वर्गस्वरूपकरणिराशीना यथाक्रमेण परस्परवियुतितः शेषसंख्यानयनस्य च सूत्रम्—
केनाप्यपवर्तितफलपदयोगवियोगकृतिहताच्छेदान् ।

मूलं पदयुतिवियुती राशीनां विद्धि करणिगणितमिदम् ॥ ८८३ ॥

अत्रोद्देशकः

षोडशषट्त्रिंशच्छतकरणीना वर्गमूलपिण्डं मे । अथ चैतत्पदशेषं कथय सखे गणिततत्त्वज्ञ ॥ ८९३ ॥
इति सूक्ष्मगणित समाप्तम् ।

कुछ वर्गमूल राशियों के योग के संख्यात्मक मान तथा एक दूसरे में से स्वाभाविक क्रम में कुछ वर्गमूल राशियों को घटाने के पश्चात् शेषफल निकालने के लिये नियम—

समस्त वर्गमूल राशियों एक ऐसे साधारण गुणनखंड द्वारा भाजित की जाती हैं, जो ऐसे भजनफलों को उत्पन्न करता है जो वर्गराशियाँ होती हैं । इस प्रकार प्राप्त वर्गराशियों के वर्गमूलों को जोड़ा जाता है, अथवा उन्हें स्वाभाविक क्रम में एक को दूसरे में से घटाया जाता है । इस प्रकार प्राप्त योग और शेषफल दोनों को वर्गित किया जाता है, और तब अलग अलग (पहिले उपयोग में लाए हुए) भाजक गुणनखंड द्वारा गुणित किया जाता है । इन परिणामी गुणनफलों के वर्गमूल, प्रश्न में दी गई राशियों के योग और अंतिम अंतर को उत्पन्न करते हैं । समस्त प्रकार की वर्गमूल राशियों के गणित के संबंध में यह नियम जानना चाहिये ॥ ८८३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

हे गणिततत्त्वज्ञ सखे, मुझे १६, ३६ और १०० राशियों के वर्गमूलों के योग को बतलाओ, और तब इन्हीं राशियों के वर्गमूलों के संबंध में अंतिम शेष भी बतलाओ । इस प्रकार, क्षेत्र गणित व्यवहार में सूक्ष्म गणित नामक प्रकरण समाप्त हुआ ॥ ८९३ ॥

(८८३) यहाँ आया हुआ “करण” शब्द कोई भी ऐसी राशि दर्शाता है जिसका वर्गमूल निकालना होता है, और जैसी दशा हो उसके अनुसार वह मूल परिमेय (rational, धनराशि जो करणीरहित हो) अथवा अपरिमेय होता है । गाथा ८९३ में दिये गये प्रश्न को निम्न प्रकार से हल करने पर यह नियम स्पष्ट हो जावेगा—

$\sqrt{१६} + \sqrt{३६} + \sqrt{१००}$ और $(\sqrt{१००}) - (\sqrt{३६} - \sqrt{१६})$ के मान निकालना हैं ।
इन्हें $\sqrt{४} (\sqrt{४} + \sqrt{९} + \sqrt{२५})$, $\sqrt{४} \{ \sqrt{२५} - (\sqrt{९} - \sqrt{४}) \}$ द्वारा प्ररूपित किया जा सकता है ।

साधित करने पर,

पूर्व राशि	= $\sqrt{४} (२ + ३ + ५)$;	अपर राशि	= $\sqrt{४} \{ ५ - (३ - २) \}$
	= $\sqrt{४} (१०)$		”	= $\sqrt{४} (४)$
	= $\sqrt{४} \times \sqrt{१००}$		”	= $\sqrt{४} \times \sqrt{१६}$
	= $\sqrt{४००}$		”	= $\sqrt{६४}$
	= २०		”	= ८

जन्यजन्यवहारः

इत परं क्षेत्रगणिते जन्यजन्यवहारमुदाहरिष्यामः । इष्टसंख्याबीजाभ्यामाघतचतुरस्रक्षेत्रा
नयनसूत्रम्—

बगैविशेष्ये कोटि संवर्गो द्विगुणितो मघेद्वाहु । बगैसमासः कर्ष्यमाघतचतुरस्रजन्यत्वम् ॥ १०३ ॥

अत्रोद्देशकः

एकद्विके तु बीजे क्षेत्रे जन्ये तु संस्थाप्य । कस्य विगण्यस्य स्त्रीं कोटिमुक्त्वाकर्ममानानि ॥११३॥

बीजे द्वे त्रीणि सखे क्षेत्रे जन्ये तु संस्थाप्य । कस्य विगण्यस्य स्त्रीं कोटिमुक्त्वाकर्ममानानि ॥११३॥

पुनरपि बीजसंख्याभ्यामाघतचतुरस्रक्षेत्रकल्पनायाः सूत्रम्—

बीजयुतिवियुतिघातः कोटिस्तद्वर्गयोर्ध्व संक्रमणे ।

बाहुभ्रूती भवेतां जन्यविधौ करणमेतदपि ॥ ११३ ॥

जन्य जन्यवहार

इसके पश्चात् हम क्षेत्रफल माप सम्बन्धी गणित में जन्य क्रिया का वर्णन करेंगे । मन् के सुधी
हुई संख्याओं को बीजों के समान लेकर उनकी सहायता से व्यापत क्षेत्र को प्राप्त करने के लिये विधम—
मन् से प्राप्त व्यापत क्षेत्र के संबंध में बीज संख्याओं के वर्गों का अंतर कब मुजा की संरचना
करता है । बीज संख्याओं का गुणनफल २ द्वारा गुणित होकर दूसरी मुजा हो जाता है, और बीज
संख्याओं के वर्गों का योग कर्म बन जाता है ॥११३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

ज्यामितीय आकृति के संबंध में (जिसे मन् के अनुसार प्राप्त करता है) १ और २ लिये जानबतले
बीज है । गणना के पश्चात् दुसरे जन्य मुजा दूसरी मुजा और कर्म के मापों को सीध बतकाओ ॥११३॥
द्वि मित्र २ और ३ को मन् के अनुसार किसी आकृति को प्राप्त करने के संबंध में बीज लेकर
गणना के पश्चात् जन्य मुजा जन्य मुजा और कर्म सीध बतकाओ ॥११३॥

पुनः बीजों द्वारा निकृषित संख्याओं की सहायता से व्यापत चतुरस्र क्षेत्र की रचना करने के
लिये दूसरा विधम—

बीजों के योग और अंतर का गुणनफल जन्यमाप होता है । बीजों के योग और अंतर के वर्गों
का संक्रमण जन्य मुजा तथा कर्म को उत्पन्न करता है । यह क्रिया जन्य क्षेत्र को (जिसे हुए बीजों
से) प्राप्त करने के उपयोग में ली जाती जाती है ॥११३॥

(१३) “जन्य” का शाब्दिक अर्थ “में से उत्पन्न” अथवा “में से व्युत्पन्नित” होता है । इसलिये
यह ऐसे विमुत्र और चतुर्भुज क्षेत्रों के विषय में है जो दिये गये ज्ञात (इत वधाओं) से प्राप्त किये जा
सकते हैं । विमुत्र और चतुर्भुज क्षेत्रों की मुजाओं की जन्य निकृषणों को जन्य क्रिया कहते हैं ।

बीज, यैता कि यहाँ वर्जित है साधारणतः घनात्मक पूर्णांक होता है । विमुत्र और चतुर्भुज क्षेत्रों
का प्राप्त करने के लिये दो ऐसे बीज अपरिवर्तनीय ढंग से दिये गये होते हैं ।

इत नियम का मूल आधार निम्नलिखित बीजीय निरूपण से स्पष्ट हो जानेवा—

यदि ‘अ’ और ‘ब’ बीज संख्यायें हों तो अ^२ - ब^२ जन्य का माप होता है । २ अ ब दूसरी
मुजा का माप होता है और अ^२ + ब^२ कर्म का माप होता है जब कि चतुर्भुज क्षेत्र व्यापत हो । इसलिये
स्पष्ट है कि बीज ऐसी संख्याएँ होती हैं जिनका गुणनफल और वर्गों की सहायता से प्राप्त मुजाओं के
मापों द्वारा समकोण विमुत्र की रचना की जा सकती है ।

(११३) यहाँ दिख गये विधम में अ^२ - ब^२ २ अ ब और अ^२ + ब^२ को (अ + ब) (अ - ब),

अत्रोद्देशकः

त्रिकपञ्चकबीजाभ्यां जन्यक्षेत्र सखे समुत्थाप्य ।

कोटिभुजाश्रुतिसंख्याः कथय विचिन्त्याशु गणिततत्त्वज्ञ ॥ ९४३ ॥

इष्टजन्यक्षेत्राद्वीजसन्नसंख्ययोरानयनसूत्रम्—

कोटिच्छेदावाप्त्योः संक्रमणे वाहुदलफलच्छेदौ ।

बीजे श्रुतीष्टकृत्योर्योगवियोगार्धमूले ते ॥ ९५३ ॥

अत्रोद्देशकः

कस्यापि क्षेत्रस्य च षोडश कोटिश्च बीजे के ।

त्रिंशदथवान्यवाहुर्वीजे के ते श्रुतिश्चतुस्त्रिंशत् ॥ ९६३ ॥

कोटिसंख्यां ज्ञात्वा भुजाकर्णसंख्यानयनस्य च भुजसंख्यां ज्ञात्वा कोटिकर्णसंख्यानयनस्य च कर्णसंख्यां ज्ञात्वा कोटिभुजासंख्यानयनस्य च सूत्रम्—

कोटिकृतेच्छेदाप्त्योः संक्रमणे श्रुतिभुजौ भुजकृतेर्वा ।

अथवा श्रुतीष्टकृत्योरन्तरपदमिष्टमपि च कोटिभुजे ॥ ९७३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

हे गणिततत्त्वज्ञ मित्र, ३ और ५ को बीज लेकर उनकी सहायता से जन्य क्षेत्र की रचना करो, और तब सोच विचार कर क्षीघ्र ही लम्ब भुजा, अन्य भुजा और कर्ण के मापों को बतलाओ ॥ ९४३ ॥

बीजो से प्राप्त करने योग्य किसी दी गई आकृति सर्वधी बीज संख्याओं को निकालने के लिये नियम—

लम्ब भुजा के मन से चुने हुए यथार्थ भाजक और परिणामी भजनफल से संक्रमण क्रिया करने से इष्ट बीज उत्पन्न होते हैं । अन्य भुजा की अर्द्धराशि के मन से चुने हुए यथार्थ भाजक और परिणामी भजनफल भी इष्ट बीज होते हैं । वे बीज क्रमशः कर्ण और मन से चुनी हुई संख्या की वर्णित राशि के योग की अर्द्धराशि के वर्गमूल तथा अंतर की अर्द्धराशि के वर्गमूल होते हैं ॥ ९५३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी रैखिकीय आकृति के सबंध में लम्ब १६ है, बतलाओ बीज क्या क्या हैं ? अथवा यदि अन्य भुजा ३० हो, तो बीजो को बतलाओ । यदि कर्ण ३४ हो, तो वे बीज कौनकौन हैं ? ॥ ९६३ ॥

अन्य भुजा और कर्ण के संख्यात्मक मानों को निकालने के लिये नियम, जब कि लम्ब भुजा ज्ञात हो, लम्ब भुजा और कर्ण को निकालने के लिये नियम, जब कि अन्य भुजा ज्ञात हो, और लम्ब भुजा तथा अन्य भुजा को निकालने के लिये नियम, जब कि कर्ण का संख्यात्मक माप ज्ञात हो—

लम्ब भुजा के वर्ग के मन से चुना हुए यथार्थ भाजक और परिणामी भजनफल के बीज संक्रमण क्रिया करने पर क्रमशः कर्ण और अन्य भुजा उत्पन्न होती हैं । इसी प्रकार अन्य भुजा के वर्ग के संबंध में बही संक्रमण क्रिया करने से लम्ब भुजा और कर्ण के माप उत्पन्न होते हैं । अथवा, कर्ण के वर्ग और किसी मन से चुनी हुई संख्या के वर्ग के अंतर की वर्गमूल राशि तथा वह चुनी हुई संख्या क्रमशः लम्ब भुजा और अन्य भुजा होती हैं ॥ ९७३ ॥

$\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2}$ और $\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$ के द्वारा प्ररूपित किया गया है ।

(९५३) इस नियम में कथित क्रियाएँ गाथा ९०३ में कथित क्रियाओं से विपरीत हैं ।

(९७३) यह नियम निम्नलिखित सर्वसमिकाओं (identities) पर निर्भर है—

अत्रोद्देशकः

कस्यापि कोटिरेकादस बाहु पट्टिरम्यस्वः । अत्रिरेकपट्टिरन्यास्यानुक्तान्यत्र मे कश्च ॥ १८३ ॥

द्विसप्तचतुरभक्षेत्रस्यानयनप्रकारस्य सूत्रम्—

अम्यक्षेत्रमुच्चार्यहारफलप्रमाणान्यकोट्योत्तैरि
मूलास्यं विमुक्तिर्मुक्ता भूतिर्यास्यास्या हि कोटिभवेत् ।
आधाया महती भूति भूतिरभून्म्येष्टं फल स्यात्फलं
बाहु स्यात्फलम्यको द्विसप्तचक्षेत्रे चतुर्बाहुके ॥ १९३ ॥

उदाहरणार्थं मन्त

किसी आकृति के संबंध में, कम्ब मुजा ११ है दूसरी आकृति के संबंध में कम्ब (दूसरी) मुजा ९ है और तीसरी आकृति के संबंध में कम्ब ९१ है । इन तीन क्साओं में क्साय मुजाओं के मापों को बतकाओ ॥ १८३ ॥

दिये गये बीजों की सहायता से दो बराबर मुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र को प्राप्त करने की रीति के संबंध में निम्न—

दिये गये बीजों की सहायता से प्राप्त प्रथम आयत की कम्ब मुजा को दूसरी आकृति (जिसे मूकता प्राप्त आकृति के आधार की अर्द्धराशि के मूल से जुने हुए दो गुणनखंडों को बीच मानकर प्राप्त किया गया है ऐसी आकृति) की कम्ब मुजा में जोड़नेपर दो बराबर मुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र का आधार उत्पन्न होता है । इस दो कम्बों के मापों के अन्तर से चतुर्भुज की ऊपरी मुजा उत्पन्न होती है । पूर्व कथित दो प्राप्त आकृतियों का छोटा कर्ण दो बराबर मुजाओं में से किसी एक का माप होता है । उन दो प्राप्त आकृतियों के सम्बन्ध में दो कम्ब मुजाओं में से छोटी मुजा आधार के उस छोटे खंड का माप होती है जो ऊपरी मुजा के अंतों में से किसी एक से आधार पर कम्ब गिराने से बनता है । जब दो प्राप्त आकृतियों के सम्बन्ध में बड़ा कर्ण हूँ कर्ण का माप होता है । जब दो प्राप्त आकृतियों में से बड़े का क्षेत्रफल हूँ आकृति का क्षेत्रफल होता है और उन दो आकृतियों में से किसी एक का आधार ऊपरी मुजा के अंतों में से किसी एक से आधार पर गिराये गये कम्ब का माप होता है ॥ १९२ ॥

$$१) \left\{ \frac{(a^2 - b^2)}{(a - b)^2} \pm (a - b)^2 \right\} + 2 = a^2 + b^2 \text{ अथवा } a \text{ अथवा } b \text{ (दशानुवार)}$$

$$२) \left\{ \frac{(2ab)^2}{2b^2} \pm 2b^2 \right\} + 2 = a^2 + b^2 \text{ अथवा } a^2 - b^2$$

$$३) \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2} = a^2 - b^2$$

१९३) इस गायामे कथित निम्न के अनुवार लाने किया जाने वाला प्रथम यह है कि दो दिये गये बीजों की सहायता से दो बराबर मुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की रचना किस प्रकार करना चाहिये । मुजाओं के बीच ऊपरी मुजा के अंतों से आधार पर गिराये गये कम्बों तथा कम्ब के अन्त उत्पन्न हुए खंडों की क्साइयों दिये गये बीजों की सहायता से संरचित दो क्खतों में से निम्नरचना पड़ती है । इनमें से प्रथम आवत क्षेत्र ऊपर गायामे १३ में दिये गये नियमानुसार बनाया जाता है । प्रथम आवत के आधार की क्साई की अर्द्धराशि के मूल से जुने हुए दो गुणनखंडों में से उठी निम्न के अनुवार दूसरा आवत क्षेत्र बनता है । (उन दो गुणनखंडों का बीच मान लेते हैं ।) इसकिये अत इन प्रथम आवत को दूसरे आवत क्षेत्र से अलग पहिचानने के लिये, प्राथमिक आकृति कहेंगे ।

अत्रोद्देशकः

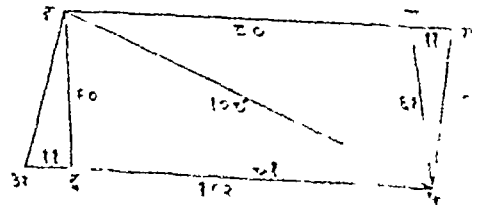
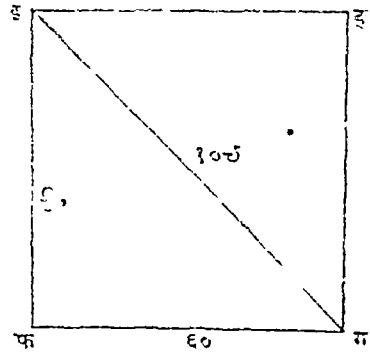
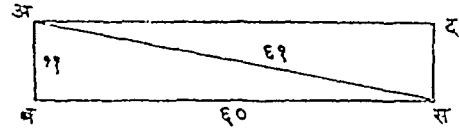
चतुरश्रक्षेत्रस्य द्विसमस्य च पञ्चषट्कबीजस्य ।
 मुखभूमुजावलम्बककर्णाबाधाधनानि वद ॥ १०० $\frac{1}{2}$ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

दो बराबर भुजाओं वाले तथा ५ और ६ को बीज मानकर उनकी सहायता से रचित चतुर्भुज क्षेत्र के सर्वथ से ऊपरी भुजा, आधार, दो बराबर भुजाओं में से एक, ऊपरी भुजा से आधार पर गिराया गया लंब, कर्ण और आधार का छोटा खंड तथा क्षेत्रफल के मापों को बतलाओ ॥ १०० $\frac{1}{2}$ ॥

इस नियम का मूल आधार गाथा १०० $\frac{1}{2}$ में दिये गये प्रश्न के हल को चित्रित करने वाली निम्नलिखित आकृतियों से स्पष्ट हो जावेगा। यहाँ दिये गये बीज ५ और ६ हैं। प्रथम आयत अथवा बीजों से प्राप्त प्राथमिक आकृति अ व स द है—

[नोट—ये आकृतियों पैमाने रहित हैं।]
 इस आकृति में आधार की लम्बाई की अर्द्धराशि ३० है। इसके दो गुणखंड ३ और १० चुने जा सकते हैं। इन संख्याओं की सहायता से (उन्हें बीज मानकर) संरचित आयत क्षेत्र इ फ ग ह है—



दो बराबर भुजाओं वाले इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र की रचना के लिये अपने कर्ण द्वारा विभाजित प्रथम आयत के दो त्रिभुजों में से एक को दूसरे आयत की ओर, और वैसे ही दूसरे त्रिभुज के बराबर क्षेत्र को दूसरे आयत की दूसरी ओर से हटा देते हैं जैसा की आकृति इ अ' फ स' से स्पष्ट है।

यह क्रिया आकृतियों की तुलना से स्पष्ट हो जावेगी। इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र इ अ' फ स' का क्षेत्रफल = दूसरे आयत इ फ ग ह का क्षेत्रफल।

आधार अ' फ = प्रथम आयत की लम्ब भुजा
 वन दूसरे आयत की लम्ब भुजा = अ व + इ फ

ऊपरी भुजा इ स' = दूसरे आयत की लम्ब भुजा ऋण प्रथम आयत की लम्ब भुजा = ग ह - स द
 कर्ण इ फ = दूसरे आयत का कर्ण

त्रिसमचतुरभुजेत्रस्य मुखभूमुजापलम्बककर्णबाधाधनानयनसूत्रम्—

मुखपद्मद्वयबीजान्तरद्वयजन्यधनाप्रभागहाराम्याम् ।

तद्वसुजकोटिभ्यां च त्रिसम इव त्रिसमचतुरभुजे ॥ १०१३ ॥

अत्रोद्देशकः

चतुरभुजेत्रस्य त्रिसमस्यास्य द्विकत्रिकत्वबीजस्य ।

मुखभूमुजापलम्बककर्णबाधाधनानि च ॥ १०२३ ॥

दिये गये बीजों की सहायता से तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में ऊपरी भुजा, आधार, कोई भी एक बराबर भुजा, ऊपर से आधार पर गिराया गया कर्ण कर्ण आधार का छोटा लंब और क्षेत्रफल के मापों को निकालने के लिये नियम—

दिये गये बीजों का अंतर, उन बीजों की सहायता से तत्काळ प्राप्त चतुर्भुज क्षेत्र के आधार के वर्गमूल द्वारा गुणित किया जाता है। इस तत्काळ प्राप्त प्राथमिक चतुर्भुज के क्षेत्रफल को इस प्रकार प्राप्त गुणनफल द्वारा भाजित किया जाता है। एवं किया में बीजों की तरह उपयोग में लाये गये परिष्कृती भजनफल और मासक की सहायता से प्राप्त दूसरा चतुर्भुज क्षेत्र रचा जाता है। उचित चतुर्भुज, तत्काळ प्राप्त चतुर्भुज के आधार और कर्ण भुजा को शीघ्र मानकर बताया जाता है। एवं इन दो लंब में प्राप्त चतुर्भुजों की सहायता से तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की उपर्युक्त भुजाओं को के मापों को दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज में प्रयुक्त विधि अनुसार प्राप्त किया जाता है ॥ १३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

तीन बराबर भुजाओं वाले, तथा २ और ३ बीज हैं जिसके ऐसे चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में ऊपरी भुजा, आधार तीन बराबर भुजाओं में से एक, ऊपरी भुजा से आधार पर गिराया गया कर्ण कर्ण, आधार का छोटा लंब और क्षेत्रफलों के मापों को बतलाओ ॥ १३ ॥

आधार का छोटा लंब अर्थात् अ' इ = प्रथम भावत की लंब भुजा

= अ व

कर्म इ इ = दूसरे अथवा प्रथम भावत का आधार = ब ल = फ ग

बाजू की प्राथमिक बराबर भुजा अ इ अथवा फ स' = प्रथम भावत का कर्ण अर्थात्, अ ल

(१ १३) यदि दिये गये बीज अ और व द्वारा निरूपित हों, तो तत्काळ प्राप्त चतुर्भुज की

भुजाओं के माप ये होंगे : कर्म भुजा = अ^२ - व^२, आधार = २ अ व कर्ण = अ^२ + व^२ क्षेत्रफल = २ अ व × (अ^२ - व^२) ।

वैसा कि दो बराबर भुजाओं वाले क्षेत्रफल की रचना के संबंध में गाथा ९१३ का निष्पत्त उपरोक्त कहा गया है उसी तरह यह नियम दो प्राप्त भावतों की सहायता से तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की रचना में सहायक होता है। इन भावतों में प्रथम संबंधी बीज वे हैं—

$$\frac{२अ व \times (अ^२ - व^२)}{\sqrt{२अ व \times (अ व)}} \text{ अर्थात् } \sqrt{२अ व \times (अ + व)} \text{ और } \sqrt{२अ व \times (अ - व)}$$

गाथा ९ ३ का नियम वहाँ प्रयुक्त करने पर हमें प्रथम भावत के लिये निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं—

$$\text{कर्म भुजा} = (अ + व)^२ \times २अ व - (अ - व)^२ \times २अ व \text{ अथवा } ८अ^२ व$$

विषमचतुरश्रक्षेत्रस्य मुखभूभुजावलम्बककर्णाद्वाधाधनानयनसूत्रम्—

ज्येष्ठाल्पान्योन्यहीनश्रुतिहतभुजकोटी भुजे भूमुखे ते
कोट्योरन्योन्यदोर्भ्यां हतयुतिरथ दोर्घातयुकोटिघातः ।
कर्णावलम्बश्रुतिघ्रावनधिकभुजकोट्याहतौ लम्बकौ ता-
धावाधे कोटिदोर्घावनिविवरके कर्णघातार्धमर्थः ॥ १०३३ ॥

विषम चतुर्भुज के संबंध में, ऊपरी भुजा, आधार, बाजू की भुजाओं, ऊपरी भुजा के अंतों से आधार पर गिराये गये लम्बों, कर्णों, आधार के खंडों और क्षेत्रफल के मापों को निकालने के लिये नियम—
दिये गये बीजों के दो कुलकों (sets) संबंधी दो आयताकार प्राप्त चतुर्भुज क्षेत्रों के बड़े और छोटे कर्णों से आधार और (उन्हीं प्राप्त छोटी और बड़ी आकृतियों की) लम्ब भुजा क्रमशः गुणित की जाती हैं। परिणामी गुणनफल इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र की दो असमान भुजाओं, आधार और ऊपरी भुजा के मापों को देने हैं। प्राप्त आकृतियों की लम्ब भुजाएँ एक दूसरे के आधार द्वारा गुणित की जाती हैं। इस प्रकार प्राप्त दो गुणनफल जोड़े जाते हैं। तब उन आकृतियों संबंधी दो लम्ब भुजाओं के गुणनफल में उन्हीं आकृतियों के आधारों का गुणनफल जोड़ा जाता है। इस प्रकार प्राप्त दो योग, जब उन दो आकृतियों के दो कर्णों में से छोटे कर्ण के द्वारा गुणित किये जाते हैं, तब वे इष्ट कर्णों को उत्पन्न करते हैं। वे ही योग, जब छोटी आकृति के आधार और लम्ब भुजा द्वारा क्रमशः गुणित किये जाते हैं, तब वे कर्ण के अंतों से गिराये गये लम्बों के मापों को उत्पन्न करते हैं, और जब वे उसी आकृति की लम्ब भुजा और आधार द्वारा गुणित होते हैं, तब वे लम्बों द्वारा उत्पन्न आधार के खंडों के मापों को उत्पन्न करते हैं। इन खंडों के माप जब आधार के माप में से घटाये जाते हैं, तब अन्य खंडों के मान प्राप्त होते हैं। उपर्युक्त प्राप्त हुई आकृति के कर्णों के गुणनफल की अर्द्धराशि, इष्ट आकृति के क्षेत्रफल का माप होती है ॥१०३३॥

$$\text{आधार} = २ \times \sqrt{२अ ब} \times (अ + ब) \times \sqrt{२अ ब} \times (अ - ब) \text{ अथवा } ४अ ब (अ^२ - ब^२)$$

$$\text{कर्ण} = (अ + ब)^२ \times २अ ब + (अ - ब)^२ \times २अ ब \text{ अथवा } ४अ ब (अ^२ + ब^२)$$

दूसरे आयत क्षेत्र के संबंध में बीज $अ^२ - ब^२$ और $२अ ब$ हैं।

इस आयत के संबंध में

$$\text{लम्ब भुजा} = ४अ^२ ब^२ - (अ^२ - ब^२)^२, \text{ आधार} = ४अ ब (अ^२ - ब^२),$$

$$\text{कर्ण} = ४अ^२ ब^२ + (अ^२ - ब^२)^२ \text{ अथवा } (अ^२ + ब^२)^२$$

इन दो आयतों की सहायता से, इष्ट क्षेत्रफल की भुजाओं, कर्णों, आदि के मापों को गाथा ११३ के नियमानुसार प्राप्त किया जाता है। वे ये हैं—

$$\text{आधार} = \text{लम्ब भुजाओं का योग} = ८अ^२ ब^२ + ४अ^२ ब^२ - (अ^२ - ब^२)^२$$

$$\text{ऊपरी भुजा} = \text{बड़ी लम्ब भुजा} - \text{छोटी लम्ब भुजा} = ८अ^२ ब^२ - \{४अ^२ ब^२ - (अ^२ - ब^२)^२\} \\ = (अ^२ + ब^२)^२$$

$$\text{बाजू की कोई एक भुजा} = \text{छोटा कर्ण} = (अ^२ + ब^२)^२$$

$$\text{आधार का छोटा खंड} = \text{छोटी लम्ब भुजा} = ४अ^२ ब^२ - (अ^२ - ब^२)^२$$

$$\text{लम्ब} = \text{दो कर्णों में से बड़ा कर्ण} = ४अ ब (अ^२ + ब^२)$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \text{बड़े आयत का क्षेत्रफल} = ८अ^२ ब^२ \times ४अ ब (अ^२ - ब^२)$$

यहाँ देखा सकता है कि ऊपरी भुजा का माप बाजू की भुजाओं में से कोई भी एक के बराबर

है। इस प्रकार, तीन भुजाओं वाला इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र प्राप्त होता है।

(१०३३) निम्नलिखित बीजीय निरूपण से नियम स्पष्ट हो जावेगा—

अत्रोद्देशकः

एकद्विकद्विकत्रिकत्रय्ये चोत्त्वाप्य विषमचतुरभे ।

सुखभूमुत्त्वायत्त्रय्यकण्ठावाघनानि यद् ॥ १०४२ ॥

पुनरपि विषमचतुरभानयनसूत्रम्—

द्वयस्यभ्रविक्रतिगुणितो ज्येष्ठसुमं कोटिरपि घटा यदनम् ।

कर्मोभ्यां संगुणितानुभयमुद्भाषस्यमुदकोटी ॥ १०५२ ॥

ज्येष्ठसुमकोटियुतिर्द्विधास्यमुदकोटिवाहिता युक्ता ।

द्वयस्यमुदकोटियुतिगुणप्रयुक्तेऽप्यास्यभ्रविक्रमौ कर्णौ ॥ १०६२ ॥

अस्यभ्रविक्रमौस्यकोटिसुमसंहृती प्रथमत्रय्यौ ।

चतुर्भयुतिविधियुतिगुणात्प्रमावाघे फले भ्रुतिगुणार्धम् ॥ १०७२ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

१ और २ तथा २ और ३ बीजों को लेकर, दो व्युत्क्रान्तियों प्राप्त कर विषम चतुर्भुज के संबंध में ऊपर की सुजा, व्यापार, बायू की सुजाओं कर्मों, कर्मों, व्यापार के कर्मों और क्षेत्रफल के मापों को बतलाओ ॥ १०७२ ॥

विषम चतुर्भुज के संबंध में सुजाओं के माप आदि को प्राप्त करने के लिए दूसरा विषम— दो प्राप्त भागों में छोटी आकृति के कर्म के बर्ण को अलग-अलग व्यापार और बड़े भाग की कर्म सुजा द्वारा गुणित करने से विषम इष्ट चतुर्भुज के व्यापार और ऊपरी सुजा के माप उत्पन्न होते हैं। छोटे भाग का व्यापार और ऊच्च सुजा, प्रत्येक उत्तरोत्तर उपरोक्त भाग क्षेत्रों के प्रत्येक के कर्म द्वारा गुणित होकर क्रमशः इष्ट चतुर्भुज की दो पाहर् सुजाओं को उत्पन्न करते हैं। बड़ी आकृति (भाग) के व्यापार और ऊच्च सुजा का उत्तर अलग-अलग दो स्थानों में रखा जाकर छोटी आकृति के व्यापार और ऊच्च सुजा द्वारा गुणित किया जाता है। इस क्रिया के दो परिणामी गुणनफल एकत्र करके उस गुणनफल में जोड़े जाते हैं जो छोटे भाग के व्यापार और कर्म सुजा के योग को बड़े भाग की ऊच्च सुजा से गुणित करने पर प्राप्त होता है। इस प्रकार प्राप्त दो योग जब छोटे भाग के कर्म द्वारा गुणित किये जाते हैं तो इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र के दो कर्मों के माप प्राप्त होते हैं। इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र के कर्मों को अलग-अलग छोटे भाग के कर्म द्वारा भाजित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त यजनकर्मों को क्रमशः छोटे भाग की ऊच्च सुजा और व्यापार द्वारा गुणित किया जाता है। परिणामी गुणनफल इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र के कर्मों के मापों को उत्पन्न करते हैं। इन दो कर्मों में (व्यापार और ऊपरी सुजा जोड़कर) उपर्युक्त दो सुजाओं के मापों को अलग-अलग जोड़ा जाता है। बड़ी सुजा बड़े कर्म में और छोटी सुजा छोटे कर्म में। इन कर्मों और सुजाओं के उत्तर भी वही क्रम में प्राप्त किये जाते हैं। उपर्युक्त योग क्रमशः इन कर्मों द्वारा गुणित किये जाते हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफलों के योग इष्ट चतुर्भुज संबंधी व्यापार के कर्मों के मापों को उत्पन्न करते हैं। इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र के कर्मों के गुणनफल की व्यापार राशि बसका क्षेत्रफल होती है ॥ १ ५२-१ ७२ ॥

मानका विषं गये बीजों के दो कुक (dots) अ, व और स, द हैं। तब विभिन्न इष्ट उत्पन्न निम्नलिखित होंगे—

बायू की सुजाएँ = १ अ व (स^२ + द^२) (अ^२ + व^२) और (अ^२ - व^२) (स^२ + द^२) (अ^२ + व^२)

व्यापार = २ स द (अ^२ + व^२) (अ^२ + व^२)

एकस्मात्तन्वायतचतुरश्राद्द्विसमत्रिभुजानयनसूत्रम्—

कर्णे भुजद्वयं स्याद्वाहुर्द्विगुणीकृतो भवेद्भूमिः ।

कोटिरवलम्बकोऽयं द्विसमत्रिभुजे धनं गणितम् ॥ १०८३ ॥

केवल एक जन्य आयत क्षेत्र की सहायता से समद्विबाहु त्रिभुज प्राप्त करने के लिये नियम—
दिये गये बीजों की सहायता से संरचित आयत के दो कर्ण इष्ट समद्विबाहु त्रिभुज की दो बराबर भुजाएँ हो जाते हैं । आयत का आधार दो द्वारा गुणित होकर इष्ट त्रिभुज का आधार बन जाता है । आयत की लंब भुजा, इष्ट त्रिभुज का शीर्ष से आधार पर गिराया हुआ लम्ब होती है । उस आयत का क्षेत्रफल, इष्ट त्रिभुज का क्षेत्रफल होता है ॥१०८३॥

$$\text{ऊपरी भुजा} = (स^2 - द^2) (अ^2 + ब^2) (अ^2 + ब^2)$$

$$\text{कर्ण} = \{ (अ^2 - ब^2) \times २ स द + (स^2 - द^2) २ अ ब \} \times (अ^2 + ब^2); \text{ और}$$

$$\{ (अ^2 - ब^2) (स^2 - द^2) + ४ अ ब स द \} \times (अ^2 + ब^2)$$

$$\text{लम्ब} = \{ (अ^2 - ब^2) \times २ स द + (स^2 - द^2) २ अ ब \} \times २ अ ब, \text{ और}$$

$$\{ (अ^2 - ब^2) (स^2 - द^2) + ४ अ ब स द \} \times (अ^2 - ब^2)$$

$$\text{खंड अवघाट्टे} = \{ (अ^2 - ब^2) \times २ स द + (स^2 - द^2) \times २ अ ब \} (अ^2 - ब^2), \text{ और}$$

$$\{ (अ^2 - ब^2) (स^2 - द^2) + ४ अ ब स द \} \times २ अ ब$$

(१०५३-१०७३) गाथा १०३३ के नोट में कथित मान यहाँ भी भुजाओं आदि के लिये दिये गये हैं, केवल वे कुछ भिन्न विधि से कहे गये हैं । १०३३ वीं गाथा के ही प्रतीक लेकर—

$$\text{कर्ण} = [\{ २ स द - (स^2 - द^2) \} २ अ ब + \{ २ अ ब + (अ^2 - ब^2) \} (स^2 - द^2)] \times (अ^2 + ब^2),$$

$$\text{और } [\{ २ स द - (स^2 - द^2) \} (अ^2 - ब^2) + \{ २ अ ब + (अ^2 - ब^2) \} (स^2 - द^2)] \times (अ^2 + ब^2) ।$$

$$\text{लम्ब} = \frac{[\{ २ स द - (स^2 - द^2) \} \times २ अ ब + \{ २ अ ब + (अ^2 - ब^2) \} (स^2 - द^2)] (अ^2 + ब^2)}{(अ^2 + ब^2)} \times (अ^2 - ब^2),$$

$$\text{और } \frac{[\{ २ स द - (स^2 - द^2) \} (अ^2 - ब^2) + \{ २ अ ब + (अ^2 - ब^2) \} (स^2 - द^2)] (अ^2 + ब^2)}{(अ^2 + ब^2)} \times २ अ ब ।$$

उपर्युक्त चार बीजवाक्य १०३३ वीं गाथा में दिये गये कर्णों और लंबों के मापों के रूप में प्रहासित किये जा सकते हैं । यहाँ आधार के खंडों के माप, खंड की संवादी भुजा और लंब के वर्गों के अन्तर के वर्गमूल को निकालने पर प्राप्त किये जा सकते हैं ।

(१०८३) इस नियम का मूल आधार इस

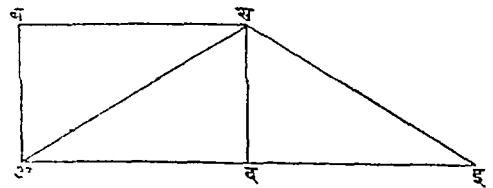
प्रकार निकाला जा सकता है:—मानलो अ ब स द एक

आयत है और अ द, इ तक बढ़ाई जाती है ताकि

अ द = द इ । इस को जोड़ो । अ स इ एक

समद्विबाहु त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ आयत के कर्णों के माप के बराबर हैं, और जिसका क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल के बराबर है ।

पार्व्व आकृति से यह बिस्कुल स्पष्ट हो जावेगा ।



अश्रोदेशकः

त्रिकपञ्चकमीशोत्थद्विसप्तत्रिभुजस्य गणक याहृ द्वी ।

भूमिसवल्म्बकं च प्रगल्प्याचक्ष्व मे क्षीघ्रम् ॥ १०९३ ॥

विषमत्रिभुजक्षेत्रस्य फल्पनाप्रकारस्य सूत्रम्—

अन्यसुझार्धं छित्त्वा केनापिच्छेद्वल्लघ्वजं चाभ्याम् ।

कोटियुतिभूँ फर्णौ मुमौ मुना छम्बका विषमे ॥ ११०२ ॥

अश्रोदेशकः

हे द्वित्रिबीजकस्य क्षेत्रमुझार्धेन चाम्यमुत्पाप्य ।

तस्माद्विषमत्रिभुजे मुवभूम्यवलम्बकं ब्रूहि ॥ १११३ ॥

इति अन्यव्यवहार समाप्त ।

उदाहरणार्थ मन्त्र

हे गणितज्ञ १ और ५ को बीज लेकर उनकी सहायता से प्राप्त समद्विबाहु त्रिभुज के संबंध में दो बराबर मुझार्धों आकार और लंब के मापों को क्षीघ्र ही गणना कर लताओ ॥ १०९३ ॥

विषम त्रिभुज की रचना करने की विधि क हिये विषम—

दिये गये बीजों से प्राप्त आयत के आकार को बायीं शक्ति को धन से पुन ह्रुप गुणवर्द्ध द्वारा माहित करते हैं । मातृक और भजनफल की इस क्रिया में बीज मानकर वृत्त आयत प्राप्त करते हैं । इन दो आयतों की कल्प मुझार्धों का योग ह्रुप विषम त्रिभुज के आधार का माप होता है । उन दो आयतों के दो कर्ण ह्रुपत्रिभुज की दो मुझार्धों के माप होते हैं । अब दो आयतों में से किसी एक का आकार ह्रुप त्रिभुज के लंब का माप होता है ॥ १११३ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

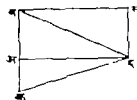
१ और ३ को बीज लेकर उनसे प्राप्त आयत तथा उस आयत के बाये आकार से प्राप्त दूसरा आयत संरचित कर मुझे इस क्रिया की सहायता से विषम त्रिभुज की मुझार्धों आकार और लंब के मापों को बतलाओ ॥ १११३ ॥

इस प्रकार क्षेत्र गणित व्यवहार में अन्य व्यवहार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

(११३) पार्श्वस्थित रचना से विषम स्पष्ट हो जायेगा—

मानलो अ ब स इ और इ फ ग ह दो ऐसे कल्प आयत हैं कि आधार अ इ = आधार इ ह । अ अ को क तक हतना

बताओ कि अ क = इ फ हों । यह तरकटा पूर्वक शिक्षाया जा सकता है कि इ क = इ ग और त्रिभुज ब इ क का आधार अ क = अ इ + इ फ, जो आयतों की लंब मुझार्धें कहलाती हैं । त्रिभुज की मुझार्धें ऊन्हीं आयतों के कर्णों के बराबर होती हैं ।



पैशाचिकव्यवहारः

इतः परं पैशाचिकव्यवहारमुदाहरिष्यामः ।

समचतुरश्रक्षेत्रे वा आयतचतुरश्रक्षेत्रे वा क्षेत्रफले रज्जुसंख्यया समे सति, क्षेत्रफले बाहुसंख्यया समे सति, क्षेत्रफले कर्णसंख्यया समे सति, क्षेत्रफले रज्जुवर्धसंख्यया समे सति, क्षेत्रफले बाहोस्तृतीयांशसंख्यया समे सति, क्षेत्रफले कर्णसंख्यायाश्चतुर्थांशसंख्यया समे सति, द्विगुणितकर्णस्य त्रिगुणितबाहोश्च चतुर्गुणितकोटेश्च रज्जोस्संयोगसंख्यां द्विगुणीकृत्य तद्विगुणितसंख्यया क्षेत्रफले समाने सति, इत्येवमादीनां क्षेत्राणां कोटिभुजाकर्णक्षेत्रफलरज्जुषु इष्टराशिद्वयसाम्यस्य चैष्टराशिद्वयस्यान्योन्यमिष्टगुणकारगुणितफलवत्क्षेत्रस्य भुजाकोटिसंख्यानयनस्य सूत्रम्—

स्वगुणेष्वेन विभक्ताः स्वेष्टानां गणक गणितगुणितेन ।

गुणिता भुजा भुजाः स्युः समचतुरश्रादिजन्यानाम् ॥ ११२३ ॥

पैशाचिक व्यवहार (अत्यन्त जटिल प्रश्न)

इसके पश्चात् हम पैशाचिक विषय का प्रतिपादन करेंगे ।

समायत (वर्ग) अथवा आयत के सबंध में आधार और लंब भुजा का संख्यात्मक मान निकालने के लिये नियम जब कि लंब भुजा, आधार, कर्ण, क्षेत्रफल और परिमिति में कोई भी दो मन से समान चुन लिये जाते हैं, अथवा जब क्षेत्र का क्षेत्रफल वह गुणनफल होता है जो मन से चुने हुए गुणकों (multipliers) द्वारा क्रमशः उपर्युक्त तत्त्वों में से कोई भी दो राशियों को गुणित करने पर प्राप्त होता है : अर्थात्—समायत (वर्ग) अथवा आयत के सम्बन्ध में आधार और लंब भुजा का संख्यात्मक मान निकालने के लिए नियम जब कि क्षेत्र का क्षेत्रफल मान में परिमिति के तुल्य होता है, अथवा जब (क्षेत्र का क्षेत्रफल) आधार के बराबर होता है, अथवा जब (क्षेत्र का क्षेत्रफल) परिमिति के मापकी अर्द्धराशियों के तुल्य होता है, अथवा जब (क्षेत्र का क्षेत्रफल) आधार की एक तिहाई राशि के बराबर होता है, अथवा जब (क्षेत्र का क्षेत्रफल) उस द्विगुणित राशि के तुल्य होता है जो उस राशि को दुगुनी करने पर प्राप्त होती है, और जिसे कर्ण की दुगुनी राशि, आधार की तिगुनी राशि, लंब भुजा की चौगुनी राशि और परिमिति इत्यादि को जोड़ने पर परिणाम स्वरूप प्राप्त करते हैं—

किसी मन से चुनी हुई इष्ट आकृति के आधार के माप को (परिणामी) चुने हुए ऐसे गुणनखंड द्वारा भाजित करने पर, जिसका गुणा आधार से करने पर मन से चुनी हुई इष्ट आकृति का क्षेत्रफल उत्पन्न होता है, अथवा ऐसी मन से चुनी हुई इष्ट आकृति के आधार को ऐसे गुणनखंड से गुणित करने पर, (कि जिसके दिये गये क्षेत्र के क्षेत्रफल में गुणा करने पर इष्ट प्रकार का परिणाम प्राप्त होता है) इष्ट समभुज चतुरश्र तथा अन्य प्रकार की प्राप्त आकृतियों के आधारों के माप उत्पन्न होते हैं ॥ ११२३ ॥

(११२३) गाथा ११३३ में दिया गया प्रथम प्रश्न हल करने पर नियम स्पष्ट हो जावेगा—

यहाँ प्रश्न में वर्ग की भुजा का माप तथा क्षेत्रफल का मान निकालना है, जब कि क्षेत्रफल परिमिति के बराबर है । मानलो ५ है भुजा जिसकी ऐसा वर्ग लिया जावे तो परिमिति २० होगी और क्षेत्रफल २५ होगा । वह गुणनखंड जिससे परिमिति के माप २० को गुणित करने पर क्षेत्रफल २५ हो जावे ५ है । यदि ५, वर्ग की मन से चुनी हुई भुजा ५ द्वारा भाजित की जाये, तो इष्ट चतुर्भुज की भुजा उत्पन्न होती है ।

अत्रोद्देशकः

रज्जुगणितेन समा समचतुरभस्य का तु भुजसंख्या ।
 अपरस्य बाहुसदृशं गणितं तस्मापि मे कथय ॥ ११३३ ॥
 कर्णो गणितेन समा समचतुरभस्य को भवेद्बाहुः ।
 रज्जुद्विगुणोऽन्वस्य क्षेत्रस्य घनाक्षय मे कथय ॥ ११४३ ॥
 आयतचतुरभस्य क्षेत्रस्य च रज्जुस्यमिह गणितम् ।
 गणितं कर्णेन समं क्षेत्रस्याम्बस्य को बाहुः ॥ ११५३ ॥
 कस्यापि क्षेत्रस्य त्रिगुणो बाहुर्धनाक्षय को बाहुः ।
 कर्णैश्चतुर्गुणोऽम्ब समचतुरभस्य गणितफलात् ॥ ११६३ ॥
 आयतचतुरभस्य भ्रमणं द्विगुणं त्रिसंगुणो बाहुः ।
 कोटिश्चतुर्गुणा वै रज्जुमुत्तद्विगुणितं गणितम् ॥ ११७३ ॥
 आयतचतुरभस्य क्षेत्रस्य च रज्जुरस्य रूपसमः ।
 कोटिः को बाहुर्वा र्द्धिं विगणाम्य मे कथय ॥ ११८३ ॥

उदाहरणार्थं मन्त्र

वह क्षेत्र के संबंध में परिमित का सख्यात्मक माप क्षेत्रफल के माप के बराबर है । आधार का संख्यात्मक माप क्या है ? उसी प्रकार की दूसरी आकृति के संबंध में क्षेत्रफल का माप आधार के माप के बराबर है । उस आकृति के संबंध में आधार का माप बतलाओ ॥ ११३३ ॥ किसी समावर्त (वर्ग) क्षेत्र के संबंध में कर्ण का माप क्षेत्रफल के माप के बराबर है । आधार का माप क्या हो सकता है ? दूसरी उसी प्रकार की आकृति के संबंध में परिमित का माप क्षेत्रफल के माप का तुलना है । आधार का माप बतलाओ ॥ ११४३ ॥ आयत क्षेत्र के संबंध में यहाँ क्षेत्रफल का माप परिमित के माप के रूप में और दूसरे उसी प्रकार के क्षेत्र के संबंध में क्षेत्रफल का संख्यात्मक माप कर्ण के माप के बराबर है । प्रत्येक दशा में आधार का माप क्या है ? ॥ ११५३ ॥ किसी वर्ग क्षेत्र के संबंध में आधार का संख्यात्मक मान क्षेत्रफल के माप से तुलना है । दूसरे वर्ग क्षेत्र के संबंध में कर्ण का संख्यात्मक मान क्षेत्रफल के माप से तुलना है । इनमें से प्रत्येक दशा में आधार का माप क्या है ? ॥ ११६३ ॥ किसी आयत क्षेत्र में कर्ण के माप से तुलना शक्ति आधार से त्रिगुणी शक्ति तथा ऋजु भुजा से त्रिगुणी शक्ति लेकर उन में परिमित का माप जोड़ा जाता है । इन प्राप्त बाण्यक्ष से तुलना शक्ति क्षेत्रफल का संख्यात्मक माप होती है । आधार का माप बतलाओ ॥ ११७३ ॥ आयत क्षेत्र के संबंध में परिमित का संख्यात्मक मान १ है । गणना के पत्रपर

वह निम्न दृष्टी रीति भी निरदिष्ट करता है जो व्यावहारिक रूप में ठीकी प्रकार है । वह गुणनसूत्र विनये क्षेत्रफल ६५ का गुणित विद्या जाता है, ताकि वह परिमित का माप ६ का बराबर हो जाने दे है । यदि मान से तुलना पूर्व आकृति की भुजा (को माप से ५ मान ली गई है) को हल गुणनसूत्र से गुणित किया जाने ला वह आकृति की भुजा का माप प्राप्त होता है ।

कर्णों द्विगुणो बाहुस्त्रिगुणःकोटिश्चतुर्गुणा मिश्रः ।

रज्ज्वा सह तत्क्षेत्रस्यायतचतुरश्रकस्य रूपसमः ॥ ११९३ ॥

पुनरपि जन्यायतचतुरश्रक्षेत्रस्य वीजसख्यानयने करणसूत्रम्—

कोट्यूनकर्णदलतत्कर्णान्तरमुभययोश्च पदे ।

आयतचतुरश्रस्य क्षेत्रस्येयं क्रिया जन्ये ॥ १२०३ ॥

अत्रोद्देशकः

आयतचतुरश्रस्य च कोटिः पञ्चाशदधिकपञ्च भुजा ।

साष्टाचत्वारिंशत्त्रिसप्ततिः श्रुतिरथात्र के बीजे ॥ १२१३ ॥

इष्टकल्पितसङ्ख्याप्रमाणवत्कर्णसहितक्षेत्रानयनसूत्रम्—

यद्यक्षेत्रं जातं बीजैः संस्थाप्य तस्य कर्णेन ।

इष्टं कर्णं विभजेल्लाभगुणाः कोटिदोः कर्णा ॥ १२२३ ॥

मुझे शीघ्र बतलाओ कि लम्ब भुजा और आधार के माप क्या-क्या हैं ? ॥ ११८३ ॥ आयत क्षेत्र के सबध में कर्ण से दुगुनी राशि, आधार से त्रिगुनी राशि और लंब से चौगुनी राशि, इन सबको जोड़ कर, जब परिमिति के माप में जोड़ते हैं, तो योग फल १ हो जाता है । आधार का माप बतलाओ ॥ ११९३ ॥

प्राप्त आयत क्षेत्र के संबध में बीजो का निरूपण करने वाली संख्या को निकालने की रीति संबधी नियम—

आयत क्षेत्र के सबध में, उत्पन्न करने वाले बीजों को निकालने की क्रिया में, (१) लंब द्वारा हासित कर्ण की अर्द्ध राशि तथा (२) इस राशि और कर्ण का अंतर, इनके द्वारा निरूपित दो राशियों का वर्गमूल निकालना पड़ता है ॥ १२०३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

आयत क्षेत्र के सबध में लंब भुजा ५५ है, आधार ४८ है, और कर्ण ७३ है । यहाँ वीज क्या-क्या हैं ? ॥ १२१३ ॥

इष्ट कल्पित सख्यात्मक प्रमाण के कर्ण वाले आयत क्षेत्र को प्राप्त करने के लिये नियम—

दिये गये बीजों की सहायता से प्राप्त विभिन्न आकृतियों में से प्रत्येक क्लिख क्लिये (स्थापित क्लिये) जाते हैं, और उसके कर्ण के माप के द्वारा दिया गया कर्ण का माप भाजित किया जाता है । इस आकृति की लंब भुजा, आधार और कर्ण, यहाँ प्राप्त हुए भजनफल द्वारा गुणित होकर, इष्ट क्षेत्र की लंब भुजा, आधार और कर्ण को उत्पन्न करते हैं ।

(१२०३) इस अध्याय की ९५३ वीं गाथा का नियम आयत क्षेत्र के कर्ण अथवा लंब अथवा आधार से बीजों को प्राप्त करने की रीति प्रदर्शित करता है । परन्तु इस गाथा का नियम आयत के लंब और कर्ण से बीजों को प्राप्त करने के विषय में रीति निरूपित करता है । वर्णित की हुई रीति निम्नलिखित सर्वसमिका (identity) पर आधारित है—

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2 - (a^2 - b^2)}{2}} = b, \text{ और } \sqrt{a^2 + b^2 - \frac{a^2 + b^2 - (a^2 - b^2)}{2}} = a,$$

यहाँ $a^2 + b^2$ कर्ण का माप है, $a^2 - b^2$ आयत की लंब-भुजा का माप है । a और b इष्ट बीज हैं ।

(१२२३) यह नियम इस सिद्धान्त पर आधारित है कि समकोण त्रिभुज की भुजाएँ कर्ण की अनुपाती होती हैं । यहाँ कर्ण के उसी मापके लिये भुजाओं के मानों के विभिन्न कुलक (sets) हो सकते हैं ।

अत्रोद्देशकः

एकद्विकद्विकत्रिकचतुष्कसप्तैकसाष्टकानां च ।

गणक चतुर्णां स्त्रीर्षं धीनैरुत्थाप्य कोटिसुधा ॥ १२३२ ॥

आयतचतुरभ्रणां क्षेत्राणां विषमबाहुकानां च ।

कर्णोऽत्र पञ्चपट्टि क्षेत्राप्याचक्ष्व कानि स्युः ॥ १२४३ ॥

इष्टत्रन्यायतचतुरभ्रक्षेत्रस्य रज्जुसंख्यां च कर्णसंख्यां च ज्ञात्वा तत्रन्यायतचतुरभ्रक्षेत्रस्य
मुञ्चकोटिसंख्यानयनसूत्रम्—

कर्णकृतौ द्विरुपायां रज्ज्वर्षैरिति बिसोप्य तम्भूसम् ।

रज्ज्वर्षे संक्रमणीकृते मुञ्चा कोटिरपि भवति ॥ १२५२ ॥

अत्रोद्देशकः

परिधिः स चतुर्भिर्नात् कर्णोऽत्र त्रयोदशो दृष्टः ।

अन्यक्षेत्रस्यास्य प्रगणप्याचक्ष्व कोटिसुधी ॥ १२६३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

इह गणितज्ञ द्विभे गये बीजों की सहायता से, ऐसे चार आयत क्षेत्रों की लंब भुजाएँ और आधारों के मापों को क्षीय बतकाओ, जिनके क्रमसा १ और २ २ और ३, ३ और ४, तथा १ और ८ बीज हैं तथा जिनके आधार भिन्न भिन्न हैं। (इस प्रश्न में) यहाँ कर्ण का माप १५ है। इह दशमै, इष्ट क्षेत्रों के मापों को बतकाओ ॥ ११३८-१२४४ ॥

जिसकी परिमिति का माप और कर्ण का माप ज्ञात है ऐसे अन्य आयत क्षेत्र के आधार और उसकी लम्ब भुजा के संस्कारमक मापों को निकालने के किये विषय—

कधी के बर्ग को २ से गुणित करो। परिष्णामी गुणयफक में से परिमिति की अद्दराक्षि के बर्ग को घटाओ। उस परिष्णामी अंतर के बर्गमूक को प्राप्त करो। यदि वह बर्गमूक आबी परिमिति के साथ संक्रमय क्रिया में आना जाय, तो इष्ट आधार और लम्ब भुजा भी उत्पन्न होती हैं ॥ १२५४ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

इस दशमै परिमिति ३४ है और कर्ण १३ है। इस अन्य आकृति के संबंध में लंब भुजा और आधार के मापों को गणना के बाद बतकाओ ॥ १२६३ ॥

(१२५४) यदि किसी आयत की भुजाएँ a और b द्वारा प्रकृति हों तो $\sqrt{a^2 + b^2}$ कर्ण का माप होता है और परिमिति का माप $2a + 2b$ होता है। यह सरलतापूर्वक देखा जा सकता है कि

$$\left\{ \frac{2a + 2b}{2} + \sqrt{2 \left(\sqrt{a^2 + b^2} \right)^2 - \left(\frac{2a + 2b}{2} \right)^2} \right\} + 2 = a \text{ और}$$

$$\left\{ \frac{2a + 2b}{2} - \sqrt{2 \left(\sqrt{a^2 + b^2} \right)^2 - \left(\frac{2a + 2b}{2} \right)^2} \right\} + 2 = b ।$$

ये दो सूत्र बलित रीति का वहाँ भीबीय रूप से निकरपन करते हैं।

क्षेत्रफलं कर्णसंख्या च ज्ञात्वा भुजकोटिसंख्यानयनसूत्रम्—
कर्णकृतौ द्विगुणीकृतगणितं हीनाधिकं कृत्वा ।
मूलं कोटिभुजौ हि ज्येष्ठे ह्रस्वेन संक्रमणे ॥ १२७३ ॥

अत्रोद्देशकः

आयतचतुरश्रस्य हि गणित षष्टिस्त्रयोदशास्यापि ।
कर्णस्तु कोटिभुजयोः परिमाणे श्रोतुमिच्छामि ॥ १२८३ ॥

क्षेत्रफलसख्यां रज्जुसंख्यां च ज्ञात्वा आयतचतुरश्रस्य भुजकोटिसंख्यानयनसूत्रम्—
रज्ज्वर्धवर्गाराशेर्गणितं चतुराहत विशोध्यथ ।
मूलेन हि रज्ज्वर्धे संक्रमणे सति भुजाकोटी ॥ १२९३ ॥

अत्रोद्देशकः

सप्ततिशतं तु रज्जुः पञ्चशतोत्तरसहस्रमिष्टधनम् ।
जन्यायतचतुरश्रे कोटिभुजौ मे समाचक्ष्व ॥ १३०३ ॥

जब आकृति का क्षेत्रफल और कर्ण का मान ज्ञात हो, तब आधार और लम्ब भुजा के संख्यात्मक मानों को प्राप्त करने के लिये नियम—

क्षेत्रफल के माप से दुगुनी राशि कर्ण के वर्ग में से घटाई जाती है। वह कर्ण के वर्ग में जोड़ी भी जाती है। इस प्रकार प्राप्त अंतर और योग के वर्गमूलों से इष्ट लंब भुजा और आधार के माप प्राप्त हो सकते हैं, जब कि वर्गमूलों में से बड़ी राशि के साथ छोटी (वर्गमूल राशि) के संबंध में संक्रमण क्रिया की जावे ॥१२७३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी आयतक्षेत्र के संबंध में क्षेत्रफलका माप ६० है, और कर्ण का माप १३ है। मैं तुमसे लम्ब भुजा और आधार के मापों को सुनने का इच्छुक हूँ ॥१२८३॥

जब आयत क्षेत्र के क्षेत्रफल का तथा परिमिति का संख्यात्मक माप दिया गया हो, तब उस आकृति के संबंध में आधार और लम्ब भुजा के संख्यात्मक मानों को प्राप्त करने के लिये नियम—

परिमिति की अर्द्धराशि के वर्ग में से ४ द्वारा गुणित क्षेत्रफल का माप घटाया जाता है। तब इस परिणामी अंतर के वर्गमूल के साथ परिमिति की अर्द्धराशि के सम्बन्ध में संक्रमण क्रिया करने से इष्ट आधार और लंबभुजा सचमुच में प्राप्त होती है ॥१२९३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी प्राप्त आयत क्षेत्र में परिमिति का माप १७० है। दिये गये क्षेत्र का माप १५०० है। लंब भुजा और आधार के मानों को बतलाओ ॥१३०३॥

(१२७३) गाथा १२५३ वीं के नोट के समान ही प्रतीक लेकर यहाँ दिया गया नियम निम्नलिखित रूप में निरूपित होता है—दशानुसार

$$\left\{ \sqrt{(\sqrt{अ^2 + ब^2})^2 + २ अ ब \pm \sqrt{(\sqrt{अ^2 + ब^2})^2 - २ अ ब}} \right\} - २ = अ \text{ अथवा } ब$$

$$(१२९३) \text{ यहाँ भी, } \left\{ \frac{२ अ + २ ब}{२} \pm \sqrt{\left(\frac{२ अ + २ ब}{२}\right)^2 - ४ अ ब} \right\} - २ = अ \text{ अथवा } ब,$$

जैसी दशा हो ।

आयतचतुरभुजक्षेत्रद्वये रज्जुसंख्यायां सट्टायां सत्यां द्वितीयक्षेत्रफलात् प्रथमक्षेत्रफले द्विगुणिते सति अथवा क्षेत्रद्वयेऽपि क्षेत्रफले सट्टये सति प्रथमक्षेत्रस्य रज्जुसंख्याया अपि द्वितीयक्षेत्ररज्जुसंख्यायां द्विगुणायां सत्याम्, अथवा क्षेत्रद्वये प्रथमक्षेत्ररज्जुसंख्याया अपि द्वितीयक्षेत्रस्य रज्जुसंख्यायां द्विगुणायां सत्यां द्वितीयक्षेत्रफलावपि प्रथमक्षेत्रफले द्विगुणे सति, तस्यक्षेत्रद्वयस्यानयनसूत्रम्—

स्यात्सद्वतररज्जुभनद्वयविरिष्टमैव कोटिः स्यात् ।

व्येका वोस्तुभ्यफलेऽन्यथाधिकगणितगुमितेष्टम् ॥ १३१३ ॥

व्येकं तदूनकोटिं द्विगुणा वोः स्यादध्याम्यस्य ।

रज्जुसंख्यायादोरिति पूर्वोक्तेन सूत्रेण ।

तद्वर्णितरज्जुमितितः समानयेत्तद्द्वयाकोटो ॥ १३३ ॥

इह आयत क्षेत्रों के प्रथम पुगनों को प्राप्त करने के लिये नियम (१) जब कि परिमित के संस्कारक माप बराबर है और प्रथम आकृति का क्षेत्रफल दूसरे के क्षेत्रफल से दुगुना है; अथवा (२) जब कि दोनों आकृतियों के क्षेत्रफल बराबर हैं और दूसरी आकृति की परिमित का संस्कारक माप प्रथम आकृति की परिमित से दुगुना है अथवा (३) जब कि दो क्षेत्रों के संबंध में दूसरी आकृति की परिमित का संस्कारक माप, प्रथम आकृति की परिमित से दुगुना है और प्रथम आकृतिका क्षेत्रफल दूसरी आकृति के क्षेत्रफल से दुगुना है—

दो इष्ट आयत क्षेत्रों संबंधी परिमितियों तथा क्षेत्रफलों की ही गई नियतियों में बड़ी संख्याओं को उनकी संबादी छोटी संख्याओं द्वारा भाजित किया जाता है। परिणामी भजनफलों को एक दूसरे से परस्पर गुणित कर गणित किया जाता है। यही राशि जब दिये गये मूल से जुड़े गुणकार (multiplier) द्वारा गुणित की जाती है तब अंशभुजा का माप उत्पन्न होता है। और उस दशा में जब कि दो इष्ट आकृतियों के क्षेत्रफल बराबर हों तब अंश भुजा का माप एक द्वारा हासित होकर आकार का माप बन जाता है। परंतु दूसरी दशा में जब कि इष्ट आकृतियों के क्षेत्रफल बराबर नहीं होते तब बड़ी नियत संख्या को क्षेत्रफलों से संबंधित होती है दिये गये मूल से जुड़े गुणकार द्वारा गुणित की जाती है और परिणामी गुणनफल १ द्वारा हासित किया जाता है। ऊपर प्राप्त अंश भुजा इस परिणामी राशि द्वारा हासित की जाती है और तब ३ द्वारा गुणित की जाती है। इस प्रकार आधार का माप प्राप्त होता है। तत्पश्चात् दो इष्ट पतुर्भुज क्षेत्रों में से दूसरे पतुर्भुज के माप को प्राप्त करने के लिए शान्त क्षेत्रफल और परिमित की सहायता से गाथा १३१३ में दिये गये नियमानुसार अंश आकार तथा अंश निकालना पड़ता है ॥ १३१३-१३३ ॥

(१३१३-१३३) का प्रथम आधार की दो आठम भुजाएँ क और ल हों, तथा दूसरे आधार की दो आठम भुजाएँ अ और ब हों, तो इष्ट नियम में दी गई तीन प्रकार की समस्याओं में कथित दशमों का हल प्रकार से प्रकृत किया जा सकता है—

$$(१) क + ल = अ + ब, क ल = १ अ ब$$

$$(२) १ (क + ल) = अ + ब, क ल = अ ब$$

$$(३) १ (क + ल) = अ + ब, क ल = अ ब$$

इस नियम में क का गया एक चयन १३४-१३५ गाथाओं में दिये गये प्रश्नों की विशेष दशाओं के लिये ही उपयुक्त लाई दता है।

अत्रोद्देशकः

असमन्यासायामक्षेत्रे द्वे द्वावथेष्टगुणकारः ।

प्रथमं गणितं द्विगुण रज्जू तुल्ये किमत्र कोटिभुजे ॥ १३४ ॥

आयतचतुरश्रे द्वे क्षेत्रे द्वयमेवगुणकारः । गणित सट्टशं रज्जुर्द्विगुणा प्रथमात् द्वितीयस्य ॥१३५॥

आयतचतुरश्रे द्वे क्षेत्रे प्रथमस्य धनमिह द्विगुणम् ।

द्विगुणा द्वितीयरज्जुस्तयोर्भुजां कोटिमपि कथय ॥ १३६ ॥

द्विसमत्रिभुजक्षेत्रयोः परस्पररज्जुधनसमानसंख्ययोरिष्टगुणकगुणितरज्जुधनवतोर्वा द्विसम-
त्रिभुजक्षेत्रद्वयानयनसूत्रम् —

रज्जुकृतिग्नान्योन्यधनाल्पाप्तं पङ्क्तिमल्पमेकोनम् ।

तच्छेषं द्विगुणाल्पं बीजे तज्जन्ययोर्भुजादयः प्राग्वत् ॥ १३७ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

दो चतुर्भुज क्षेत्र हैं जिनमे से प्रत्येक असमान रुबाई और चौड़ाई वाला है। दिया गया गुणकार २ है। प्रथम क्षेत्र का क्षेत्रफल दूसरे के क्षेत्रफल से दुगुना है, और दोनों में परिमितियाँ बराबर हैं। इस प्रश्न में लंब भुजाएँ और आधार क्या-क्या हैं ? ॥१३४॥ दो आयत क्षेत्र हैं और दिया गया गुणकार भी २ है। उनके क्षेत्रफल बराबर हैं परंतु दूसरे क्षेत्र की परिमिति पहिले की परिमिति से दुगुनी है। उनकी लंब भुजाएँ और आधारों को निकालो ॥१३५॥ दो आयत क्षेत्र दिये गये हैं। प्रथम का क्षेत्रफल दूसरे के क्षेत्रफल से दुगुना है। दूसरी आकृति की परिमिति पहिले की परिमिति से दुगुनी है। उनके आधारों और लंब भुजाओं के मानों को प्राप्त करो ॥ १३६ ॥

ऐसे समद्विबाहु त्रिभुजों के योग को प्राप्त करने के लिये नियम, जिनकी परिमितियाँ और क्षेत्रफल आपस में बराबर हो अथवा एक दूसरे के अपवर्त्य हो—

इष्ट समद्विबाहु त्रिभुजों की परिमितियों के निष्पत्तिरूप मानों के वर्गों में उन त्रिभुजों के क्षेत्रफल के निष्पत्तिरूप मानों द्वारा एकान्तर गुणन किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त दो गुणनफलों में से बड़ा छोटे के द्वारा विभाजित किया जाता है। तथा अलग से दो के द्वारा भी गुणित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त गुणनफलों में से छोटा गुणनफल १ के द्वारा हासित किया जाता है। बड़ा गुणनफल और हासित छोटा गुणनफल ऐसे आयतक्षेत्र के सचध में दो बीजों की संरचना करते हैं, जिनसे इष्ट त्रिभुजों में से एक प्राप्त किया जाता है। उपर्युक्त इन दो बीजों के अंतर और इन बीजों में छोटे की दुगुनी राशि : ये दोनों ऐसे आयत क्षेत्र के संबंध में बीजों की संरचना करते हैं, जिनसे दूसरा इष्ट त्रिभुज प्राप्त किया जाता है। अपने क्रमवार बीजों की सहायता से बनी हुई दो आयतकार आकृतियों में से, इष्ट त्रिभुजों संबंधी भुजाएँ और अन्य बातें ऊपर समझाये अनुसार प्राप्त की जाती हैं ॥१३७॥

(१३७) दो समद्विबाहु त्रिभुजों की परिमितियों की निष्पत्ति अ : ब हो, और उनके क्षेत्रफलों की

निष्पत्ति स : द हो, तब नियमानुसार, $\frac{दब^2 स}{अ^2 द}$ और $\frac{रब^2 स}{अ^2 द} - १$ तथा $\frac{४ब^2 स}{अ^2 द} + १$ और $\frac{४ब^2 स}{अ^2 द} - २$,

ये बीजों के दो कुलक (Set B) हैं, जिनकी सहायता से दो समद्विबाहु त्रिभुजों के विभिन्न

अत्रोद्देशकं

द्विसमत्रिभुजक्षेत्रद्वयं तयोः क्षेत्रयोःसमं गणितम् ।
 रज्जुः समे तयोःस्यात् को बाहुः का भवेद्भूमिः ॥ १३८ ॥
 द्विसमत्रिभुजक्षेत्रे प्रथमस्य भनं द्विसंगुणितम् ।
 रज्जुः समा द्वयोरपि को बाहुः का भवेद्भूमिः ॥ १३९ ॥
 द्विसमत्रिभुजक्षेत्रे द्वे रज्जुद्विगुणिता द्वितीयस्य ।
 गणिते द्वयोःसमाने को बाहुः का भवेद्भूमिः ॥ १४० ॥
 द्विसमत्रिभुजक्षेत्रे प्रथमस्य भनं द्विसंगुणितम् ।
 द्विगुणा द्वितीयरज्जुः को बाहुः का भवेद्भूमिः ॥ १४१ ॥

उदाहरणार्थं प्रस्त

दो समद्विबाहु त्रिभुज हैं। उनका क्षेत्रफल एक सा है। उनकी परिमितियाँ भी बराबर हैं।
 मुजाओं और आधारों के माप क्या क्या हैं ? ॥ १३८ ॥ दो समद्विबाहु त्रिभुज हैं। पहिले का क्षेत्रफल
 दूसरे के क्षेत्रफल से दुगुना है। उन दोनों की परिमितियाँ एक सी हैं। मुजाओं और आधारों के माप
 क्या क्या हैं ? ॥ १३९ ॥ दो समद्विबाहु त्रिभुज हैं। दूसरे त्रिभुज की परिमिति पहिले त्रिभुज की
 परिमिति से दुगुनी है। उन दो त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर हैं। मुजाओं और आधारों के माप क्या क्या
 हैं ? ॥ १४० ॥ दो समद्विबाहु त्रिभुज दिये गये हैं। प्रथम त्रिभुज का क्षेत्रफल दूसरे के क्षेत्रफल से
 दुगुना है, और दूसरे की परिमिति पहिले की परिमिति से दुगुनी है। मुजाओं और आधारों के
 माप क्या क्या हैं ? ॥ १४१ ॥

इस तथ्यो को प्राप्त कर सकते हैं। इस अण्वाव की १ ८२ वीं गाथा के अनुसार, इन चीजों से
 निष्कर्ष गई मुजाओं और ऊँचाइयों के मापों को जब क्रमशः परिमितियों की निष्पत्ति में पाई जाने
 वाली राशियों अ और ब द्वारा गुणित करते हैं, तब दो समद्विबाहु त्रिभुजों की इस मुजाओं और ऊँचाइयों
 के माप प्राप्त होते हैं। वे निम्नलिखित हैं—

$$(१) \text{ बराबर मुजा} = अ \times \left\{ \left(\frac{१ब^२घ}{अ^२द} \right)^२ + \left(\frac{१ब^२घ}{अ^२द} - १ \right)^२ \right\} ,$$

$$\text{आधार} = अ \times २ \times २ \times \frac{१ब^२घ}{अ^२द} \times \left(\frac{१ब^२घ}{अ^२द} - १ \right) ,$$

$$\text{ऊँचाई} = अ \times \left\{ \left(\frac{१ब^२घ}{अ^२द} \right)^२ - \left(\frac{१ब^२घ}{अ^२द} - १ \right)^२ \right\} ।$$

$$(२) \text{ बराबर मुजा} = ब \times \left\{ \left(\frac{४ब^२घ}{अ^२द} + १ \right)^२ + \left(\frac{४ब^२घ}{अ^२द} - २ \right)^२ \right\} ,$$

$$\text{आधार} = ब \times २ \times २ \times \left(\frac{४ब^२घ}{अ^२द} + १ \right) \times \left(\frac{४ब^२घ}{अ^२द} - २ \right) ,$$

$$\text{ऊँचाई} = ब \times \left\{ \left(\frac{४ब^२घ}{अ^२द} + १ \right)^२ - \left(\frac{४ब^२घ}{अ^२द} - २ \right)^२ \right\} ।$$

अब इन अर्थांशों (मानों) से सरलतापूर्वक सिद्ध किया जा सकता है कि परिमितियों की निष्पत्ति
 अ ब और क्षेत्रफलों की निष्पत्ति अ : द है, जैसा कि आरम्भ में के किया गया था ।

एकद्वयादिगणनातीतसंख्यासु दृष्टसंख्याभिष्टवस्तुनो भागसंख्या परिकल्प्य तदिष्टवस्तु-
भागसंख्यायाः सकाशात् समचतुरश्रक्षेत्रानयनस्य च समवृत्तक्षेत्रानयनस्य च समत्रिभुजक्षेत्रा-
नयनस्य चायतचतुरश्रक्षेत्रानयनस्य च सूत्रम् —

स्वसमीकृतावधृतिहृतधनं चतुर्गुं हि वृत्तसमचतुरश्रव्यासः ।

षड्गुणितं त्रिभुजायतचतुरश्रमुजार्धमपि कोटिः ॥ १४२ ॥

वर्ग, अथवा समवृत्त क्षेत्र, अथवा समत्रिभुज क्षेत्र, अथवा आयत को इनमें से किसी उपयुक्त
आकृति के अनुपाती भाग के सख्यात्मक मान की सहायता से प्राप्त करने के लिये नियम, जब कि
१, २ आदि से प्रारम्भ होने वाली प्राकृत संख्याओं में से कोई मन से चुनी हुई संख्या द्वारा उस दी
गई उपर्युक्त आकृति के अनुपाती भाग के सख्यात्मक मान को उत्पन्न कराया जाता है—

(अनुपाती भाग के) क्षेत्रफल (का दिया गया माप हस्त में) लिप् गण (समुचित रूप से)
अनुरूपित (similarised) माप द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त भजनफल
यदि ४ के द्वारा गुणित किया जाय, तो वर्ग तथा वृत्त की भी चौड़ाई का माप उत्पन्न होता है । वही
भजनफल, यदि ६ द्वारा गुणित किया जाय, तो समत्रिभुज तथा आयत क्षेत्र के आधार का माप भी
उत्पन्न होता है । इसकी अर्द्धराशि आयत क्षेत्र की लंब भुजा का माप होती है ॥१४२॥

(१४२) इस नियम के अन्तर्गत दिये गये प्रश्नों के प्रकार में, वृत्त, या वर्ग, या समद्विबाहु
त्रिभुज, या आयत मन चाहे समान भागों में विभाजित किया जाता है । प्रत्येक भाग, एक ओर परिमिति
के किसी विशिष्ट भाग द्वारा सीमित होता है । जो अनुपात परिमिति के उस विशिष्ट भाग और पूरी
परिमिति में होता है वही अनुपात उस सीमित भाग और आकृति के पूर्ण क्षेत्रफल में रहना चाहिए ।
वृत्त के संबंध में प्रत्येक खंड, द्वैत्रिज्य (sector) होता है; वर्गाकार आकृति होने पर और आयताकार
आकृति होने पर वह भाग आयताकार होता है, तथा समत्रिभुज आकृति होने पर वह त्रिभुज होता है ।
प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल और मूल परिमिति की लम्बाई दोनों दत्त महत्ता की होती हैं । यह गाथा, वृत्त
के व्यास, वर्ग की भुजाओं, अथवा समत्रिभुज या आयत की भुजाओं का माप निकालने के लिये नियम
का कथन करती है । यदि प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल 'म' हो और संपूर्ण परिमिति की लम्बाई का कोई
भाग 'न' हो तो नियम में दिये गये सूत्र ये हैं—

$$\frac{म}{न} \times ४ = \text{वृत्त का व्यास, अथवा वर्ग की भुजा,}$$

$$\text{और } \frac{म}{न} \times ६ = \text{समत्रिभुज या आयत की भुजा,}$$

$$\text{और } \frac{म}{न} \times ६ \text{ का अर्द्धभाग} = \text{आयत की लंब भुजा की लम्बाई ।}$$

अगले पृष्ठ पर दिये गये समीकारों से मूल आधार स्पष्ट हो जावेगा, जहाँ प्रत्येक आकृति के
विभाजित खंडों की संख्या 'क' है । वृत्त की त्रिज्या अथवा अन्य आकृति संबंधी भुजा 'अ' है, और
आयत की लंब भुजा 'ब' है ।

अत्रोद्देशकः

स्वाम्भपुरे नरेन्द्रः प्रासादवले निजाङ्गनामभ्ये ।

विष्यं स रत्नकम्बलमपीपवत्तच्च समवृत्तम् ॥ १४३ ॥

तामिर्देषीमिधृतमेभिर्भुञ्जयोश्च मुष्टिमिलम्पम् ।

पञ्चदशैकस्याः स्युः कति बनिताः क्षेत्रे विष्कम्भ ॥ १४४ ॥

समचतुरस्रमुखाः के समत्रिषाहौ मुखाश्चात्र ।

आयतचतुरस्रस्य द्वि घत्कोटिमुञ्जौ सखे कथय ॥ १४५ ॥

क्षेत्रफलसंख्यां ज्ञात्वा समचतुरस्रक्षेत्रानयनस्य चायतचतुरस्रक्षेत्रानयनस्य च सूत्रम्—

सूत्रमगमितस्य मूलं समचतुरस्रस्य बाहुरिष्टवृत्तम् ।

घनमिष्टफले स्यातामायतचतुरस्रकोटिमुञ्जौ ॥ १४६ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किन्ती राजा ने अपने अंतपुर के प्रासाद में अपनी रानियों के बीच में ऊपर से ऊपर पर समवृत्त आकार काका उत्कृष्ट रत्नकंबल बीचे गिराया। वह इन देवियों द्वारा हाथ में ग्रहण कर लिया गया। जबमें से प्रत्येक ने अपनी दोनों मुखाओं की मुष्टियों में पञ्च, पञ्च इष्ट क्षेत्रफल का कंबल ग्रहण कर रखा। यहाँ पतकाभो कि इस नरेन्द्र की बनितायें कितनी हैं, और वृत्ताकार कंबल का व्यास (विष्कम्भ) कितना है? यदि वह कंबल वर्गाकार हो, तो इसकी प्रत्येक मुखा कितने माप की होगी? यदि वह समत्रिभुजाकार हो तो उसकी मुखा कितनी होगी? हे मित्र, मुझे पतकाभो कि यदि कंबल आयताकार हो तो उसकी कंब मुखा और आधार का माप क्या होगा? ॥१४३-१४५॥ वर्गाकार आकृति अथवा आयताकार आकृति प्राप्त करने के लिये नियम जबकि आकृति के क्षेत्रफल का संव्यापक मात्र ज्ञात हो—

दिये गये क्षेत्रफल के छद्म माप का वर्गमूल इष्ट वर्गाकार आकृति की मुखा का माप होता है। दिये गये क्षेत्रफल को मन से चुनी हुई (केवल क्षेत्रफल के वर्गमूल को छोड़कर) कोई भी राशि द्वारा भागित करने पर परिणामी भजकफल और वह मन से चुनी हुई राशि आयत क्षेत्र के संबंध में क्रमशः आधार और कंब मुखा की रचना करती हैं ॥१४६॥

$$\text{इस की रथा में, } \frac{क \times म}{क \times न} = \frac{त अ^२}{२त अ}, \text{ यहाँ त = } \frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} ;$$

$$\text{वर्ग की रथा में } \frac{क \times म}{क \times न} = \frac{अ}{४म} ;$$

$$\text{समत्रिभुज की रथा में } \frac{क \times म}{क \times न} = \frac{अ^२/३}{३म}$$

$$\text{आयत की रथा में } \frac{क \times म}{क \times न} = \frac{अ \times ब}{२(अ + ब)} \text{ यहाँ ब = } \frac{अ}{२} \text{ दिया गया है।}$$

अन्वय की ७ वीं गाथा में दिये गये नियम के अनुसार समचतुरस्रमुख व क्षेत्रफल का व्यासहारिक मान यहाँ उल्लेख में आया गया है। अन्वया, इन नियम में दिया गया एक ठीक ठिक नहीं होता।

(१४३-१४५) इन प्रश्न में बुद्धीमत् या अन्य पार भोग्य प्रमाण होता है।

अत्रोद्देशकः

कस्य हि समचतुरश्रक्षेत्रस्य फलं चतुष्पष्टिः ।

फलमायतस्य सूक्ष्मं षष्टि के वात्र कोटिभुजे ॥ १४७ ॥

इष्टद्विसमचतुरश्रक्षेत्रस्य सूक्ष्मफलसंख्यां ज्ञात्वा, इष्टसंख्यां गुणकं परिकल्प्य, इष्टसंख्या-
ङ्कबीजाभ्यां जन्यायतचतुरश्रक्षेत्रं परिकल्प्य, तदिष्टद्विसमचतुरश्रक्षेत्रफलवदिष्टद्विसमचतुर-
श्रानयनसूत्रम्—

तद्वनगुणितेष्टकृतिर्जन्यधनोना भुजाहृता मुखं कोटिः ।

द्विगुणा समुखा भूदोर्लेम्बः कर्णो भुजे तदिष्टहृता. ॥ १४८ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

६४ क्षेत्रफल वाली वर्गाकार आकृति वास्तव में कौन सी है ? आयत क्षेत्र के क्षेत्रफल का शुद्ध मान ६० है । बतलाओ कि यहाँ लंब भुजा और आधार के मान क्या क्या हैं ? ॥१४७॥

दो बराबर भुजाओं वाले ऐसे चतुर्भुज क्षेत्र को प्राप्त करने के लिये नियम, जिसे बीजों की सहायता से आयत क्षेत्र को प्राप्त करने पर और साथ ही किसी दो हुई संख्या को इष्ट गुणकार की तरह उपयोग में लाकर प्राप्त करते हैं, तथा जब (दो बराबर भुजाओंवाले) ऐसे चतुर्भुज क्षेत्र के क्षेत्रफल के बराबर ज्ञात सूक्ष्म क्षेत्रफल वाले चतुर्भुज का क्षेत्रफल होता है—

दिये गये गुणकार का वर्ग दिये गये क्षेत्रफल द्वारा गुणित किया जाता है । परिणामी गुणनफल, दिये गये बीजों से प्राप्त आयत के क्षेत्रफल द्वारा हासित किया जाता है । शेषफल जब इस आयत के आधार द्वारा भाजित किया जाता है, तब ऊपरी भुजा का माप उत्पन्न होता है । प्राप्त आयत की लंब भुजा का मान, जब २ द्वारा गुणित होकर (पहिले ही) प्राप्त ऊपरी भुजा के मान में जोड़ा जाता है, तब आधार का मान उत्पन्न होता है । इस आयत क्षेत्र के आधार का मान ऊपरी भुजा के अंतरों से आधार पर गिराये गये लंब के समान होता है, तथा व्युत्पादित आयत क्षेत्र के कर्णों का मान भुजाओं के मान के समान होता है । इस प्रकार प्राप्त दो समान भुजाओं वाले चतुर्भुज के ये तत्त्व दिये गये गुणकार द्वारा भाजित किये जाते हैं, ताकि दो समान भुजाओं वाला इष्ट चतुर्भुज प्राप्त हो ॥१४८॥

(१४८) यहाँ दिये गये क्षेत्रफल और दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज की रचना सबधी प्रश्न का विवेचन किया गया है । इस हेतु मन से कोई संख्या चुनी जाती है । दो बीजों का एक कुलक (set) भी दिया गया रहता है । इस नियम में वर्णित रीति दूसरी गाथा में दिये गये प्रश्न में प्रयुक्त करने पर स्पष्ट हो जावेगी । उल्लिखित बीज यहाँ २ और ३ हैं । दिया गया क्षेत्रफल ७ है, तथा मन से चुनी हुई संख्या ३ है ।

अत्रोद्देशक

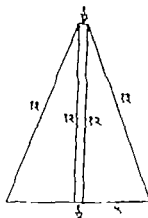
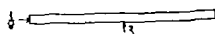
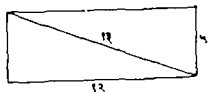
सूक्ष्मघनं सप्तैष्टं त्रिकं द्वि बीजे द्विके त्रिके दृष्टे ।
द्विसप्तचतुरभवाद्बु सुक्ष्मस्यबलन्वकाम् ब्रूहि ॥ १४९ ॥

उद्देशरूपार्थं मन्त्र

दिये गये क्षेत्रफल का डीक माप ७ है मन् से जुवा हुआ गुणकार ३ है, और दस बीज २ और ३ हैं। दो बराबर सुबाओं वाले षट्सुंज क्षेत्र की बराबर सुबाओं, ऊपरी सुबा, आधार और ऊंच के मानों को प्राप्त करो ॥१४९॥

नोट—आकृतियों के माप अनुमाप (scale) रहित हैं।

सबसे पहिले इस भागवत की ९ ३ की गाथानुसार दिये गये बीजों की सहायता से भाग्य की रचना करते हैं। उक्त भाग्य की छोटी सुबा का माप ५ और बड़ी सुबा का माप १२ तथा कर्ण का माप १३ होता है। उक्त क्षेत्रफल मान में ९ होता है। अब इस मन्त्र में दिये गये क्षेत्रफल को मन्त्र में दी गई मन् से जुनी हुई संख्या के बर्ग द्वारा गुणित करते हैं, जिससे हमें $७ \times ३^२ = ६३$ प्राप्त होता है। इस ६३ में से हमें दिये गये बीजों से संरचित भागवत का क्षेत्रफल ९ पराना पड़ा है, जिससे ३ शेष प्राप्त होता है। ३ क्षेत्रफल वाक्य एक भागवत बनाना पड़ा है, जिसकी एक सुबा बीजों से प्राप्त भाग्य की बड़ी सुबा के बराबर होती है। यह बड़ी सुबा माप में १२ है, इसलिये इस भागवत की छोटी सुबा आकृति में दिखाने के अनुसार ३ माप की होती है। बीजों से प्राप्त भाग्य के दो मन् कर्ण द्वारा प्राप्त करते हैं, जो दो त्रिभुज होते हैं। इन दो त्रिभुजों को, आकृति में दिखाने के अनुसार, ३×१२ क्षेत्रफल वाले भागवत के दोनों ओर चमाते हैं, ताकि ऊंची सुबाएँ संपादी हों।



इस प्रकार मन्त्र में हमें दो बराबर १३ मापवाली सुबाओं का षट्सुंज प्राप्त होता है, जिसकी ऊपरी सुबा ३ और आधार १ ३ होता है। इसकी सहायता से मन्त्र में यह षट्सुंज की सुबाओं के माप मन् से जुनी हुई संख्या ३ द्वारा, सुबाओं के माप १३, ३ १३ और १ ३ को मापित कर, प्राप्त कर सकते हैं।

इष्टसूक्ष्मगणितफलवत्त्रिसमचतुरश्रक्षेत्रानयनसूत्रम्—

इष्टधनभक्तधनकृतिरिष्टयुतार्धं भुजा द्विगुणितेष्टम् ।

विभुजं मुखमिष्टातं गणितं ह्यवलम्बकं त्रिसमजन्ये ॥ १५० ॥

अत्रोद्देशकः

कस्यापि क्षेत्रस्य त्रिसमचतुर्बाहुकस्य सूक्ष्मधनम् ।

षण्णवतिरिष्टमष्टौ भूबाहुमुखावलम्बकानि वद् ॥ १५१ ॥

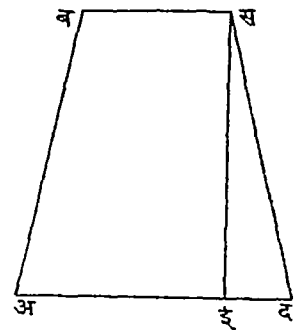
तीन बराबर भुजाओं वाले ज्ञात क्षेत्रफल के चतुर्भुज क्षेत्र को प्राप्त करने के लिये नियम जब कि गुणक (multiplier) दिया गया हो—

दिये गये क्षेत्रफल के वर्ग को दिये गये गुणक के घन द्वारा भाजित किया जाता है । तब दिये गये गुणकार को परिणामी भजनफल में जोड़ा जाता है । इस प्रकार प्राप्त योग की अर्द्धराशि बराबर भुजाओं में से किसी एक का माप देती है । दिया गया गुणक २ से गुणित होकर, और तब प्राप्त बराबर भुजा (जो अभी प्राप्त हुई है ऐसी समान भुजा) द्वारा हासित होकर, ऊपरी भुजा का माप देता है । दिया गया क्षेत्रफल दिये गये गुणक द्वारा भाजित होकर, तीन बराबर भुजाओं वाले इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में ऊपरी भुजा के अंतों से आधार पर गिराये गये समान लंबों में से किसी एक का मान देता है ॥ १५० ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी ३ बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में क्षेत्रफल का शुद्ध मान ९६ है । दिया गया गुणक ८ है । आधार, भुजाओं, ऊपरी भुजा और लंब के मापों को बतलाओ ॥ १५१ ॥

(१५०) नियम में कथन है कि दिये गये क्षेत्रफल को मन से चुनी हुई दत्त संख्या द्वारा भाजित करने पर इष्ट आकृति संबंधी लंब प्राप्त होता है । क्षेत्रफल का मान, आधार और ऊपरी भुजा के योग की अर्द्धराशि तथा लंब के गुणनफल के बराबर होता है । इसलिये दी गई चुनी हुई संख्या ऊपरी भुजा और आधार के योग की अर्द्धराशि का निरूपण करती है । यदि अ ब स द तीन बराबर भुजाओं वाला चतुर्भुज है, और स इ, स से अ द पर गिराया गया लंब है, तो अ इ, अ द और व स के योग की आधी होती है, और दी गई चुनी हुई संख्या के बराबर होती है । यह सरलता पूर्वक दिखाया जा सकता है कि $२अ द \times अ इ = (स इ)^2 + (अ इ)^2$ ।



$$\begin{aligned} \therefore अ द &= \frac{(स इ)^2 + (अ इ)^2}{२अ इ} = \frac{(स इ)^2}{२अ इ} + \frac{अ इ}{२} = \frac{(स इ^2 \times अ इ^2)}{(अ इ^3)} + अ इ \\ &= \frac{(स इ \times अ इ)^2}{२(अ इ)^3} + अ इ \end{aligned}$$

यहाँ स इ \times अ इ = चतुर्भुज का दिया गया क्षेत्रफल है । यह अंतिम सूत्र, प्रश्न में तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज की कोई भी एक बराबर भुजा का मान निकालने के लिये दिया गया है ।

सूक्ष्मपञ्चसंख्यां ज्ञात्वा चतुर्भिरिष्टच्छेदैश्च विषमचतुरस्रक्षेत्रस्यमुल्लभ्यमुज्जाप्रमाणसंख्यान
पनसूत्रम्—

पनचतुर्विष्टच्छेदैश्चतुर्भिरासौय सन्धानाम् ।

सुविद्वच्चतुष्टयं तैरूना विषमास्यचतुरस्रसंख्या ॥ १५२ ॥

अत्रोद्देशकः

नवतिर्हि सूक्ष्मगणितं छेदाः पठ्यैव नवगुणः ।

वृत्तचतुर्विष्टच्छेदैश्चतुर्भिरासौय सन्धानाम् ॥

मुल्लभ्यमुज्जासंख्या विगण्य ममासु संख्यय ॥ १५३ ॥

४ दिचे गये भाजकों की सहायता से, जब कि इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात है विषम चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में ऊपरी मुजा, आधार और अन्य मुजाओं के संस्कारक मान निकालने के दिचे नियम—

दिया गया क्षेत्रफल का बर्ग अक्षय अक्षय चार दिचे गये भाजकों द्वारा माहित किया जाता है और चार परिष्पामी भजनफलों को अक्षय-अक्षय किया जाता है। इन भजनफलों के योग की अर्द्धराश को चार स्वार्थों में किया जाता है, और क्रम में ऊपर लिखे हुए भजनफलों द्वारा क्रमशः हासित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त क्षेत्र, विषम चतुर्भुज की अद्यमान नामक मुजाओं के संस्कारक मान को उत्पन्न करते हैं ॥ १५२ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

विषम चतुर्भुज के संबंध में क्षेत्रफल का छुट्ट माप ९ है। ५ को क्रमशः ९, १, १६, ९ और ३६ द्वारा गुणित करने पर चार दिचे गये भाजकों की उत्पत्ति होती है। यन्त्रा के पश्चात् ऊपरी मुजा, आधार और अन्य मुजाओं के संस्कारक मानों को नीचे वक्तव्यों ॥ १५३ ॥ १५३ ॥

(१५२) अद्यमान मुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल पहिले ही बताया जा चुका है।

$\sqrt{b(b-a)(c-b)(c-d)}$ = चतुर्भुज का क्षेत्रफल, जहाँ b = परिमित की अर्द्धराशि है, और a, b, c और d मुजाओं के माप हैं (इसी अर्थान की ५ वीं पाया देखिये)। इस नियम के अनुसार क्षेत्रफल के मान को बर्गित कर और ठन चार मन् से जुने हुए भाजकों द्वारा भजन-भजन माहित करते हैं। यदि $(b-a)(c-b)(c-d)$ को ऐसे चार उत्पुक्त जुने हुए भाजकों द्वारा माहित किया जाय कि $b-a, b-b, c-b$ और $c-d$ भजनफल प्राप्त हों, तो इन भजनफलों को बौद्धकर और उनके योग को भाषा करने पर b प्राप्त होता है। यदि b को क्रम से $b-a, b-b, c-b$ और $c-d$ हासित किया जाय, तो शेष क्रमशः विषम चतुर्भुज की मुजाओं के मानों को प्रकृषा करते हैं।

सूक्ष्मगणितफलं ज्ञात्वा तत्सूक्ष्मगणितफलवत्समत्रिबाहुक्षेत्रस्य बाहुसंख्यानयनसूत्रम्—
गणितं तु चतुर्गुणितं वर्गीकृत्वा^१ भजेत् त्रिभिर्लम्बम् ।
त्रिभुजस्य क्षेत्रस्य च समस्य बाहोः कृतेर्वर्गम् ॥ १५४३ ॥

अत्रोद्देशकः

कस्यापि समत्र्यश्रक्षेत्रस्य च गणितमुद्दिष्टम् ।

रूपाणि त्रीण्येव ब्रूहि प्रगणय्य मे बाहुम् ॥ १५५३ ॥

सूक्ष्मगणितफलसंख्यां ज्ञात्वा तत्सूक्ष्मगणितफलवद्द्विसमत्रिबाहुक्षेत्रस्य भुजभूम्यवलम्ब-
कसंख्यानयनसूत्रम् —

इच्छाप्तधनेच्छाकृतियुतिमूलं दोः क्षितिर्द्विगुणितेच्छा ।

इच्छाप्तधनं लम्बः क्षेत्रे द्विसमत्रिबाहुजन्ये स्यात् ॥ १५६३ ॥

१. वर्गीकृत्वा के स्थान में वर्गीकृत्य होना चाहिए, पर इस रूप में वह छंद के उपयुक्त नहीं होता है ।

सूक्ष्म रूप से ज्ञात क्षेत्रफल वाले समभुज त्रिभुज की भुजाओं के संख्यात्मक मानों को निकालने के लिये नियम—

दिये गये क्षेत्रफल की चौगुनी राशि वर्गित की जाती है । परिणामी राशि ३ द्वारा भाजित की जाती है । इस प्रकार प्राप्त भजनफल समत्रिभुज की किसी एक भुजा के मान के वर्ग का वर्ग होता है ॥ १५४३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी समत्रिबाहु त्रिभुज के संबंध में दिया गया क्षेत्रफल केवल ३ है । उसकी भुजा का माप गणना कर बतलाओ ॥ १५५३ ॥

किसी दिये गये क्षेत्रफल के शुद्ध सख्यात्मक माप को ज्ञात कर, उसी शुद्ध क्षेत्रफल की त्रिभुजाकार आकृति की भुजाओं, आधार और लंब को निकालने के लिये नियम—

इस प्रकार से रचित होने वाले समद्विबाहु त्रिभुज के संबंध में, दिये गये क्षेत्रफल को मन से चुनी हुई राशि द्वारा भाजित करने से प्राप्त भजनफल के वर्ग में, मन से चुनी हुई राशि के वर्ग को जोड़ते हैं । योग का जब वर्गमूल निकाला जाता है, तब भुजा का मान उत्पन्न होता है, चुनी हुई राशि की दुगुनी राशि आधार का माप देती है, और मन से चुनी हुई राशि द्वारा भाजित क्षेत्रफल लंब का माप उत्पन्न करता है ॥ १५६३ ॥

(१५४३) समत्रिभुज के क्षेत्रफल के लिये सूत्र यह है : क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$, जहाँ भुजा का माप a है । इसके द्वारा यहाँ दिया गया नियम प्राप्त किया जा सकता है ।

(१५६३) इस प्रकार के दिये गये प्रश्नों में समद्विबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफल की अर्धा (मान) और मन से चुने हुए आधार की आधी राशि दी गई रहती हैं । इन ज्ञात राशियों से लंब और भुजा के माप सरलतापूर्वक प्राप्त किये जा सकते हैं ।

अप्रोदेशकः

कस्यापि क्षेत्रस्य द्विसमत्रिभुजस्य सूक्ष्मगणितमिनाः ।
प्रीणीच्छा कयय सखे गुह्यभूम्यवच्छम्बकानाद्यु ॥ १५७३ ॥

सूक्ष्मगणितफलसंख्यां ज्ञात्वा तत्सूक्ष्मगणितफलद्विसमत्रिभुजानयनस्य सूत्रम्—
अष्टगुणितेष्टकृतिभुजधनसिष्टपवद्द्विष्टार्धम् ।
मू स्थाङ्गून द्विपदाहतेष्टधर्गे मुजे च सक्रमणम् ॥ १५८३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी समद्विबाहु त्रिभुज के सर्वथ में क्षेत्रफल का गुण माप १२ है । मग से चुनी हुई राशि ३ है । हे मित्त भुजाओं आचार और र्ध के मानों को प्रीण वरफाभ्ये ॥ १५७३ ॥

विषम भुजाओं वाले तथा दच गुण माप के क्षेत्रफल वाले त्रिभुज क्षेत्र को प्राप्त करने के लिये विषम—

द्विबा मया क्षेत्रफल ८ द्वारा गुणित किया जाता है और परिणामी गुणनफल में मग के चुनी हुई राशि की वर्मित राशि जोड़ी जाती है । इस प्रकार प्राप्त परिणामी योग के वर्गमूक को प्राप्त करते हैं । इस वर्गमूक का धन, मग से चुनी हुई संख्या तथा ऊपर प्राप्त वर्गमूक द्वारा भाजित किया जाता है । मग से चुनी हुई राशि की आधी राशि इह त्रिभुज के आचार का माप होती है । रिक्त की संख्या में प्राप्त भजनफल इस आचार के माप द्वारा हासित किया जाता है । परिणामी राशि को वर्गपुंक्त वर्गमूक तथा २ द्वारा तथा भाजित (मग से चुनी हुई राशि के) वर्ग के सर्वथ में संक्रमण किया करने के उपयोग में करते हैं । इस प्रकार भुजाओं के मान प्राप्त होते हैं ॥ १५८३ ॥

(१५८३) यदि त्रिभुजका क्षेत्रफल ४ हो, और २ मग से चुनी हुई संख्या हो, तो इष्ट निम्न क भ्रुणार इह मानों को निम्न प्रकार प्राप्त करते हैं—

$$\frac{x}{2} = \text{आचार, और } \frac{(\sqrt{4x+4})^2}{2\sqrt{4x+4}} - \frac{x}{2} \pm \sqrt{4x+4} = 2 (\text{भुजाएँ}) ।$$

जब किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल और आचार दिये गये रहते हैं, तो धीरे का विन्तुपव आचार के समानान्तर रेखा होती है, और भुजाओं के मानों के बनेक कुकक (boots) हो सकते हैं । भुजाओं के किसी विशिष्ट कुकक के मानों को प्राप्त करने के लिये, यहाँ स्पष्टता कल्पना कर ली गई है कि दो भुजाओं का योग आचार और इगुनी र्धार्ध के योग के तुल्य होता है अर्थात्

$\frac{x}{2} + 2 = \frac{y}{2+2}$ होता है । इह कल्पना से इह अभ्यास की ५ की माया में दिये गये लक्षण एव { किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{b(b-a)(b-c)}$ }, से भुजाओं के माप के लिये ऊपर दिया गया एव प्राप्त किया जा सकता है ।

अत्रोद्देशकः

कस्यापि विषमबाहोस्त्र्यश्रक्षेत्रस्य सूक्ष्मगणितमिदम् ।

द्वे रूपे निर्दिष्टे त्रीणीष्टं भूमिबाहवः के स्युः ॥ १५९३ ॥

पुनरपि सूक्ष्मगणितफलसख्यां ज्ञात्वा तत्फलवद्विषमत्रिभुजानयनसूत्रम्—

स्वाष्टहतात्सेष्टकृतेः कृतिमूलं चेष्टमितरदितरहृतम् ।

ज्येष्ठ स्वालपार्धो न स्पलपार्धं तत्पदेन चेष्टेन ॥ १६०३ ॥

क्रमशो हत्वा च तयोः संक्रमणे भूभुजौ भवतः ।

इष्टार्धमितरदोः स्याद्विषमत्रैकोणके क्षेत्रे ॥ १६१३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वे रूपे सूक्ष्मफलं विषमत्रिभुजस्य रूपाणि ।

त्रीणीष्टं भूदोषौ कथय सखे गणिततत्त्वज्ञ ॥ १६२३ ॥

सूक्ष्मगणितफलं ज्ञात्वा तत्सूक्ष्मगणितफलवत्समवृत्तक्षेत्रानयनसूत्रम्—

गणितं चतुरभ्यस्तं दशपदभक्तं पदे भवेद्वासः ।

सूक्ष्मं समवृत्तस्य क्षेत्रस्य च पूर्ववत्फलं परिधि ॥ १६३३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी असमान भुजाओं वाली त्रिभुजाकार आकृति के संबंध में यह बतलाया गया है कि शुद्ध क्षेत्रफल का माप २ है, और मन से चुनी हुई राशि ३ है। आधार का मान तथा भुजाओं का मान क्या है ? ॥ १५९३ ॥

पुन, विषम भुजाओं वाले तथा दत्त शुद्ध माप क्षेत्रफल वाले त्रिभुज क्षेत्र को प्राप्त करने के लिये दूसरा नियम—

दिये गये क्षेत्रफल के माप में ८ का गुणा कर, और तब उसमें मन से चुनी हुई राशि के वर्ग को जोड़कर, प्राप्त योगफल का वर्गमूल प्राप्त किया जाता है। यह और मन से चुनी हुई राशि एक दूसरे के द्वारा भाजित की जाती हैं। इन भजनफलों में से बड़ा, छोटे भजनफल की अर्द्धराशि द्वारा ह्रासित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त शेष राशि और यह छोटे भजनफल की अर्द्धराशि क्रमशः ऊपर लिखित वर्गमूल और मन से चुनी हुई संख्या द्वारा गुणित की जाती हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफलों के संवध में सक्रमण क्रिया करने पर आधार और भुजाओं में से किसी एक का मान प्राप्त होता है। मन से चुनी हुई राशि की आधी राशि विषम त्रिभुज की दूसरी भुजा की अर्धा होती है ॥ १६०-१६१३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

विषम त्रिभुज के संवध में क्षेत्रफल का शुद्ध माप ३ है। हे गणितज्ञ सखे, आधार तथा भुजाओं के माप बतलाओ ॥ १६२३ ॥

दत्त सूक्ष्म क्षेत्रफल वाले, किसी समवृत्त क्षेत्र को प्राप्त करने के लिये नियम—

सूक्ष्म क्षेत्रफल का माप ४ द्वारा गुणित कर, १० के वर्गमूल द्वारा भाजित किया जाता है। इस प्रकार परिणामी भजनफल के वर्गमूल को प्राप्त करने से व्यास का मान प्राप्त होता है। समवृत्त क्षेत्र के संवध में, ऊपर समझाये अनुसार, क्षेत्रफल और परिधि का माप प्राप्त किया जाता है ॥ १६३३ ॥

(१६३३) इस गाथा में दिया गया नियम सूत्र, क्षेत्रफल = $\frac{D^2}{4} \times \sqrt{10}$, जहाँ D वृत्त का व्यास है, से प्राप्त किया गया है।

अश्लोकेष्टक

समवृत्तक्षेत्रस्य च सूक्ष्मफलं पञ्च निर्विष्टम् ।

विष्कम्भा को वास्य प्रगण्य्य ममाशु तं कथय ॥ १६४३ ॥

व्यावहारिकनामितफलं च सूक्ष्मफलं च ज्ञात्वा तस्याव्यवहारिकफलस्य च सूक्ष्मगणितफलस्य च द्वि

समचतुरश्रक्षेत्रानयनस्य त्रिसमचतुरश्रक्षेत्रानयनस्य च सूत्रम्—

घनबर्गोन्तरपव्युतिविमुठीष्ट भूमुखे मुजे स्फुम्भ ।

द्विसमे सपवस्फुकात्पव्युतिविमुठीष्टपवद्दत्तं त्रिसमे ॥ १६५३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

समवृत्त क्षेत्र के संबंध में क्षेत्रफल का छद्म माप ५ है। इस का व्यास गणना कर बीज बतकाओ ॥ १६४३ ॥

किसी क्षेत्रफल के व्यावहारिक तथा सूक्ष्म माप ज्ञात होने पर, दो समान भुजाओं वाले तथा तीन समान भुजाओं वाले इन क्षेत्रफलों के माप के चतुर्भुज क्षेत्रों को प्राप्त करने के किये निम्न—

दो समान भुजाओं वाले क्षेत्रफल के संबंध में क्षेत्रफल के लक्षिक और सूक्ष्म मापों के बर्गों के अन्तर के वर्गमूल को प्राप्त करते हैं। इस वर्गमूल को मन से चुनी हुई राशि में जोड़ते हैं, तथा उसी मन से चुनी हुई राशि में से वही वर्गमूल घटाते हैं। बायाँ और ऊपरी भुजा को प्राप्त करने के किये इस प्रकार प्राप्त राशियों को मन से चुनी हुई राशि के वर्गमूल से भागित करना पड़ता है। इसी प्रकार लक्षिक क्षेत्रफल में मन से चुनी हुई राशि का भाग देने पर समान भुजाओं का मान प्राप्त होता है ॥ १६५३ ॥

(१६५३) यदि 'र' किसी दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र के लक्षिक क्षेत्रफल को, और 'र' सूक्ष्म मान को प्रकथित करते हों और 'प' मन से चुनी हुई संख्या हो, तो

$$\text{बायाँ} = \frac{\sqrt{र^2 - र^2} + प}{\sqrt{प}}; \text{ऊपरी भुजा} = \frac{प - \sqrt{र^2 - र^2}}{\sqrt{प}}$$

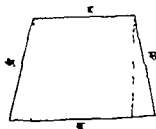
$$\text{और प्रत्येक बराबर भुजाओं का मान} = \frac{र}{\sqrt{प}}$$

यदि दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की भुजाओं के माप क्रमशः अ, ब, स र हों, तो

$$र = \frac{अ(ब+र)}{र}; प = \left(\frac{ब+र}{र}\right)^2;$$

$$\text{और } र = \frac{ब+र}{र} \times \sqrt{अ^2 - \left(\frac{ब-र}{र}\right)^2} ।$$

बायाँ और ऊपरी भुजा के किये ऊपर दिये किये हुए र र और प के इन मानों का प्रतिस्थापन करने पर सरलतापूर्वक उत्पन्न किये जा सकते हैं। इसी प्रकार तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज के संबंध में भी यह नियम ठीक ठिक होता है।



अत्रोद्देशकः

गणितं सूक्ष्मं पञ्च त्रयोदश व्यावहारिकं गणितम् ।
द्विसमचतुरश्रभूमुखदोषः के षोडशोच्छ्रा च ॥ १६६३ ॥

त्रिसमचतुरश्रस्योदाहरणम् ।

गणितं सूक्ष्मं पञ्च त्रयोदश व्यावहारिक गणितम् ।
त्रिसमचतुरश्रबाहून् संचिन्त्य सखे ममाचक्ष्व ॥ १६७३ ॥

व्यावहारिकस्थूलफलं सूक्ष्मफलं च ज्ञात्वा तद्व्यावहारिकस्थूलफलवत् सूक्ष्मगणितफलवत्सम-
त्रिभुजानयनस्य च समवृत्तक्षेत्रव्यासानयनस्य च सूत्रम्—
धनवर्गान्तरमूलं यत्तन्मूलाद्द्विसंगुणितम् ।
बाहुस्त्रिसमत्रिभुजे समस्य वृत्तस्य विष्कम्भः ॥ १६८३ ॥

सन्निकट क्षेत्रफल का माप, मन से चुनी हुई राशि द्वारा भाजित होकर, भुजाओं के मान को उत्पन्न करता है ।

तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की दशा में, ऊपर बतलाये हुए दो क्षेत्रफलों के वर्गों के अंतर के वर्गमूल को क्षेत्रफल के सन्निकट माप में जोड़ते हैं । इस परिणामी योग को विकल्पित राशि मानकर उसमें ऊपर बतलाये हुए वर्गमूल को जोड़ते हैं । पुनः, उसी विकल्पित राशि में से उक्त वर्गमूल को घटाते हैं । इस प्रकार प्राप्त राशियों में वर्गमूल का भाग अलग-अलग देकर, आधार और ऊपरी भुजा प्राप्त करते हैं । यहाँ भी क्षेत्रफल के व्यावहारिक माप को इस विकल्पित राशि के वर्गमूल द्वारा भाजित करने पर अन्य भुजाओं के माप प्राप्त होते हैं ।

उदाहरणार्थ प्रश्न

सूक्ष्म क्षेत्रफल का माप ५ है, क्षेत्रफल का सन्निकट माप १३ है, और मन से चुनी हुई राशि १६ है । दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र के सबध में आधार, ऊपरी भुजा और अन्य भुजा के मान क्या-क्या हैं ? ॥ १६६३ ॥

तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र संबंधी एक उदाहरण—

क्षेत्रफल का सूक्ष्म रूप से शुद्ध माप ५ है, और क्षेत्रफल का व्यावहारिक माप १३ है । हे मित्र, सोचकर मुझे बतलाओ कि तीन बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की भुजाओं के माप क्या-क्या हैं ? ॥ १६७३ ॥

समत्रिबाहु त्रिभुज और समवृत्त के व्यास को प्राप्त करने के लिये नियम, जय कि उनके व्यावहारिक और सूक्ष्म क्षेत्रफल के माप ज्ञात हों—

क्षेत्रफल के सन्निकट और सूक्ष्म रूप से ठीक मापों के वर्गों के अंतर के वर्गमूल के वर्गमूल को २ द्वारा गुणित किया जाता है । परिणाम, इष्ट समत्रिभुज की भुजा का माप होता है । वह, इष्ट वृत्त के व्यास का माप भी होता है ॥ १६८३ ॥

(१६८३) किसी समबाहुत्रिभुज के व्यावहारिक और सूक्ष्म क्षेत्रफल के मानों के लिये इस अध्याय की गाथा ७ और ५० के नियमों को देखिये ।

अत्रोद्देशकः

स्यूतं धनमप्याद्दश सूक्ष्मं त्रिपनो नवाहत् करणि ।
 विगगव्य मखे कपय त्रिसमत्रिमुत्रप्रमाणं मे ॥ १९९३ ॥
 पञ्चपट्टनपर्यो दशगुणित करणिमवेदिदं सूक्ष्मम् ।
 स्यूतमपि पञ्चसप्ततिरेतको घृत्पिच्छम्भः ॥ १७०३ ॥

न्यायहारिकस्युत्पत्तं च सूक्ष्मगणितफळं च शास्त्रा व्यापहारिकफळमतस्सूक्ष्मफळवद्द्वि
 समत्रिमुत्रक्षेत्रस्य समुद्राप्रमाणसंख्यपोरानयनस्य सूत्रम्—
 फलत्रयान्तरमूलं द्विगुणं भूध्यायहारिकं वाहुः ।
 भूम्यर्धमूलमकते द्विसमत्रिमुत्रस्य करणमित्म् ॥ १७१३ ॥

अत्रोद्देशकः

सूक्ष्मधनं पट्टिरिह स्यूतधनं पञ्चपट्टिरिष्टम् ।
 गणयिष्या त्रिद्वि मखे द्विसमत्रिमुत्रस्य सुत्रसंख्याम् ॥ १७२३ ॥

इष्टमंख्यायद्द्विसमत्रिमुत्रक्षेत्रं शास्त्रा घट्टद्विसमत्रिमुत्रक्षेत्रस्य सूक्ष्मगणितफळसमान
 सूक्ष्मफळयद्भवद्द्विसमत्रिमुत्रक्षेत्रस्य भूमिसुत्रसंख्यानयनसूत्रम्—

उदाहरणार्थं प्रश्न

व्यापहारिक क्षेत्रफळ १० है । क्षेत्रफळ का सूत्र रूप से द्रुत माप (१)^३ को ९ के गुणित
 करन से प्राप्त राशि का वर्गमूल है । है सचे सुते गणना के पत्रार्थ बतलाओ कि इह समत्रिमुत्र
 की मुत्रा का माप क्या है ? ॥ १९९३ ॥ क्षेत्रफळ का सूत्र माप ९९५ का वर्गमूल है । क्षेत्रफळ का
 त्रिकर माप ७५ है । ऐसे क्षेत्रफळों वाले समत्रि के व्यास का माप बतलाओ ॥ १७०३ ॥

अब किना क्षेत्रफळ के व्यापहारिक और सूत्र माप ज्ञात हों तब ऐसे क्षेत्रफळ के मापोंवाले
 समत्रिबाहु त्रिमुत्र के आधार और मुत्रा के संख्यात्मक मानों को निहायने के किय नियम—

क्षेत्रफळ के व्यापहारिक और सूत्र मापों के वर्गों के अंतर के वर्गमूल की द्रुगुनी राशि को
 किमी समत्रिबाहु त्रिमुत्र का आधार मान लेने हैं । इस व्यापहारिक क्षेत्रफळ का माप बराबर मुत्राओं
 में से किमी दूक का माप मान लिया जाता है । आधार तथा मुत्रा के इन मानों का आधार के प्राप्त मान
 को अर्द्धाति के वर्गमूल द्वारा भाजित करत हैं । तब इह समत्रिबाहु त्रिमुत्र का आधार और मुत्रा के
 इह माप प्राप्त हाने हैं । अब निचम समत्रिबाहु त्रिमुत्र के संबंध में है ॥ १७१३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

यहाँ क्षेत्रफळ का सूत्र रूप से दीक माप ९ है और व्यापहारिक माप ९५ है । है निच
 गणना के पत्रार्थ बतलाओ कि इह समत्रिबाहु त्रिमुत्र की मुत्राओं के संख्यात्मक मान क्या क्या
 हैं ॥ १९९३ ॥

अब जुरी हुई संख्या और ९ बराबर मुत्राओंवाला त्रिमुत्र क्षेत्र दिया गया है, अब किमी केने
 दूमी से आधार मुत्राओंवाले त्रिमुत्र क्षेत्र का आधार करी मुत्रा और अन्य मुत्राओं को निहायने
 के किय नियम त्रिकर सूत्र क्षेत्रफळ किय तब से बराबर मुत्राओंवाले त्रिमुत्र के सूत्र क्षेत्रफळ
 के सूत्र है—

लम्बकृताविष्टेनासमसंक्रमणीकृते भुजा ज्येष्ठा ।
ह्रस्वयुतिवियुति मुखभूयुतिदलितं तलमुखे द्विसमचतुरश्रे ॥ १७३३ ॥

अत्रोद्देशकः

भूरिन्द्रा दोर्विद्वेषे वक्रं गतयोऽवलम्बको रवयः ।

इष्टं दिक् सूक्ष्मं तत्फलवद्द्विसमचतुरश्रमन्यत् किम् ॥ १७४३ ॥

यदि दिये गये दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र के लंब का वर्ग दत्त विकल्पित सख्या के साथ विषम संक्रमण क्रिया करने के उपयोग में लाया जाता है, तो प्राप्त दो फलों में से बड़ा मान दो बराबर भुजाओंवाले इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र की बराबर भुजाओं में से किसी एक का मान होता है। दो बराबर भुजाओं वाले दिये गये चतुर्भुज की ऊपरी भुजा और आधार के मानों के योग की अर्द्धराशि को, क्रमशः, उपर्युक्त विषम संक्रमण में प्राप्त दो फलों में से छोटे फल द्वारा बढ़ाकर और हासित करने पर दो बराबर भुजाओं वाले इष्ट चतुर्भुज क्षेत्र के आधार और ऊपरी भुजा के माप उत्पन्न होते हैं ॥ १७३३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

दिये गये चतुर्भुज क्षेत्र का आधार १४ है, दो बराबर भुजाओं में से प्रत्येक का माप १३ है, ऊपरी भुजा ४ है, लम्ब १२ है, और दत्त विकल्पित सख्या १० है। दो बराबर भुजाओं वाला ऐसा कौन सा चतुर्भुज है, जिसके सूक्ष्म क्षेत्रफल का माप दिये गये चतुर्भुज के क्षेत्रफल के बराबर है ? ॥ १७४३ ॥

(१७३३) इस नियम में ऐसे प्रश्न पर विचार किया गया है, जिसमें ऐसे दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र की रचना करना है, जिसका क्षेत्रफल किसी दूसरे दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज के तुल्य हो, और जिसकी ऊपरी भुजा से आधार तक की लम्ब दूरी भी उसी के समान हो। मान लो दिये गये चतुर्भुज की बराबर भुजाएँ a और c हैं, और ऊपरी भुजा तथा आधार क्रमशः b और d हैं। यह भी मान लो कि लम्ब दूरी p है। यदि इष्ट चतुर्भुज की संवादी भुजाएँ a_1, b_1, c_1, d_1 हों, तो क्षेत्रफल और लम्ब दूरी, दोनों चतुर्भुजों के संबंध में बराबर होने से हमें यह प्राप्त होता है—

$$d_1 + b_1 = d + b \quad \dots (१),$$

$$\text{और } a_1^2 - \left(\frac{d_1 - b_1}{2} \right)^2 = p^2 \dots (२),$$

$$\text{अर्थात् } \left(a_1 + \frac{d_1 - b_1}{2} \right) \left(a_1 - \frac{d_1 - b_1}{2} \right) = p^2 ।$$

$$\text{मान लो } a_1 - \frac{d_1 - b_1}{2} = na, \text{ तब } a_1 + \frac{d_1 - b_1}{2} = \frac{p^2}{na},$$

$$\text{और } \left(a_1 \times \frac{d_1 - b_1}{2} \right) + \left(a_1 - \frac{d_1 - b_1}{2} \right) = \frac{p^2}{na} + na ।$$

$$\therefore \frac{p^2}{na} + na = a_1, \quad \dots (३)$$

द्विसमचतुरभुजक्षेत्रव्यावहारिकस्वरूपफलसंख्यां ज्ञात्वा तत्रव्यावहारिकस्वरूपफले इहसंख्या विभागो कृते सति तदिहसमचतुरभुजक्षेत्रमध्ये तत्तत्रागस्य भूमिसंख्यानयनेऽपि तत्तत्स्थानात्मकसंख्यानयनेऽपि सूत्रम्—

क्षेत्रभूमिभक्ततलमुलकृत्यन्तरगुणितक्षेत्रमुलकधर्मयुतम् ।

मूलमघस्तलमुलकयुतवत्तद्वत्तलम् च सम्बन्ध क्रमश्च ॥१७५२॥

जब कोई एक व्यावहारिक माप वाका क्षेत्रफल किसी ही गई संख्या के मापों में विभाजित किया जाय, तब हो बराबर मुकाबों वाले चतुर्भुज क्षेत्र के उन विभिन्न भागों से जाधारों के संख्यात्मक मापों तथा विभिन्न विभाजन बिन्दुओं से मापी गई मुकाबों के संख्यात्मक माप को निकालने के किये नियम जब कि दो मुकाबों वाले चतुर्भुज क्षेत्र के व्यावहारिक क्षेत्रफल का संख्यात्मक माप दिया गया हो—

दो बराबर मुकाबों वाले दिये गये चतुर्भुज क्षेत्र के जाधार और ऊपरी मुका के संख्यात्मक मापों के वर्गों के अंतर को एक अनुपाती भागों के कुछ मात्र द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त मन्त्रफल के द्वारा विभिन्न मापों के निष्पत्तियों के मान क्रमशः गुणित किये जाते हैं । प्राप्त गुणफलकों में से प्रत्येक में दिये गये चतुर्भुज की ऊपरी मुका के माप का वर्ग जोड़ा जाता है । इस प्रकार प्राप्त योग का वर्गमूल प्रत्येक भाग के जाधार के मान को उत्पन्न करता है । प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल जाधार और ऊपरी मुका के योग की अर्धशक्ति द्वारा भाजित होकर एक क्रम में ऊँच का माप उत्पन्न करता है, जो सन्निकट माप के किये मुका की तरह वर्ता जाता है । १७५२ ॥

$$\text{और } \frac{r+n}{2} \pm \frac{p^2 - na}{2} = \frac{r_1 + n_1}{2} \pm \left\{ \frac{\left(a_1 + \frac{r_1 - n_1}{2} \right) - \left(a_1 - \frac{r_1 - n_1}{2} \right)}{2} \right\}$$

$$= r_1 \text{ अथवा } n_1 \quad (\text{५})$$

यहाँ 'ना' एक अथवा एक विकल्पित संख्या है । तीसरे और चौथे सूत्र में हैं, जो मन्त्र का लक्षण करने के नियम में दिये गये हैं ।

(१७५२) यदि a का b का दो बराबर मुकाबों वाला चतुर्भुज हो, और एक, गह और एक चतुर्भुज को इस तरह विभाजित करते हों कि विभाजित माप क्षेत्रफल के संबंध में क्रमशः m , n , p , q के अनुपात में हों तो इस नियम के अनुसार,

जब मुका a का b का c का d का e का और f का g का है, तब

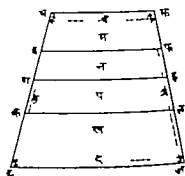
$$हक = \sqrt{\frac{r^2 - b^2}{m+n+p+q}} \times m + b^2 ;$$

$$गर = \sqrt{\frac{r^2 - b^2}{m+n+p+q}} \times (m+n) + b^2 ;$$

$$कख = \sqrt{\frac{r^2 - b^2}{m+n+p+q}} \times (m+n+p) + b^2$$

इत्यादि ।

इसी प्रकार,



अत्रोद्देशकः

वदनं सप्तोक्तमधः क्षितिस्त्रयोविंशतिः पुनस्त्रिंशत् ।
वाहू द्वाभ्यां भक्तं चैकेक लब्धमत्र का भूमिः ॥ १७६३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

ऊपरी-भुजा का माप ७ है, नीचे आधार का माप २३ है, और शेष भुजाओं में से प्रत्येक का माप ३० है। ऐसे क्षेत्र में अंतराविष्ट क्षेत्रफल ऐसे दो भागों में विभाजित किया जाता है कि प्रत्येक को एक (हिस्सा) प्राप्त होता है। यहाँ निकाले जाने वाले आधार का मान क्या है? ॥ १७६३ ॥

$$\text{चइ} = \frac{\left(\text{अ} \times \frac{\text{द} + \text{ब}}{२} \right) \times \frac{\text{म}}{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}}}{\frac{\text{इफ} + \text{चइ}}{२}},$$

$$\text{इग} = \frac{\left(\text{अ} \times \frac{\text{द} + \text{ब}}{२} \right) \times \frac{\text{न}}{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}}}{\frac{\text{गइ} + \text{इफ}}{२}},$$

$$\text{गक} = \frac{\left(\text{अ} \times \frac{\text{द} + \text{ब}}{२} \right) \times \frac{\text{प}}{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}}}{\frac{\text{कल} + \text{गइ}}{२}};$$

इत्यादि ।

यह सरलतापूर्वक दिखाया जा सकता है कि $\frac{\text{चइ}}{\text{चइ}} = \frac{\text{छज} - \text{चइ}}{\text{इफ} - \text{चइ}}$,

$$\frac{\text{चइ} (\text{छज} + \text{चइ})}{\text{चइ} (\text{इफ} + \text{चइ})} = \frac{(\text{छज})^2 - (\text{चइ})^2}{(\text{इफ})^2 - (\text{चइ})^2},$$

$$\text{परन्तु, } \frac{\text{चइ} (\text{छज} + \text{चइ})}{\text{चइ} (\text{इफ} + \text{चइ})} = \frac{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}}{\text{म}},$$

$$\therefore \frac{(\text{छज})^2 - (\text{चइ})^2}{(\text{इफ})^2 - (\text{चइ})^2} = \frac{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}}{\text{म}},$$

$$\therefore (\text{इफ})^2 = \frac{\text{म} (\text{छज}^2 - \text{चइ}^2)}{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}} + (\text{चइ})^2 = \frac{\text{द}^2 - \text{ब}^2}{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}} \times \text{म} + \text{ब}^2,$$

और $\text{इफ} = \sqrt{\frac{\text{द}^2 - \text{ब}^2}{\text{म} + \text{न} + \text{प} + \text{ख}} \times \text{म} + \text{ब}^2}$ । इसी प्रकार अन्य सूत्र सत्यापित किये जा

सकते हैं ।

यद्यपि इस पुस्तक में ग्रंथकार ने केवल यह कहा है कि भजनफल को भागों के मानों से गुणित करना पड़ता है, तथापि वास्तव में भजनफल को प्रत्येक दशा में भागों के मानों से ऊपरी भुजा तक की प्ररूपण करने वाली संख्या के द्वारा गुणित करना पड़ता है। उदाहरणार्थ, पिछले पृष्ठ की आकृति में

भूमिद्विपदिष्टावमय चाष्टादश वृत्तमत्र संदृष्टम् ।
 छम्बज्जनुदशतीर्थ क्षेत्रं भक्तं नरेन्द्रतुमिन्द्र ॥ १७७२ ॥
 एकद्विकत्रिकचतुःखण्डान्येकैकपुरपञ्चम्यानि ।
 प्रक्षेपतथा गणितं वल्लभप्यबलम्बकं ब्रुहि ॥ १७८२ ॥
 भूमिरस्त्रीविषदं चत्वारिंशच्चतुर्गुण्या पष्टिः ।
 अष्टछम्बकप्रमाणं त्रीणमष्टौ पञ्च खण्डानि ॥ १७९२ ॥

स्तम्भद्वयप्रमाणसंख्यां ज्ञात्वा तत्स्तम्भद्वयाग्रे सूत्रद्वय बहुधा तत्सूत्रद्वय कर्णाकारेण
 इतरेतरस्तम्भमूलं वा तत्स्तम्भमूलमतिक्रम्य वा संसृज्य तत्कर्णाकारसूत्रद्वयस्पर्शनस्नानादारभ्य
 अध स्थितभूमिपर्यन्तं तन्मध्ये एकं सूत्रं प्रसार्य तत्सूत्रप्रमाणसंख्यैव अन्तराष्ट्रछम्बकसंज्ञा भवति ।
 अन्तराष्ट्रछम्बकस्पर्शनस्यानादारभ्य तस्यां मूल्यानुमयपार्थक्यो कर्णाकारसूत्रद्वयस्पर्शनपर्यन्त
 माभाषासंज्ञा स्यात् । तदन्तराष्ट्रछम्बकसंख्यानयनस्य आभाषासंख्यानयनस्य च सूत्रम्—
 स्तम्भौ रश्मिस्वरमूहौ स्वयोगाद्भौ च भूगुणितौ ।
 आधाधे ते वासप्रक्षेपगुणोऽन्तरबलम्भ ॥ १८०२ ॥

दो बराबर मुजाओं वाले चतुर्भुज के आधार का माप १२२ है और ऊपरी मुजा का माप १८ है ।
 दो मुजाओं में से प्रत्येक का माप ४ है । इस प्रकार इस व्याकृति से घिरा हुआ क्षेत्रफल, ४ मनुष्यों
 में विभाजित किया जाता है । मनुष्यों को प्राप्त माप क्रमशः १ २ ३ और ४ के अनुपात में है ।
 इस अनुपाती विभाजन के अनुसार प्रत्येक दशा में क्षेत्रफल आधार और दो बराबर मुजाओं में से
 एक के भागों को बचकाये ॥ १७७२-१७८२ ॥ विवेक गये चतुर्भुज क्षेत्र के आधार का माप ८ है
 ऊपरी मुजा ४ है तथा दो बराबर मुजाओं में से प्रत्येक ४ × १ है । हिस्से क्रमशः २ ८ और
 ५ के अनुपात में हैं । इस भागों के क्षेत्रफल, आधारों और मुजाओं के भागों को निकालो ॥ १७९२ ॥

अब ऊँचाई वाले दो स्तंभों में से प्रत्येक के ऊपरी छिदे में दो चागे (सूत्र) बंधे हुए हैं ।
 इन दो चागों में से प्रत्येक इस तरह फैला हुआ है कि वह सम्मुख स्तंभ के सूत्र धाम को कर्ण के रूप में
 स्पर्श करता है अथवा दूसरे स्तंभ के पार जाकर भूमि को स्पर्श करता है । उस बिन्दु से, जहाँ दो
 कर्णाकार चागे मिलते हैं, एक और दूसरा चागा इस तरह खटकाया जाता है कि वह कर्ण रूप होकर
 भूमि को स्पर्श करता है । इस अंतिम चागे के माप का नाम अंतराष्ट्रछम्बक वा भीतरी कर्ण होता है ।
 जहाँ पर वह कक्षक चागा भूमि को स्पर्श करता है उस बिन्दु से किसी भी ओर प्रस्थान करने वाली
 रखा वन बिन्दुओं तक जाकर (जहाँ कर्ण चागे भूमि को स्पर्श करते हैं) आधाया अथवा आधाया का
 अर्ध खटकायी है । ऐसे छम्ब तथा व्याधाओं के भागों को प्राप्त करने के विषय—

प्रत्येक स्तम्भ के माप को स्तम्भ के सूत्र से छेकर कर्ण चागे के भूमि स्पर्श बिन्दु तक के बीच
 की ऊँचाई वाले आधार को माप द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त प्रत्येक मन्वक
 मन्वकको क योग द्वारा भाजित किया जाता है । परिणामी मन्वकको को संपूर्ण आधार के माप
 द्वारा गुणित करने पर क्रम से आधायाओं के माप प्राप्त होते हैं । ये आधायाओं के माप क्रमशः निकेतन
 क्रम में ऊपर विवेक गये प्रथम बार में प्राप्त मन्वकको द्वारा गुणित होने पर प्रत्येक दशा में अंतराष्ट्र
 छम्बक (भीतरी कर्ण) को उत्पन्न करते हैं ॥ १८०२ ॥

यह का मान निश्चयने के लिये $\frac{r^2 - r'^2}{m + n + p + k}$ को
 क्षेत्रक न से ही नहीं बल्कि $m + n$ से भी गुणित करना पड़ता है ।

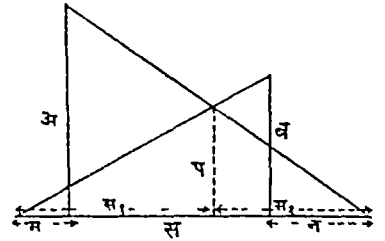
अत्रोद्देशकः

षोडशहस्तोच्छ्रायौ स्तम्भाववनिश्च षोडशोद्दिष्टौ ।
 आवाधान्तरसंख्यामत्राप्यवलम्बकं ब्रूहि ॥ १८१३ ॥
 स्तम्भैकस्योच्छ्रायः षट्त्रिंशद्विंशतिर्द्वितीयस्य ।
 भूमिर्द्वादश हस्ता. कावाधा कोऽयमवलम्ब. ॥ १८२३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

दिये गये स्तम्भ की ऊँचाई १६ हस्त है। उस आधार की लम्बाई जो उन दो बिन्दुओं के बीच की होती है, जहाँ धागे भूमि को स्पर्श करते हैं, १६ हस्त देखी गई है। इस दशा में आधार के खदों (आवाधाओं) और अंतरावलम्बक के संख्यात्मक मानों को निकालो ॥ १८१३ ॥ एक स्तम्भ की ऊँचाई ३६ हस्त है, दूसरे की २० हस्त है। आधार रेखा की लम्बाई १२ हस्त है। आवाधाओं और अंतरावलम्बक के माप क्या-क्या हैं ? ॥ १८२३ ॥ दो स्तम्भ क्रमशः १२ और १५ हस्त हैं, उन दो

(१८०३) आकृति में यदि अ और ब स्तम्भों की ऊँचाईयों हों, स स्तम्भों के बीच का अंतर हो, और म और न क्रमशः एक स्तम्भ के मूल से लेकर, भूमि को स्पर्श करने वाले, दूसरे स्तम्भ के अग्र से फैले हुए धागे के भूमिस्पर्श बिन्दु तक की लम्बाईयों हों, तो नियमानुसार,



$$स_1 = \left\{ \frac{अ}{स+न} - \frac{अ(स+म)+ब(स+न)}{(स+म)(स+न)} \right\} \times (स+म+न),$$

$$स_2 = \left\{ \frac{ब}{स+म} - \frac{अ(स+म)+ब(स+न)}{(स+म)(स+न)} \right\} \times (स+म+न), \text{ जहाँ } स_1 \text{ और } स_2 \text{ सम्पूर्ण आधार के खण्ड हैं।}$$

और $प = स_1 \times \frac{ब}{स+म}$, अथवा $स_2 \times \frac{अ}{स+न}$, जहाँ प अन्तरावलम्बक है। इस आकृति में सजातीय त्रिभुजों पर विचार करने पर यह शत होगा कि—

$$\frac{स_2}{प} = \frac{स+न}{अ} \text{ और } \frac{स_1}{प} = \frac{स+म}{ब}।$$

इन निष्पत्तियों से हमें $\frac{स_1}{स_2} = \frac{अ(स+म)}{ब(स+न)}$ प्राप्त होता है,

$$\therefore \frac{स_1}{स_1+स_2} = \frac{अ(स+म)}{अ(स+म)+ब(स+न)}, \quad स_1 = \frac{अ(स+म)(स+म+न)}{अ(स+म)+ब(स+न)},$$

क्योंकि $स_1 + स_2 = स + म + न$,

$$\text{इसी प्रकार, } स_2 = \frac{ब(स+न)(स+म+न)}{अ(स+म)+ब(स+न)} \therefore \text{और } प = स_2 \times \frac{अ}{स+न} = स_1 \times \frac{ब}{स+म}।$$

द्वावृक्ष च पञ्चवृक्ष च स्तम्भान्तरभूमिरपि च पत्वारः ।
 द्वावृक्षस्तम्भामाद्रभ्युः पविताम्यतो मूळत् ॥ १८३३ ॥
 आक्रम्य चतुर्हस्तात्परस्य मूळं तथैकद्वस्ताच ।
 पवितामात्काभाया कोऽरिमभवद्वम्बको भवति ॥ १८४३ ॥
 याहप्रतिषाह द्वौ त्रयोवृक्षावनिरियं चतुर्वृक्ष च ।
 बवनेऽपि चतुर्हस्ताः काबाया कोऽन्तराषष्ठम्बश्च ॥ १८५३ ॥
 क्षेत्रमिदं मुखभूम्योरेकैकोनं परस्परामाच ।
 रज्जुः पविता मूलात्सर्वं प्रच्छन्नम्बकाभाये ॥ १८६३ ॥
 याहृक्षयोदशैक पञ्चदशं प्रतिमुखा मूळं सप्त ।
 भूमिरियमेकैर्बिंशतिरस्मिन्नषष्ठम्बकाभाये ॥ १८७३ ॥

स्तंभों के बीच का अंतराक (अंतर) ४ इत है । १२ इत वाले स्तंभ के ऊपरी अग्र से एक बाया
 सूत्र आधार रेखा पर दूसरे स्तंभ के मूळ से ४ इत आगे तक फैलाया जाता है । इस दूसरे
 स्तंभ (जो १५ इत ऊँचा है) के अग्र से एक भागा जसी प्रकार आधार रेखा पर पहिले
 स्तंभ के मूळ से १ इत आगे तक फैलाया जाता है । यहाँ आबाधाओं और अंतराकम्बक के माप का
 बतलाओ ॥ १८३३ ॥ दो बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में दो भुजाओं में से प्रत्येक
 १२ इत है । यहाँ आधार १४ इत और ऊपरी भुजा ४ इत है । अंतराकम्बक द्वारा बनाये गये
 आधार क ढंगों (आबाधाओं) के माप क्या हैं और अंतराकम्बक का माप क्या है ? ॥ १८५३ ॥
 चतुर्भुज चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में ऊपरी भुजा और आधार प्रत्येक १ इत कम हैं । दो ढंगों में से
 प्रत्येक के ऊपरी अग्र से एक भागा दूसरे ढंग के मूळ तक पहुँचने के लिये फैलाया जाता है ।
 अंतराकम्बक और उत्पन्न आबाधाओं के माप क्या हैं ? ॥ १८६३ ॥ अस्तमान भुजाओं वाले चतुर्भुज
 के संबंध में एक भुजा १२ इत सम्मुख भुजा १५ इत ऊपरी भुजा ७ इत और आधार ११ इत
 है । अंतराकम्बक तथा उससे उत्पन्न हुए आबाधाओं के माप क्या-क्या हैं ? ॥ १८७३ ॥ एक समबाहु

(१८५३) यहाँ दो बराबर भुजाओं वाला चतुर्भुज क्षेत्र दिया गया है इसी भाषा में तीन
 बराबर भुजाओं वाला तथा और अत्यन्त गामा में विषमबाहु चतुर्भुज दिये गये हैं । इन सब दशाओं में
 चतुर्भुज के कर्ण लगते पहिले भाषा ५४ अर्थात् ७ के निकमात्पुनः प्राप्त किये जाते हैं । तब ऊपरी
 भुजा के अन्त से आधार पर मिराये हुए ढंगों के मापों और उन ढंगों द्वारा उत्पन्न आधार के ढंगों
 (आबाधाओं) को (अर्थात् ७ की ५९ वीं भाषा में दिये गये नियम का प्रयोग कर) प्राप्त करते हैं ।
 तब ७ वीं के मापों को इत मानकर, ऊपर १८ ३ वीं भाषा के नियम को प्रयुक्त कर, अंतराकम्बक तथा
 लगते उत्पन्न आबाधाओं का प्राप्त करते हैं । १८७३ वीं भाषा में दिया गया प्रश्न बखरी टीका में कुछ
 भिन्न विधि से किया गया है । ऊपरी भुजा आधार के समानान्तर मान ली जाती है, और संव तथा
 लगते उत्पन्न आबाधाओं के माप ऐसे विभूज की रचना करके प्राप्त करते हैं, जिसकी भुजाएँ उक्त चतुर्भुज
 की भुजाओं के बराबर होती हैं और जिसका आधार चतुर्भुज के आधार और ऊपरी भुजा के अन्तर
 के बराबर होता है ।

समचतुरश्रक्षेत्रं विंशतिहस्तायतं तस्य ।

कोणेभ्योऽथ चतुर्भ्यो विनिर्गता रज्जवस्तत्र ॥ १८८३ ॥

भुजमध्यं द्वियुगभुजे^१ रज्जुः का स्यात्सुसंवीता ।

को वावलम्बकः स्यादावाधे केऽन्तरे^२ तस्मिन् ॥ १८९३ ॥

१. हस्तलिपि में अशुद्ध पाठ भुजचतुर्षु च है ।

२. केऽन्तरे में सधि का प्रयोग व्याकरण की दृष्टि से अशुद्ध है, पर २०४३ वें श्लोक के समान यहाँ प्रथकार का प्रयोजन छंद हेतु स्वर सम्बन्धी मिलान है ।

चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा २० हस्त है । उस आकृति के चारों कोण बिन्दुओं से, धागे सम्मुख भुजा के मध्य बिन्दु तक ले जाये जाते हैं, यह चारों भुजाओं के लिये किया जाता है । इस प्रकार प्रसारित धागों में प्रत्येक की लम्बाई का माप क्या है ? ऐसे चतुर्भुज क्षेत्र के भीतर अंतरावलम्बक और उससे उत्पन्न आवाधाओं के माप क्या हो सकते हैं ? ॥ १८८३-१८९३ ॥

स्तंभ की ऊँचाई का माप ज्ञात है । किसी कारणवश स्तंभ भग्न हो जाता है, और भग्न स्तंभ का ऊपरी भाग भूमि पर गिरता है । (भग्न स्तंभ का) निम्न भाग उन्नत भाग के ऊपरी भाग पर अवलम्बित रहता है । तब स्तंभ के मूल से गिरे हुए ऊपरी अग्र (जो अब भूमि को स्पर्श करता है) की पैठिक (आभारीय) दूरी ज्ञात की जाती है । स्तंभ के मूल भाग से लेकर शेष उन्नत भाग के माप

(१८८३-१८९३) इस प्रश्न के अनुसार दी गई आकृति इस प्रकार है,—

यहाँ भीतरी लम्ब ग ह और क ल हैं^१ । इन्हें प्राप्त करने के लिये पहिले फ इ को प्राप्त करते हैं । टीकानुसार

$$फ इ का माप = \sqrt{\frac{(सम)^2}{१} - \left\{ (दम)^2 + (दइ)^2 + \frac{१}{२} दम^2 \right\}}$$

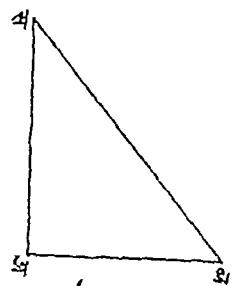
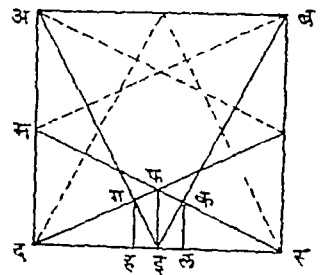
है । अ ब, फ इ और ब स अथवा अ द को स्तंभ मानकर सकेत में कथित नियम प्रयोग में लाया जा सकता है ।

(१९०३) यदि अ ब स समकोण त्रिभुज है और यदि अ स का माप और अ ब तथा ब स के योग का माप दिया गया हो तब, अ ब और ब स के माप इस समीकरण द्वारा निकाले जा सकते हैं कि

$$ब स = (अ ब)^2 + (अ स)^2, \text{ नियम दिया गया सूत्र यह है :—}$$

$$अ ब = \frac{(अ ब + ब स)^2 - (अ स)^2}{२ (अ ब + (ब स))}, \text{ यह अर्हा उपर्युक्त}$$

समीकरण से सरलतापूर्वक सिद्ध किया जा सकता है ।



स्तम्भस्योन्नतप्रमाणसंख्यां ज्ञात्वा तस्मिन् स्तम्भे येनकेनचित्कारणेन भग्ने पतिते सति तत्त्वन्माप्रमूखयोर्मध्ये स्थितौ भूसंख्यां ज्ञात्वा तत्त्वन्ममूखादारभ्य स्थितपरिमाणसंख्यानवनस्य सूत्रम्—

निर्गमषर्गान्तरमितिषर्गोविषोपस्य यद्भवेदर्धम् ।

निर्गमनेन विमर्क्तं तावत्स्मित्वाय मग्नं स्यात् ॥ १९०२ ॥

अधोरेखकः

स्तम्भस्य पञ्चविंशतिरूखाय कश्चिदन्तरे मग्नं ।

स्तम्भाप्रमूखमध्ये पञ्च स गत्वा कियाम् मग्नं ॥ १९१३ ॥

त्रैलोक्याये हस्ता सप्तकृतिः कश्चिदन्तरे मग्नं ।

भूमिञ्च सैकविंशद्विरस्य स गत्वा कियान् मग्नं ॥ १९२३ ॥

वृक्षोच्छ्रायो विंशतिरस्यः कोऽपि तत्फलं पुरुषः ।

कर्णाहत्या व्यक्षिपद्यं वरुमूखस्थिता पुरुषः ॥ १९३३ ॥

तस्य फलस्याभिमुखं प्रतिमुखरूपेण गत्वा च ।

फल्मप्रहीणं तत्फलानरयोगैतियोगसंख्यैव ॥ १९४३ ॥

पञ्चाक्षवभूषतत्फलविरूपा कणसंख्या का ।

तद्वृक्षमूखगतमरगविरूपा प्रतिमुखापि कियती स्यात् ॥ १९५३ ॥

का संख्यात्मक मान निकालने के किये वह नियम है—

संपूर्ण ऊँचाई के बरा और ज्ञात व्यापारीय (basal) दूरी के बरा के अंतर की ऊँच पाँच वर्ष संपूर्ण ऊँचाई द्वारा मापित होती है। तब शेष उन्नत भाग का माप ज्ञापक होता है। जो वर्ष संपूर्ण ऊँचाई का शेष बचता है वह भग्न भाग का माप होता है ॥ १९३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

स्तम्भ की ऊँचाई २५ इरत है। वह मूख और अग्र के बीच कहीं हुआ है। ऊँच पर गिने हुए अग्र (ऊपरी भाग) और स्तम्भ के मूख के बीच की दूरी ५ इरत है। बताया कि हूडने का स्थान विन्दु मूख से कितनी दूर है ? ॥ १९१ ॥ (जगने वाले) बॉस की ऊँचाई का माप ७९ इरत है। वह मूख और अग्र के बीच कहीं मग्न हुआ है। व्यापारीय दूरी २१ इरत है। वह मूख से कितनी दूरी पर हुआ है ॥ १९२ ॥ कितनी वृक्ष की ऊँचाई ९ इरत है। कोई मनुष्य उसके ऊपरी भाग (कोटी) पर चढ़कर कर्मरूप पथ में एक को नीचे बैठा है (अर्थात् वह एक सरक रेखा में मिलकर, अग्रकोण त्रिभुज का कर्म बनाता है)। तब दूसरा मनुष्य जो दूसरे के नीचे बैठा हुआ है एक एक सरक रेखा में पहुँचता है (यह एक त्रिभुज की दूरी मुझ का निर्माण करता है) और उस एक को छे डेटा है। एक तथा हम मनुष्य द्वारा तप की गई दूरियों का योग ५ इरत है। एक द्वारा तप किये गये वर्ष द्वारा निकटित कर्म का संख्यात्मक मान क्या है ? मनुष्य द्वारा तप किये गये पथ द्वारा निकटित अन्न मुझ का माप क्या हो सकता है ? ॥ १९३-१९५ ॥

ज्येष्ठस्तम्भसंख्यां च अल्पस्तम्भसंख्यां च ज्ञात्वा उभयस्तम्भान्तरभूमिसंख्यां ज्ञात्वा तज्ज्येष्ठसंख्ये भग्ने सति ज्येष्ठस्तम्भाग्रे अल्पस्तम्भाग्रं स्पृशति सति ज्येष्ठस्तम्भस्य भग्नसंख्यानयनस्य स्थितशेषसंख्यानयनस्य च सूत्रम्—

ज्येष्ठस्तम्भस्य कृतेर्ह्रस्वावनिवर्गयुतिमपोह्यार्धम् ।

स्तम्भविशेषेण हृतं लब्धं भग्नोन्नतिर्भवति ॥ १९६३ ॥

अत्रोद्देशकः

स्तम्भः पञ्चोच्छ्रायः परस्त्रयोविशतिस्तथा ज्येष्ठः ।

मध्यं द्वादश भग्नज्येष्ठाग्रं पतितमितराग्रे ॥ १९७३ ॥

आयतचतुरश्रक्षेत्रकोटिसंख्यायास्तृतीयांशद्वयं पर्वतोत्सेध परिकल्प्य तत्पर्वतोत्सेधसंख्यायाः सकाशात् तदायतचतुरश्रक्षेत्रस्य भुजसंख्यानयनस्य कर्णसंख्यानयनस्य च सूत्रम्—
गिर्युत्सेधो द्विगुणो गिरिपुरमध्यक्षितिर्गिरेरर्धम् ।

गगने तत्रोत्पतित गिर्यर्धव्याससंयुतिः कर्णः ॥ १९८३ ॥

ऊँचाई में बड़े (ज्येष्ठ) स्तंभ की ऊँचाई का संख्यात्मक मान तथा ऊँचाई में छोटे (अल्प) स्तंभ की ऊँचाई का संख्यात्मक मान ज्ञात है । इन दो स्तंभों के बीच की दूरी का संख्यात्मक मान भी ज्ञात है । ज्येष्ठ स्तंभ भग्न होकर इस प्रकार गिरता है, कि उसका ऊपरी अग्र अल्प स्तंभ के ऊपरी अग्र पर अवलम्बित होता है, और भग्न भाग का निम्न भाग, शेष भाग के ऊपरी भाग पर स्थित रहता है । इस दशा में ज्येष्ठ स्तंभ के भग्न भाग की लम्बाई का संख्यात्मक मान तथा उसी ज्येष्ठ स्तंभ के शेष भाग की ऊँचाई के संख्यात्मक मान को प्राप्त करने के लिये नियम—

ज्येष्ठ स्तंभ के संख्यात्मक माप के वर्ग में से, अल्प स्तंभ के माप के वर्ग और आधार के माप के वर्ग के योग को घटाते हैं । परिणामी शेष की अर्द्ध राशि को दो स्तंभों के मापों के अंतर द्वारा भाजित करते हैं । प्राप्त भजनफल भग्न स्तंभ के उन्नत भाग की ऊँचाई होता है । ॥१९६३॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

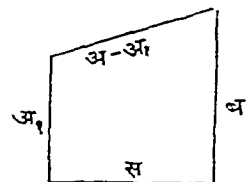
एक स्तंभ ऊँचाई में ५ हस्त है, उसी प्रकार दूसरे ज्येष्ठ स्तंभ ऊँचाई में २३ हस्त है । उनके बीच की दूरी १२ हस्त है । भग्न ज्येष्ठ स्तंभ का ऊपरी अग्र अल्प स्तंभ के ऊपरी अग्र पर गिरता है । भग्न ज्येष्ठ स्तंभ के उन्नत भाग की ऊँचाई निकालो ॥ १९७३ ॥

आयत क्षेत्र की ऊर्ध्वाधर (लंब रूप) भुजा के संख्यात्मक मान की दो तिहाई राशि को पर्वत की ऊँचाई मानकर, उस पर्वत की ऊँचाई की सहायता से उक्त आयत के कर्ण और क्षैतिज भुजा (आधार) के संख्यात्मक मानों को निकालने के लिये नियम—

पर्वत की दुगुनी ऊँचाई, पर्वत के मूल से वहाँ के शहर के बीच की दूरी का माप होती है । पर्वत की आधी ऊँचाई गगन में ऊपर की ओर की उड़ान की दूरी (उड्डयन) का माप है । पर्वत की आधी ऊँचाई में, (पर्वत के मूल से) शहर की दूरी का माप जोड़ने से कर्ण प्राप्त होता है ॥ १९८३ ॥

(१९६३) यदि ज्येष्ठ स्तम्भ की ऊँचाई अ और अल्प स्तम्भ की ब द्वारा निरूपित हो, उनके बीच की दूरी स हो, और अ, भग्न स्तम्भ के उन्नत भाग की ऊँचाई हो, तो नियमानुसार,

$$अ_१ = \frac{अ^२ - (ब^२ + स^२)}{२(अ - ब)} ।$$



अत्रोद्देशिका

ब्रह्मोन्नोन्नक्षिकारिभिः पतीश्वरौ विद्युतस्तत्र ।

एकोऽकिञ्चर्येयागात्तत्राप्याकाशार्थपरः ॥ १९९३ ॥

भुविब्रह्ममुत्पत्त पुरं गिरिशिखरान्मूळमयकृष्णाम्बुः ।

समगतिर्नो संश्रुती नगरक्यास किमुत्पत्तितम् ॥ २००३ ॥

डोसकारक्षेत्रे स्वम्भद्रमस्य वा गिरिद्वयस्य वा क्लृप्तेषुपरिभाष्यसंख्यामेव आचतचतुरम्-
मुम्भद्रं क्षेत्रद्वये परिकल्प्य तद्विरिद्वयान्तरमूल्या वा तस्तम्भद्रयाम्भरमूल्या वा आभाषाद्वयं
परिकल्प्य तत्राभाषाद्वयं म्युक्तमेव निक्षिप्य तद्व्युक्तं स्यस्ताभाषाद्वयमेव आचतचतुरम्भेक्षेत्रद्वये
कोटिद्वयं परिकल्प्य तत्कर्णद्वयस्य समानसंख्यानयनसूत्रम्—

उदाहरणार्थं मम

१ बोजन ऊँचाई वाले किसी पर्वत पर २ पतीश्वर सिधे थे । जवमें से एक ने पैदल तमच किया ।
दूसरे आकाश में गमन कर सकते थे । वे दूसरे पतीश्वर ऊपर की ओर उड़े, और एक शहर में ऊँची मार्ग
से उठे । प्रथम पतीश्वर शिखर से पर्वत के मूळ तक सीधे नीचे की ओर उदात्त दिशा में उठे और
पैदल शहर की ओर चले । यह ज्ञात हुआ कि दोनों ने समान दूरीयों तय कीं । पर्वत के मूळ से शहर
तक की दूरी क्या है, और ऊपरी उदात्त की ऊँचाई कितनी है ? ॥ १९९३-१० ३ ॥

उदाहरण (डोस) और उसके दो मूमि पर आधारित अक्षर्य अर्थों द्वारा निरूपित क्षेत्र में,
दो स्तंभों अथवा दो पर्वत शिखरों की ऊँचाईयों के माप हो आचत चतुरम् क्षेत्रों की क्षैतिज (क्षिपिज
के समाभाषण) भुजाओं के माप मान किये जाते हैं । एक इन ज्ञात क्षैतिज भुजाओं की सहायता से
और (उदात्तुसार) दो पर्वत अथवा दो स्तंभ के बीच की आचार रेखा के संबंध में अक्ष के निकल किन्तु
इस अल्पक्ष आधारों (अर्थों) के मापों को प्राप्त करते हैं । इन दो आधारों को बिक्रम क्रम में
लिखते हैं । इस प्रकार बिक्रम क्रम में किये गये (दो आधारों के) मापों की दो आधारकार
चतुर्भुज क्षेत्रों की दो अक्ष भुजाओं के माप मान लेते हैं । (ऐसी दशा में) इन दो आधारों के अर्थों के
समान संख्यात्मक मान को प्राप्त करने के लिये निम्न —

(१९९३-२ ३) आकृति में यदि पर्वत की ऊँचाई 'अ' ज्ञात निरूपित है, शहर से
पर्वत के मूळ की दूरी 'ब' है, और ऊँची मार्ग की ऊँचाई 'घ'
है, तो यथा १९८३ के नियम की पृथग्मिति से की गई कल्पना
के अनुसार 'अ' भुजा आ 'घ' की $\frac{2}{3}$ है । इसलिये ऊँची दिशा
की उदात्त रा या अर्थात् 'घ' है (१)

यूक्ति दो चतुर्भुज की उदात्त बराबर है $घ + २अ = अ + घ$;

$$घ = २अ + घ \quad (२)$$

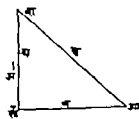
$$घ^२ = २अ^२ + घ^२ + अघ \text{ परन्तु } घ^२ = २अ^२ + घ^२;$$

$$अघ = २अ^२;$$

$$घ = २अ.$$

$$(३)$$

दिये गये नियम में ये ही तीन घन (१) (२) और (३) वर्तित हैं ।



ढोलाकारक्षेत्रस्तम्भद्वितयोर्ध्वसंख्ये वा ।
 शिखरिद्वयोर्ध्वसंख्ये परिकल्प्य भुजद्वयं त्रिकोणस्य ॥ २०१३ ॥
 तद्दोर्द्वितयान्तरगतभूसंख्यायास्तदाबाधे ।
 आनीय प्राग्वत्ते व्युत्क्रमतः स्थाप्य ते कोटी ॥ २०२३ ॥
 स्यातांतस्मिन्नायतचतुरश्रक्षेत्रयोश्च तद्दोर्भ्याम् ।
 कोटिभ्यां कर्णौ द्वौ प्राग्वत्स्यातां समानसंख्यौ तौ ॥ २०३३ ॥

ढोल तथा उसके दो लंबरूप अवलंबों द्वारा निरूपित आकृति के संबंध में, दो स्तंभों की अथवा दो पर्वतों की ऊँचाइयों के मापों को त्रिभुज की दो भुजाओं के माप मान लेते हैं। तब, दिये गये स्तंभों अथवा पर्वतों की बीच की आधार रेखा के मान के तुल्य उन दो भुजाओं के बीच की आधार रेखा के संबंध में, शीर्ष से आधार पर गिराये गये लंब से उत्पन्न आबाधाओं के मान पहिले दिये गये नियमानुसार प्राप्त करते हैं। यदि इन आबाधाओं (खंडों) के मानों को विलोम क्रम में लिखा जावे, तो वे इष्ट क्रिया में दो आयतों की दो लंब भुजाओं के मान बन जाते हैं। अब, पहिले दिये गये नियमानुसार दो आयतों के कर्णों के मानों को उपर्युक्त त्रिभुज की दो भुजाओं (जो यहाँ आयत की दो क्षैतिज भुजाएँ ली गई हैं) तथा उन दो लंब भुजाओं की सहायता से प्राप्त करते हैं। ये कर्ण समान संख्यात्मक मान के होते हैं ॥ २०१३-२०३३ ॥

(२०१३-२०३३) इस नियम में वर्णित चतुर्भुजों में, मानलो, लंब भुजाएँ अ, ब द्वारा निरूपित हैं, आधार स है, स_१, स_२ उसके खंड (आबाधायें) हैं, और रज्जु (रस्ते) के प्रत्येक समान भाग की लंबाई ल है।

अब, $अ^२ + स_१^२ = ब^२ + स_२^२$ ।

∴ (स_२ + स_१) (स_२ - स_१) = अ^२ - ब^२, और स_१ + स_२ = स, अ

$$\frac{अ^२ - ब^२}{स} + स \quad \quad \quad स - \frac{अ^२ - ब^२}{स}$$

$$∴ स_२ = \frac{\frac{अ^२ - ब^२}{स} + स}{२} \quad \text{और} \quad स_१ = \frac{स - \frac{अ^२ - ब^२}{स}}{२} \quad ।$$

ये मान, अ और ब भुजाओंवाले त्रिभुज के 'स' माप वाले आधार के खंडों के हैं। आधार के खंड शीर्ष से लंब गिराने से उत्पन्न हुए हैं। नियम में यही कथित है। गाथा ४९ का नियम भी देखिये।

(२१०३) यहाँ बतलाया हुआ पथ समकोण त्रिभुज की भुजाओं में से होकर जाता है। इस नियम में दिये गये सूत्र का बीजीय निरूपण यह है—

$$क = \frac{ब^२ + अ^२}{ब^२ - अ^२} \times द, \text{ जहाँ क कर्णपथ से जाने पर व्यतीत हुए दिनों की संख्या है, अ और ब}$$

क्रमश दो मनुष्यों की गतियाँ हैं, और द उत्तर दिशा से जानेपर व्यतीत हुए दिनों की संख्या है। इस प्रश्न में दत्त व्यास पर आधारित निम्नलिखित समीकरण से यह स्पष्ट है—

$$ब^२ क^२ = द^२ ब^२ + (क + द)^२ \times अ^२$$

अत्रोद्देशकः

स्तम्भस्योदशीकः पञ्चदशान्यस्यतुर्वृष्टान्तरितः ।
 रज्जुवैद्या शिखरे भूमिपतिता क' आबाधे ॥ २०४ ॥
 ते रज्जु समसंख्ये स्यातां तद्रज्जुमानमपि कथय ॥ २०५ ॥
 द्वाविंशतिरुत्सेधो' गिरेस्त्वष्टावृष्टान्यशैलस्य ।
 विंशतिरुभयोर्मध्ये तयोश्च शिखरोःस्थितौ साधू ॥ २०६ ॥
 आकाशचारिणौ द्वौ समागतौ नगरमत्र भिक्षायै ।
 समगतिकौ संवातौ तत्राबाधे क्रियत्संख्ये ॥
 समगविसंख्या किमपी ङोळाकारेऽत्र गणितज्ञ ॥ २०७ ॥
 विंशतिरेकस्योन्नतिरेत्र त्रिनास्तथान्यस्य ।
 तन्मध्यं द्वाविंशतिरनयोरद्वोश्च ऋज्वयोः स्थित्वा ॥ २०८ ॥
 आकाशचारिणौ द्वौ तन्मध्यपुरं समायातौ ।
 भिक्षायै समगतिकौ स्यातां तन्मध्यशिखरिमध्यं किम् ॥ २०९ ॥
 विषमत्रिकोणश्रेत्ररूपेण हीनाधिकगतिमघोनैरयो' समागमदिनसख्यानपनसूत्रम्—

१. क आबाधे व्याकरणरूपेण अशुद्ध है क्योंकि द्विवाचक संख्या 'त्रि' और 'आबाधे' के मध्य कोई संधि नहीं हो सकती है । १८९२ में श्लोक की टिप्पणी से मिशन करिये ।

उदाहरणार्थ मसू

एक रत्न ऊँचाई में १३ इत्त है । दूसरा ऊँचाई में १५ इत्त है । इनके बीच की दूरी १४ इत्त है । इन दो रत्नों के ऊपरी तिरों पर बिँधा हुआ एक रस्ता (रज्जु) इस तरह बीच के ऊँचता है कि वह इन दो रत्नों के बीच की दूरी को स्वर्ण करता है । रत्नों के बीच की आबाध रेखा के इस प्रकार उत्पन्न लंबों के मान क्या-क्या हैं ? रज्जु के दो ऊँचते हुए भाग ऊँचाई में समान संव्यात्मक माप के हैं । रज्जु का माप भी बतलाओ ॥ २ ४२-१ ५२ ॥ किसी एक पर्वत की ऊँचाई २२ बोजन है । दूसरे पर्वत की १८ बोजन है । इन दो पर्वतों के बीच की दूरी २ बोजन है । पर्वत के शिखर पर तिष्ठे हुए दो साधु आकाश में गमन कर सकते हैं । भिक्षा के क्रिये वे आकाश मार्ग से नीचे जाते हैं, और उन पर्वतों के बीच बसे हुए नगर में निकलते हैं । यह श्राव है कि वे आबाध मार्ग से समान दूरियों तक कर जाते हैं । इन दूरातों में दो पर्वतों के बीच की आभारीय रेखा के लंबों के संव्यात्मक मान क्या क्या हैं ? द्वि गणितज्ञ इस ङोळाकार क्षेत्र में एक की गई समान राशियों का संव्यात्मक मान क्या है ? ॥ २ ९-१ ७२ ॥ एक पर्वत की ऊँचाई २ बोजन है और वही प्रकार दूसरे पर्वत की ऊँचाई २४ बोजन है । उनके बीच की दूरी २२ बोजन है । दो साधु जो अलग अलग पर्वत के शिखर पर तिष्ठत य और आकाश में गमन कर सकते थे उन दो पर्वतों के बीच में बसे हुए नगर में भिक्षा के क्रिये उतर । वे आकाश से बराबर दूरियों तक करते हुए चले गये । उस मध्य में बसे हुए नगर और पर्वतों के बीच की दूरी का माप क्या है ? ॥ २ ८२-१ ९२ ॥

विषम त्रिभुज की सीमाहारा निकषित मार्ग पर असमान गति से चलने वाले दो मनुष्यों का समागम होने के क्रिये इस दिनों की संख्या का मान निकालने के क्रिये विषम—

दिनगतिकृतिसंयोगं दिनगतिकृत्यन्तरेण हृत्वाथ ।

हृत्वोदगतिदिवसैस्तल्लब्धदिने समागमः स्यान्त्रोः ॥ २१०३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वे योजने प्रयाति हि पूर्वगतिस्त्रीणि योजनान्यपर' ।

उत्तरतो गच्छति यो गत्वासौ तद्दिनानि पञ्चाथ ॥ २११३ ॥

गच्छन् कर्णाकृत्या कतिभिर्दिवसैर्नरं समाप्नोति ।

उभयोर्युगपद्गमनं प्रस्थानदिनानि सहशानि ॥ २१२३ ॥

पञ्चविधचतुरश्रक्षेत्राणां च त्रिविधत्रिकोणक्षेत्राणां चेत्यष्टविधबाह्यवृत्तव्याससंख्यायन-
सूत्रम्—

श्रुतिरवलम्बकभक्ता पाद्वर्धभुजग्रा चतुर्भुजे त्रिभुजे ।

भुजघातो लम्बहतो भवेद्बहिर्वृत्तविष्कम्भः ॥ २१३३ ॥

दो मनुष्यों की दैनिक गतियों के संख्यात्मक मानों के वर्गों के योग को उन्हीं दैनिक गतियों के मानों के वर्गों के अंतर द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त भजनफल को उनमें से किसी एक के द्वारा उत्तर में यात्रा करते हुए (अन्य मनुष्य से मिलने हेतु दक्षिण पूर्व में जाने के पहिले) व्यतीत हुए दिनों की संख्या द्वारा गुणित करते हैं, इन दो मनुष्यों का समागम इस गुणनफल द्वारा मापे गये दिनों की संख्या के अंत में होता है ॥ २१०३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

पूर्व की ओर यात्रा करनेवाला मनुष्य २ योजन प्रतिदिन की गति से चलता है, और उत्तर की ओर यात्रा करने वाला दूसरा मनुष्य ३ योजन प्रतिदिन की गति से चलता है । यह दूसरा मनुष्य ५ दिनों तक (हम प्रकार) चलने के पश्चात् कर्ण पर चलने के लिये मुड़ता है । वह पहिले मनुष्य से कितने दिन पश्चात् मिलेगा ? दोनों एक ही समय प्रस्थान करते हैं, और यात्रा में दोनों को समान समय लगता है ॥ २११३-२११३ ॥

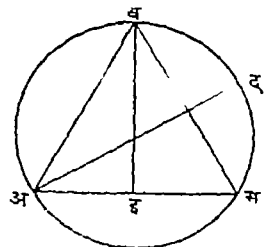
पाँच प्रकार के चतुर्भुज क्षेत्रों तथा तीन प्रकार के त्रिभुज क्षेत्रोंवाली आठ प्रकार की आकृतियों के परिगत वृत्तों के व्यासों के संख्यात्मक मान को निकालने के लिये नियम—

चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में, कर्ण के मान को लंब के मान द्वारा भाजित कर, और तब बाजू की भुजा के मान द्वारा गुणित करने पर, परिगत वृत्त के व्यास का मान उत्पन्न होता है । त्रिभुज क्षेत्र के संबंध में आधार को छोड़कर, शेष दो भुजाओं के मानों के गुणनफल को लंब के मान द्वारा भाजित करने पर, परिगत वृत्त का दृष्ट व्यास उत्पन्न होता है ॥ २१३३ ॥

(२१३३) मानलो कि त्रिभुज अ ब स किसी वृत्त में अत-
लिखित है । अद व्यास है और बह, अस पर लंब है । अद को जोड़ो ।
अब त्रिभुज अ ब द और ब ह स के कोण क्रमशः आपस में बराबर हैं
(अर्थात् ये त्रिभुज सजातीय [similar] हैं)

$$\therefore \text{अब} \cdot \text{अद} = \text{बह} : \text{बस}, \quad \text{अद} = \frac{\text{अब} \times \text{बस}}{\text{बह}} \quad ।$$

यह सूत्र नियम में चतुर्भुज त्रिभुज के परिगत वृत्त के व्यास को प्राप्त करने के लिये दिया गया है ।



अत्रोद्देशकः

समचतुरस्रस्य त्रिकषाहुप्रतिषाहुकस्य चाम्बस्य ।
 कोटिः पञ्च द्वादश भुजास्य किं वा बहिर्वृत्तम् ॥ २१४३ ॥
 बाहु त्रयोदश मुखं चत्वारि परा चतुर्वृत्तं प्रोक्ता ।
 द्विसमचतुरस्रबाहिरविष्टम्भः को भवेद्ब्रह्म ॥ २१५३ ॥
 पञ्चकृतिर्बन्धनसुत्राभ्यन्तारिणां भूमिरेकोना ।
 त्रिसमचतुरस्रबाहिरवृत्तव्यासं समाचक्ष्व ॥ २१६३ ॥
 न्येका चत्वारिंशद्बाहु प्रतिषाहुको द्विपञ्चाक्षत् ।
 पट्टिर्भूमिर्बन्धनं पञ्चकृतिः कोऽत्र विष्टम्भः ॥ २१७३ ॥
 त्रिसमस्य च बह् बाहुत्रयोदश द्विसमबाहुकस्यापि ।
 भूमिर्वृत्तं विष्टम्भावन्धयोः कौ बाह्यवृत्तयोः कथय ॥ २१८३ ॥
 बाहु पञ्चभ्युत्तरदशकौ भूमिर्बहुवृत्तयोः विधमे ।
 त्रिभुजक्षेत्रे बाहिरवृत्तव्यासं समाचक्ष्व ॥ २१९३ ॥
 द्विकषाहुपञ्चस्य क्षेत्रस्य मवेद्विचित्र्य कथय त्वम् ।
 बाहिरविष्टम्भं मे पेशाचिक्रमत्र पवि धेत्सि ॥ २२०३ ॥

उदाहरणार्थं मन्त्र

(समबाहु चतुर्भुज) वर्गाकृति के संबंध में, जिसकी प्रत्येक भुजा ३ है और अन्व चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में जिसकी अर्ध भुजा ५ और छैतिज भुजा १२ है वतकामो कि परिगत वृत्त के व्यास के माप क्या-क्या है ? ॥ २१४३ ॥ दो पार्श्व भुजाओं में से प्रत्येक माप में १३ है, ऊपरी भुजा ७ है और अधार माप में १७ है। इस वक्र में ऐसे दो समान भुजाओं वाले चतुर्भुज क्षेत्र के परिगत वृत्त के व्यास का माप वतकामो ॥ २१५३ ॥ ऊपरी भुजा और दो बाहू की भुजाओं में से प्रत्येक माप में २५ है। अधार माप में ३९ है। वहाँ वतकामो की ऐसे तीस वक्रात्तर भुजाओं वाले चतुर्भुज के परिगत वृत्त के व्यास का माप क्या है ? ॥ २१६३ ॥ पार्श्व भुजाओं में से किसी एक का माप ३९ है। दूसरी का माप ५३ है; अधार का माप ६ और ऊपरी भुजा का माप २५ है। इस चतुर्भुज क्षेत्र के संबंध में परिगत वृत्त का व्यास क्या है ? ॥ २१७३ ॥ किसी समभुज त्रिभुज की भुजा का माप ६ है और समद्विबाहु त्रिभुज की भुजा का माप १३ है। इस वक्र में अधार का माप १ है। इन त्रिभुजों के परिगत वृत्तों के व्यासों के माप निकालो ॥ २१८३ ॥ विषम त्रिभुज के संबंध में दो भुजाएँ माप में १५ और १३ है अधार का माप १७ है। उसके परिगत वृत्त के व्यास का माप मुझे वतकामो ॥ २१९३ ॥ यदि तुम गणित की पेशाचिक्रमिर्बन्धनो जानते हो, तो डीक तरह खोचकर वतकामो कि जिसकी प्रत्येक भुजा का माप ३ है ऐसे विषमिष्ठ चतुर्भुजाकार आकृतिवाले क्षेत्र के परिगत वृत्त के व्यास का माप क्या होगा ? ॥ २२०३ ॥

(२१ ३) इस पाया पर बिली गई कजड़ी टीका में प्रश्न को बह सुचित कर एक किना है कि निश्चित प

दृष्टसंख्याव्यासवत्समवृत्तक्षेत्रमध्ये समचतुरश्राद्यष्टक्षेत्राणा मुखभूभुजसंख्यानयनसूत्रम्—
 लब्धव्यासेनेष्टव्यासो वृत्तस्य तस्य भक्तश्च ।
 लब्धेन भुजा गुणयेद्भवेच्च जातस्य भुजसंख्या ॥ २२१ १/२ ॥

अत्रोद्देशकः

वृत्तक्षेत्रव्यासस्योद्देशाभ्यन्तरेऽत्र संचिन्य ।
 समचतुरश्राद्यष्टक्षेत्राणि सखे ममाचक्ष्व ॥ २२२ १/२ ॥
 आयतचतुरश्रं विना पूर्वकल्पितचतुरश्रादिक्षेत्राणां सूक्ष्मगणितं च रज्जुसंख्या च ज्ञात्वा
 तत्क्षेत्राभ्यन्तरावस्थितवृत्तक्षेत्रविष्कम्भानयनसूत्रम्—
 परिधेः पादेन भजेदनायतक्षेत्रसूक्ष्मगणितं तत् ।
 क्षेत्राभ्यन्तरवृत्ते विष्कम्भोऽयं विनिर्दिष्ट ॥ २२३ १/२ ॥

व्यास के ज्ञात संख्यात्मक मान वाले समवृत्त क्षेत्र में अंतर्लिखित वर्ग से प्रारंभ होने वाली आठ प्रकार की आकृतियों के आधार, ऊपरी भुजा और अन्य भुजाओं के संख्यात्मक मानों को निकालने के लिये नियम—

दिये गये वृत्त के व्यास के मान को व्यास से प्राप्त ऐसे वृत्त के व्यास द्वारा भाजित किया जाता है, जो निर्दिष्ट प्रकार की विकल्प से चुनी हुई आकृति के परितः खींचा जाता है। इस मन से चुनी हुई आकृति के भुजाओं के मानों को उपर्युक्त परिणामी भजनफलों द्वारा गुणित करना चाहिए। इस प्रकार, दिये गये वृत्त में उत्पन्न आकृति की भुजाओं के संख्यात्मक मानों को प्राप्त करते हैं ॥ २२१ १/२ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

समवृत्त आकृति का व्यास १३ है। हे मित्र, ठीक तरह विचार कर मुझे बतलाओ कि इस वृत्त में अंतर्लिखित वर्गादि आठ प्रकार की विभिन्न आकृतियों के संबंध में विभिन्न माप क्या-क्या हैं ॥ २२२ १/२ ॥

केवल आयत क्षेत्र को छोड़कर पूर्वकथित विभिन्न प्रकार के चतुर्भुज और त्रिभुज क्षेत्रों के अंतर्गत वृत्तों के व्यास का मान निकालने के लिये नियम, जब कि इन्हीं चतुर्भुज और अन्य आकृतियों के संबंध में क्षेत्रफल का सूक्ष्म माप और परिमिति का संख्यात्मक मान ज्ञात हो—

(आयत क्षेत्र को छोड़कर अन्य किसी भी) आकृति के सूक्ष्म ज्ञात क्षेत्रफल को (उस आकृति की) परिमिति की एक चौथाई राशि द्वारा भाजित करना चाहिये। वह परिणाम उस आकृति के अंतर्गत वृत्त के व्यास का माप होता है ॥ २२३ १/२ ॥

(२२१ १/२) दृष्ट और मन से चुनी हुई आकृतियों की सजातीयता (similarity) से यह नियम स्वमेव प्राप्त हो जाता है।

(२२३ १/२) यदि सब भुजाओं का योग 'य' हो, अंतर्गत वृत्त का व्यास 'व' हो, और संबंधित चतुर्भुज या त्रिभुजक्षेत्र का क्षेत्रफल 'क्ष' हो, तो

$$\frac{व}{२} \times \frac{य}{२} = क्ष \text{ होता है।}$$

इसलिये नियम में दिया गया सूत्र, $व = क्ष \cdot \frac{४}{य}$, है।

अत्रोद्देशकः

समचतुरभासीनां क्षेत्राणां पूर्वकस्वितानां च ।

कृत्वाभ्यन्तरधूर्त्तं त्र्यधुना गणितवत्सह ॥ २२४२ ॥

समचतुष्कोणस्याससंख्यायामिष्टसंख्यां चाप्यं परिच्छस्य वद्वाणपरिमाणस्य व्याससंख्यानयनसूत्रम्—

व्यासाभिगमोनस्स च चतुर्गुणित्वाभिगमेन संगुणितः ।

यत्तस्य वर्गमूलं व्यासार्धं निर्विच्छेत्प्राह ॥ २२५२ ॥

अत्रोद्देशकः

व्यासो दश चतस्र्य द्वाभ्यां छिनो हि रूपाभ्याम् ।

छिन्नस्य व्या का स्यात्प्रगगव्याचक्ष्य तां गणक ॥ २२६२ ॥

समचतुष्कोणव्यासस्य च सौख्याच्च संख्यां ज्ञात्वा चाणसंख्यानयनसूत्रम्—

व्यासव्यासरूपकयोर्बैगैविशेषस्य भवति धम्बूहम् ।

तद्विष्कम्भाच्छेष्यं शेषार्धमिषुं विज्ञानीयात् ॥ २२७२ ॥

उदाहरणार्थं प्रस्त

बर्गोत्पि पूर्वोक्तेखित बाहुतियों के संबंध में अंतर्गत वृत्त खींचकर, हे गणित उत्पन्न करने के लिये अंतर्गत वृत्त के व्यास का मान बतकाओ ॥ २२४२ ॥

किसी समवृत्त के व्यास के द्वारा संख्यात्मक मान के अंतर (सीमांतः) बाध के माप की जाय संख्या लेकर ऐसे चतुष्कोण के बाध के संख्यात्मक मान को प्राप्त करने के लिये किन्तु जिसका बाध वही दिये गये माप के तुल्य है—

दिये गये व्यास के मान और बाध के द्वारा मान के अंतर को बाध के मान की चौगुनी राशि द्वारा गुणित किया जाता है । परिणामी गुणनफल का अंतर भी वर्गमूल जाता है, उसे विज्ञान रूपन को चतुष्कोण की डोरी का वृत्त माप बतकाया चाहिये ॥ २२५२ ॥

उदाहरणार्थं प्रस्त

वृत्त का व्यास १ है । उसका २ द्वारा अक्षरित किया जाता है । हे गणितज्ञ, डीक बनवा के पश्चात् दिये गये व्यास के कटे हुए भाग के संबंध में चतुष्कोण की डोरी का माप बतकाओ ॥ २२६२ ॥

जब किसी दिये गये वृत्त के व्यास का संख्यात्मक मान और उस वृत्त संबंधी चतुष्कोण की (बाध) का माप जाय हो तब बाध का संख्यात्मक मान निकालने के लिये नियम—

दिये गये वृत्त के संबंध में व्यास और बाध (चतुष्कोण की डोरी) के द्वारा मानों के अंतर का जो वर्गमूल होता है उसे व्यास के मान में से घटाया जाता है । परिणामी शेष की अक्षरित बाध (रथा) का वृत्त माप होती है ॥ २२७२ ॥

(२२५२) यावा २२५२ २२७२, २२९२ और २३१२ में दिये गये सभी नियम इस व्याख्या पर आधारित हैं कि किसी वृत्त में प्रतिच्छेदन करने वाले (intersecting) बाध वर्गों की आकाशाओं (लंबों) के गुणनफल समान होते हैं ।

अत्रोद्देशकः

दश वृत्तस्य विष्कम्भः शिञ्जिन्यभ्यन्तरे सखे ।

दृष्टाष्टौ हि पुनस्तस्याः कः स्यादधिगमो वट ॥ २२८३ ॥

ज्यासंख्यां च वाणसंख्यां च ज्ञात्वा समवृत्तक्षेत्रस्य मध्यव्याससंख्यानयनसूत्रम्—

भक्तश्चतुर्गुणेन च शरेण गुणवर्गराशिरिपुसहितः ।

समवृत्तमध्यमस्थितविष्कम्भोऽयं विनिर्दिष्टः ॥ २२९३ ॥

अत्रोद्देशकः

कस्यापि च समवृत्तक्षेत्रस्याभ्यन्तराधिगमनं द्वे ।

ज्या दृष्टाष्टौ दण्डा मध्यव्यासो भवेत्क्रोऽत्र ॥ २३०३ ॥

समवृत्तद्वयसंयोगे एका मत्स्याकृतिर्भवति । तन्मत्स्यस्य मुखपुच्छविनिर्गतरेखा कर्तव्या । तथा रेखा अन्योन्याभिमुखधनुर्द्वयाकृतिर्भवति । तन्मुखपुच्छविनिर्गतरेखैव तद्वद्वयस्यापि ज्याकृतिर्भवति । तद्वद्वयस्य शरद्वयमेव वृत्तपरस्परसंपातशरौ ज्ञेयौ । समवृत्तद्वयसंयोगे तयोः संपातशरयोरानयनस्य सूत्रम्—

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी द्विये गये वृत्त के व्यास का माप १० है । साथ ही ज्ञात है कि भीतरी धनुष-ढोरी का माप ८ है । हे मित्र, उस धनुष ढोरी के संबन्ध में वाण रेखा का मान निकालो ॥ २२८३ ॥

जब धनुष-ढोरी और वाण के सरयात्मक मान ज्ञात हो, तब दिये गये वृत्त के व्यास के संख्यात्मक मान को निकालने के लिये नियम—

धनुष-ढोरी के मान के वर्ग का निरूपण करने वाली संख्या, ४ द्वारा गुणित वाण के मान के द्वारा भाजित की जाती है । तब परिणामी भजनफल में वाण का मान जोड़ा जाता है । इस प्रकार प्राप्त राशि नियमित वृत्त की, केन्द्र से होकर मापी गई, चौड़ाई का माप होती है ॥ २२९३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी समवृत्त क्षेत्र के संबन्ध में, वाण रेखा २ दण्ड, और धनुष ढोरी ८ दण्ड है । इस वृत्त के संबन्ध में व्यास का मान क्या हो सकता है ? ॥ २३०३ ॥

जब दो वृत्त परस्पर एक दूसरे को काटते हैं, तब मछली के आकार की आकृति उत्पन्न होती है । इस मत्स्याकृति के संबन्ध में मुख से पुच्छ को मिलानेवाली रेखा खींची जाती है । इस सरल रेखा की सहायता से एक दूसरे के सम्मुख दो धनुषों की उत्पत्ति होती है । मुख से पुच्छ को मिलाने वाली सरल रेखा इन दोनों धनुषों की धनुष-ढोरी होती है । इन दो धनुषों के संबन्ध में दो वाण रेखाएँ पारस्परिक अतिच्छादी (overlapping) वृत्तों से संबन्धित दो वाण रेखाओं को बनाने वाली समक्षी जाती हैं । जब दो समवृत्त परस्पर एक दूसरे को काटते हैं, तब अतिच्छादी (overlapping) भाग से संबन्धित वाण रेखाओं के मानों को निकालने के लिये नियम—

प्रासोनव्यासाभ्यां प्रासे प्रक्षेपकः प्रकृतैक्यः ।
दृष्टे च परस्परतः संपातक्षरौ विनिर्दिष्टौ ॥ २३१३ ॥

अत्रोद्देशकः

समवृत्तयोर्द्वयोर्हि द्वात्रिंशदक्षरौ विहस्तविस्तृतयोः ।
प्रासेऽष्टौ कौ बाणावभ्योम्यमवौ समाचक्ष्व ॥ २३२३ ॥

इति पैशाचिकव्यवहारः समाप्तः ॥

इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ क्षेत्रगणितं नाम बटुक्यवहारः समाप्तः ।

प्रतिच्छेदित होने वाले वृत्तों के ऐसे दो व्यासों के दो मार्गों की सहायता से बिम्बे वृत्तों के अतिजाही (overlapping) भाग की सबसे अधिक चौड़ाई के माप द्वारा द्वांसित करते हैं वृत्तों के अतिजाही भाग की महत्तम चौड़ाई के इस छान माप के संबंध में प्रक्षेपक किया गया बाहिये । ऐसे वृत्तों के संबंध में इस प्रकार प्राप्त दो परिणामों में से प्रत्येक दूसरे का, अतिजाही वृत्तों संबंधी दो बाणों का माप होता है ॥ २३१३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

दो वृत्तों के संबंध में जिनके विस्तार व्यास क्रमशः ३२ और ६ हस्त हैं । साधारण अतिजाही भाग की महत्तम चौड़ाई ४ हस्त है । यहाँ उन दो वृत्तों के संबंध में बाण रेखाओं के मापों को बतकानो ॥ २३२३ ॥

इस प्रकार क्षेत्र गणित व्यवहार में पैशाचिक व्यवहार नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

इस प्रकार महावीराचार्य की कृति सार संग्रह नामक गणित शास्त्र में क्षेत्रगणित नामक बटुक्य व्यवहार समाप्त हुआ ।

(२३१३) इस नियम में अनुमानित प्रश्न आर्यभट्ट द्वारा भी उचित किया गया है । उनके द्वारा दिया गया नियम इस नियम के समान है ।

८. खातव्यवहारः

सर्वाभरेन्द्रमुकुटाचिंतपादपीठं सर्वज्ञमव्ययमचिन्त्यमनन्तरूपम् ।

भव्यप्रजासरसिजाकरवालभानु भक्त्या नमामि शिरसा जिनवर्धमानम् ॥ १ ॥

क्षेत्राणि यानि विविधानि पुरोदितानि तेषा फलानि गुणितान्यवगाहनानि (नेन) ।

कर्मान्तिकौण्ड्रफलसूक्ष्मविकल्पितानि वक्ष्यामि सप्तममिदं व्यवहारखातम् ॥ २ ॥

सूक्ष्मगणितम्

अत्र परिभाषालोक.—

हस्तघने पांसूनां द्वात्रिंशत्पलशतानि पूर्याणि । उक्तीर्यन्ते तस्मात् षट्त्रिंशत्पलशतानीह ॥ ३ ॥

८. खात व्यवहार (खोह अथवा गढ़ा संबंधी गणनाएँ)

मैं सिर छुकाकर उन वर्धमान जिनेन्द्र को भक्तिपूर्वक नमस्कार करता हूँ, जिनका पादपीठ (पैर रखने की चौकी) सभी अमरेन्द्रों के मुकुटों द्वारा अर्चित होता है, जो सर्वज्ञ हैं, अव्यय हैं, अचिन्त्य और अनन्तरूप हैं, तथा जो भव्य जीवों रूपी कमल समूह को विकसित करने के लिये बालभानु (अभिनव सूर्य) हैं ॥ १ ॥ अब मैं खात के संबंध में (विभिन्न प्रकार के) कर्मांतिक, औण्ड्रफल और सूक्ष्म फल का वर्णन करूँगा । ये समस्त प्रकार, उन उपर्युक्त विभिन्न प्रकार की रैखिकीय आकृतियों से गहराई मापने वाली राशियों द्वारा घटित गुणन क्रिया के परिणाम स्वरूप प्राप्त किये जाते हैं । यह सातवाँ व्यवहार, खात व्यवहार है ॥ २ ॥

सूक्ष्म गणित

परिभाषा के लिये एक श्लोक (व्यावहारिक कल्पना के लिये एक गाथा)—

किसी एक घन हस्त माप की खोह को भरने के लिये ३,२०० पल मात्रा की मिट्टी लगती है । उसी घन आयतन वाली खोह में ३,६०० पल मात्रा की मिट्टी निकाली जा सकती है ॥ ३ ॥

(२) औण्ड्रफल शब्द में 'औण्ड्र' पद विचित्र संस्कृत शब्द मालूम पड़ता है, और कदाचित् वह हिन्दी शब्द औण्ड से संबंधित है, जिसका अर्थ "गहरा" होता है ।

(३) इस धारणा का अभिप्राय स्पष्ट रूप से यह है कि एक घन हस्त दबी हुई मिट्टी का भार ३,६०० पल होता है, और इतनी जगह को शिथिलता से भरने के लिये ३,२०० पल भार की मिट्टी पर्याप्त होती है ।

आतगणितफळानयनसूत्रम्—

क्षेत्रफलं वेधगुण समजाते व्यावहारिकं गणितम् ।
मुखावक्युत्पिद्वयस्य सत्संख्यां स्यात्समीकरणम् ॥ ४ ॥

अत्रोद्देशकः

समबहुभुजस्य बाहु प्रतिबाहुकस्य वेधस्य । क्षेत्रस्य आतगणित समजाते किं भवेदत्र ॥ ५ ॥
त्रिभुजस्य क्षेत्रस्य द्वित्रिभुजाहुकस्य वेधे तु । पट्टत्रिभुजदृष्ट्यास्ते बहुभुजागणस्य किं गणितम् ॥ ६ ॥
साष्टसप्तभ्यासस्य क्षेत्रस्य हि पञ्चपष्टिसहितक्षयम् ।

वेधो वृषस्य त्वं समजाते किं फलं कथय ॥ ७ ॥

आयतबहुभुजस्य व्यास पञ्चाप्रविंसतिर्बाहुः । पट्टिर्बोऽप्यक्षरं कथयाद्यु समस्य जातस्य ॥ ८ ॥

अस्मिन् आतगणिते कर्माग्निकसंज्ञफलं च औण्डुसंज्ञफलं च ज्ञात्वा ताम्या कर्माग्निक
कौण्डुसंज्ञफलाम्याम् सूक्ष्मजातफळानयनसूत्रम्—

गढ़ों की बनाकार समझें (अंतर्वस्तु) को निकालने के लिये विधय—

गहराई द्वारा गुणित क्षेत्रफल, विवर्धित (regular) ज्ञात (गड़े) की बनाकार समझें का व्यावहारिक मान उत्पन्न करता है । सभी विभिन्न गुण (ऊपरी) विस्तारों के तथा उनके संवर्धनी नितक (bottom) विस्तारों के लोगों को जाना किया जाता है । तब (उन्हीं अर्द्धित शक्तिओं के) लोग को कवित्व अर्द्धित शक्तिओं की संख्या द्वारा मात्रित किया जाता है । औसत समझें को प्राप्त करने के लिये यह किया है ॥ ४ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

विवर्धित ज्ञात के क्षेत्र का प्रतिरूपक समान गुणाओंवाले चतुर्भुज क्षेत्र, के संबंध में गुणार्थ तथा गहराई प्रत्येक माप में ८ इत्त है । इस विवर्धित गड़े (ज्ञात) में बनाकार समझें का मान क्या है ? ॥ ५ ॥ किसी विवर्धित ज्ञात के क्षेत्र का निकषण करनेवाले धनत्रिभुज क्षेत्र के संबंध में प्रत्येक गुणा ३२ इत्त है, और गहराई ३२ इत्त १ अंगुल है । यहाँ समझें कितनी है ? ० १ ० किसी विवर्धित ज्ञात के क्षेत्र (section) का निकषण करनेवाले समवृत्त क्षेत्र के संबंध में व्यास १ ८ इत्त है और ज्ञात की गहराई १२५ इत्त है । यद्वानो कि इस ज्ञात में बनवक क्या है ? ॥ ० ० किसी विवर्धित ज्ञात (गड़े) के क्षेत्र का निकषण करनेवाले आयत चतुर्भुज क्षेत्र की चौड़ाई २५ इत्त है ऊँचाई ९ इत्त है और ज्ञात की गहराई १ ८ इत्त है । इस विवर्धित ज्ञात की बनाकार समझें सीमा यद्वानो ॥ ८ ॥

परिणाम के रूप में प्राप्त कर्माग्निक तथा औण्डु को ज्ञात कर उनकी सहायता से ज्ञात संबंधी गणना में बनाकार समझें का सूक्ष्म रूप से ठीक मान निकालने के लिये विधय—

(४) इस व्याक का अणुवर्धित रूपवतः उक्त विधि का बचन करता है विवर्धित द्वारा इन कितनी दिग्ने गड़े अविवर्धित ज्ञात का सप्रवित रूप से वृत्त विवर्धित ज्ञात का विस्तारों को प्राप्त कर करते हैं ।

बाह्याभ्यन्तरसंस्थिततत्क्षेत्रस्थबाहुकोटिभुज ।

स्वप्रतिबाहुसमेता भक्तास्तत्क्षेत्रगणनयान्योन्यम् ॥ ९ ॥

गुणिताश्च वेधगुणिताः कर्मान्तिकसंज्ञगणितं स्यात् ।

तद्बाह्यान्तरसंस्थिततत्क्षेत्रे फलं समानीय ॥ १० ॥

संयोज्य संख्ययाप्तं क्षेत्राणां वेधगुणितं च । औण्डूफलं तत्फलयोर्विशेषकस्य त्रिभागेन ॥

संयुक्तं कर्मान्तिकफलमेव हि भवति सूक्ष्मफलम् ॥ ११३ ॥

ऊपरी छेदीय (sectional) क्षेत्र का निरूपण करनेवाली आकृति के आधार और अन्य भुजाओं के मानों को क्रमशः तली के छेदीय क्षेत्र का निरूपण करनेवाली आकृति के आधार और सवादी भुजाओं के मानों में जोड़ते हैं। इस प्रकार प्राप्त कई योग प्रश्न में विचाराधीन छेदीय क्षेत्रों की सख्या द्वारा भाजित किये जाते हैं। तब भुजाएँ ज्ञात रहने पर, क्षेत्रफल निकालने के नियमानुसार, परिणामी राशियाँ एक दूसरे के साथ गुणित की जाती हैं। तब कर्मान्तिक का घनफल उत्पन्न होता है। ऊपरी छेदीय क्षेत्र और नितल छेदीय क्षेत्र द्वारा निरूपित उन्हीं आकृतियों के संबंध में, इनमें से प्रत्येक क्षेत्र का क्षेत्रफल अलग-अलग प्राप्त किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त क्षेत्रफलों को आपस में जोड़ा जाता है, और तब योगफल विचाराधीन छेदीय क्षेत्रों की सख्या द्वारा भाजित किया जाता है ॥ ९-११३ ॥

इस प्रकार प्राप्त भजनफल गहराई के मान द्वारा गुणित किया जाता है। यह औण्डू नामक घनफल माप को उत्पन्न करता है। यदि इन दो फलों के अन्तर की एक तिहाई राशि कर्मान्तिक फल में जोड़ दी जाय तो दृष्ट घनफल का सूक्ष्म रूप में ठीक मान निश्चय रूप से प्राप्त होता है।

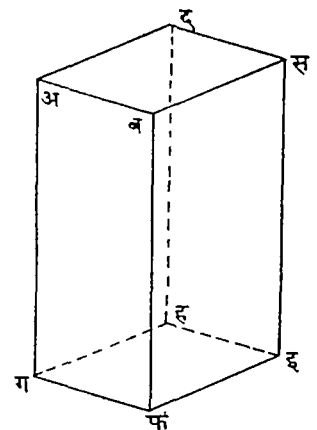
(९-११३) दी गई आकृति में अ व स द नियमित खात (गदे) का ऊपरी छेदीय क्षेत्र (मुख) है, और इ फ ग ह नितल छेदीय क्षेत्र है।

इस नियम में व्यवहार में लाई गई आकृतियों या तो विपाटित (काटे गये) स्तूप (pyramids) हैं, जिनके आधार आयत अथवा त्रिभुज होते हैं, अथवा विपाटित शंक्वाकार (शंकु के आकार की) वस्तुएँ हैं। इस नियम में खातों की घनाकार समाई के तीन प्रकार के मापों का वर्णन है। इसमें से दो, जैसे कर्मान्तिक और औण्डू माप, समाइयों के व्यावहारिक मानों को देते हैं। इन मानों की सहायता से सूक्ष्म माप की गणना की जाती है। यदि का कर्मान्तिक फल और आ औण्डू फल का निरूपण करते हों, तो सूक्ष्म रूप से ठीक माप $\left(\frac{आ - का}{३} + का \right)$ अर्थात्

($\frac{३}{३}$ का + $\frac{३}{३}$ आ) होता है।

यदि काटे गये तथा वर्ग आधारवाले स्तूप के ऊपरी तथा निम्न तल की भुजाओं का माप क्रमशः 'अ' और 'ब' हो तो घनाकार समाई

का सूक्ष्म रूप से ठीक माप $\frac{३}{३} क (अ'^२ + ब'^२ + २ अ' ब')$ के बराबर बतलाया जा सकता है, जहाँ



अत्रोद्देशक

समचतुरस्रा बापी विंशतिरुपरीह् पोडशीय तले ।

वेधो नम किं गणितं गणितविदाचक्ष्व मे स्तीघ्रम् ॥ १२३ ॥

बापी समत्रिषाह्विंशतिरुपरीह् पोडशीय तले ।

वेधो नम किं गणितं कर्मान्त्रिकमौण्डमपि च सूक्ष्मफलयम् ॥ १२४ ॥

समवृत्तासौ बापी विंशतिरुपरीह् पोडशीय तले ।

वेधो द्वादश दण्डाः किं स्यात्कर्मान्त्रिकौण्डसूक्ष्मफलयम् ॥ १४३ ॥

व्यायतचतुरस्रसप्तत्यायामापट्टिरेव विस्तारः । द्वादश मुले तलेऽर्धं वेधोऽप्यौ किं फलं भवति ॥१५३॥

नवतिरशीतिः सप्ततिरायामत्रोर्ध्वमेषमूलेषु ।

विस्तारो द्वात्रिंशत् पोडश वप्त सप्त वेधोऽयम् ॥ १६३ ॥

उग्रहरणार्थं प्रश्न

एक ऐसा कूप है जिसका ऊँचीय (sectional) क्षेत्र समसुत्र चतुर्भुज है । ऊपरी (top) ऊँचीय क्षेत्र की भुजाओं में से प्रत्येक का माप २ इत्त है और निचक (bottom) ऊँचीय क्षेत्र की प्रत्येक भुजा १ इत्त की है । गहराई (धम) ९ इत्त है । हे गणितज्ञ धनकक का माप सीध बतकाओ ॥ १२३ ॥

समसुत्र त्रिभुजीय अचुप्रत्येक छेदवाले कूप के ऊपरी ऊँचीय क्षेत्र की भुजाओं में से प्रत्येक २० इत्त की और निचक ऊँचीय क्षेत्र की भुजाओं में से प्रत्येक १ इत्त की है गहराई ९ इत्त है । कर्मान्त्रिक धनकक और सूक्ष्म फल से डीक धनकक क्या-क्या है ? ॥ १२४ ॥

समवृत्त आकार के ऊँचीय क्षेत्रवाले कूप के ऊपरी ऊँचीय क्षेत्र का व्यास २० इत्त और निचक ऊँचीय क्षेत्र का व्यास १ इत्त है । गहराई १२ इत्त है । कर्मान्त्रिक और सूक्ष्म धनकक क्या हो सकते हैं ? ॥ १४३ ॥

आयताकार ऊँचीय क्षेत्र वाले कूप के ऊपरी ऊँचीय क्षेत्र की लंबाई १० इत्त और चौड़ाई १ इत्त है, तथा निचक ऊँचीय क्षेत्र की लंबाई ऊपर के ऊँचीय क्षेत्र की आयी है और चौड़ाई भी आयी है । गहराई ९ इत्त है । यहाँ धनकक क्या है ? ॥ १५३ ॥

इसी प्रकार के एक और कूप के ऊपरी ऊँचीय क्षेत्र, बीच के ऊँचीय क्षेत्र और निचक ऊँचीय क्षेत्र की लंबाईयों क्रमशः ९, ८ और ७ इत्त हैं तथा चौड़ाईयों क्रमशः ३, २ और १ इत्त हैं । यह गहराई में ७ इत्त है । इस धनकक का माप हो ? ॥ १६३ ॥

'ऊ' विपाटित रूप की ऊँचाई है । घनाकार समार्थ के सूक्ष्म माप के स्थिते हिये गये इस सूत्र का उदाहरण कर्मान्त्रिक और और सूक्ष्म फलों के निम्नलिखित मानों की सहायता से किया जाता है ।

$$क = \left(\frac{अ + अ'}{२} \right)^२ \times उ, \quad भा = \frac{(अ)^२ + (अ')^२}{२} \times उ$$



इसी प्रकार सम त्रिभुजाकार एवं आयताकार आकारवाले त्रिर्धक क्लिप (truncated) रूप तथा सम वृत्ताकार आकार वाले त्रिर्धक क्लिप शंकुओं के संकेत में भी उदाहरण किया जा सकता है ।

व्यासः पट्टिर्वदने मध्ये त्रिंशत्तले तु पञ्चदश ।
समवृत्तस्य च वेधः षोडश किं तस्य गणितफलम् ॥ १७३ ॥
त्रिभुजस्य मुखेऽशोति पट्टिर्मध्ये तले च पञ्चाशत् ।
बाहुत्रयेऽपि वेधो नव किं तस्यापि भवति गणितफलम् ॥ १८३ ॥

खातिकायाः खातगणितफलानयनस्य च खातिकाया मध्ये सूचीमुखाकारवत् उत्सेधे
सति खातगणितफलानयनस्य च सूत्रम्—
परिखामुखेन सहितो विष्कम्भस्त्रिभुजवृत्तयोस्त्रिगुणात् ।
आयामश्रुतुरश्रे चतुर्गुणो व्याससगुणितः ॥ १९३ ॥

समवृत्त आकार के छेदीय क्षेत्र वाले खात के सवध में मुख व्यास ६० हस्त है, मध्य व्यास ३० हस्त और तल व्यास १५ हस्त है। गहराई ६६ हस्त है। घनफल का माप देने वाला गणित फल क्या है ? ॥ १७३ ॥

त्रिभुजाकार के छेदीय क्षेत्रवाले खात के सम्बन्ध में, प्रत्येक भुजा का माप ऊपर ८० हस्त, मध्य में ६० हस्त और तली में ५० हस्त है। गहराई ९ हस्त है। (घनाकार समाई देनेवाला) घनफल क्या है ? ॥ १७३ ॥

किसी खात की घनाकार समाई के मान, तथा मध्य में सूची मुखकार के समान उत्सेध सहित (डोस मिट्टी का गोपुच्छवत् एक अंत की ओर घटने वाले प्रक्षेप projection) सहितखात की घनाकार समाई के मान को निकालने के लिये नियम—

केन्द्रीय पुंज की चौड़ाई को वेष्टित खात की ऊपरी चौड़ाई द्वारा बढ़ाकर, और तब तीन द्वारा गुणित करने पर, त्रिभुजाकार और वृत्ताकार खातों की दृष्ट परिमिति का मान उत्पन्न होता है। चतुर्भुजाकार खात के सम्बन्ध में, दृष्ट परिमिति के समी मान को, पूर्वोक्त विधि के अनुसार, चौड़ाई को चार द्वारा गुणित करने से प्राप्त करते हैं ॥ १९३ ॥

(१९३-२०३) ये श्लोक किसी भी आकार के केन्द्रीय पुंज के चारों ओर खोदी गई खाईयों या खातों के घनाकार समाई के माप विषयक हैं। केन्द्रीय पुंज के छेद का आकार वर्ग, आयत, समभुज त्रिभुज अथवा वृत्त सदृश हो सकता है। खात (तली में और ऊपर) दोनों जगह समान चौड़ाई का हो सकता है, अथवा घटनेवाली या बढ़नेवाली चौड़ाई का हो सकता है। यह नियम, इन सभी तीन दशाओं में, खात की कुछ लम्बाई निकालने में सहायक होता है।

(१) जब खात की चौड़ाई समाग (ऊपर नीचे एक सी) हो, तब खात की लंबाई = $(d + b) \times 3$ होती है, जब कि सम त्रिभुजाकार अथवा वृत्ताकार छेद हो। यहाँ 'द' केन्द्रीय पुंज की भुजा का माप अथवा व्यास का माप है, और 'ब' खात की चौड़ाई है। परन्तु यह लंबाई = $(d + b) \times 4$ होती है, जब कि छेद वर्गाकार तथा केन्द्रीय पुंजवाला वर्गाकार खात होता है।

(२) यदि खात तली में या ऊपर जाकर बिन्दु रूप हो जाता हो, तो कर्मांतिक फल निकालने के लिये, लंबाई = $(d + \frac{b}{2}) \times 3$ अथवा $(d + \frac{b}{2}) \times 4$ होती है, जब केन्द्रीय पुच्छ का छेद (section) (१) त्रिभुजाकार या वृत्ताकार अथवा (२) वर्गाकार होता है। औंड़ फल प्राप्त करने के लिए खात की लम्बाई क्रमशः $(d + b) \times 3$ और $(d + b) \times 4$ लेते हैं।

घनफलों निकालने के लिए, इन बीज वाक्यों को खात की व्याधी चौड़ाई और गहराई से गुणा

सूचीमुखवद्वेषे परिक्षा मध्ये तु परिज्ञार्थम् ।
मुक्तसहितमयो करणं प्राग्वत्तत्सूत्रिवेषे च ॥ २०३ ॥

अत्रोद्देशकः

त्रिभुजचतुर्भुजवृत्तं पुरोदितं परिक्षया परिक्षितम् ।
वृण्वाक्षीत्या व्यासा परिक्षाश्चतुर्भुजिकास्त्रिवेषाः स्युः ॥ २१३ ॥
आयतचतुरायामो विंशत्युत्तराद्यं पुनर्ग्यासः ।
चत्वारिंशत् परिक्षा चतुर्भुजिका त्रिवेषा स्यात् ॥ २२३ ॥

ऊपर की ओर बरने वाले त्र्ययवा बढ़ने वाले अंतर्लक्षित केन्द्रीय पुंज के (येही जाणों के संबंध में) कर्मांतिक को प्राप्त करने के लिये जात की आधी चौड़ाई को केन्द्रीय पुंज की चौड़ाई में जोड़ते हैं। औष्ठकको को प्राप्त करने करने के लिये जात की चौड़ाई के मान को केन्द्रीय पुंज की चौड़ाई में जोड़ते हैं। उत्पन्नत् पूर्वोक विधि उपयोग में आते हैं ॥ २१३ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

पूर्व कथित त्रिभुजाकार चतुर्भुजाकार और वृत्ताकार क्षेत्रों के चारोंओर आर्ध्वा जोड़ी जाती है। चौड़ाई ६ इंच है और चौड़ाई ७ इंच चौड़ी और ३ इंच गहरी है। चत्वारिंशत् समाई बतकामो ॥ २१३ ॥ आयत की चौड़ाई १२ इंच और चौड़ाई ७ इंच है। आयतपत्र की चौड़ाई चौड़ाई में ७ इंच और गहराई में ३ इंच है। चत्वारिंशत् समाई बतकामो ॥ २२३ ॥

करना पड़ता है। त्रिभुजाकार और वृत्ताकार छेद वाले लातों के संबंध में उपर्युक्त सूत्र केवल लक्षित फलों को देते हैं। इस प्रकार प्राप्त जात की कुछ चौड़ाई की लहायता से, नदितक वाली जातों के संबंध में गाथा ९ से ११३ में दिये गये नियम का प्रयोगकर, मन फलों (चनाकार समाई) का मान निकालते हैं।

(२२३) मिष्टी का चन्द्रिय पुंज का छेद आयताकार हो, तो वैदित जात की कुछ चौड़ाई को निकालने के लिये मुक्तमो के मापों का जात की चौड़ाई अथवा आधी चौड़ाई द्वारा बढ़ाकर, जोड़ने से (क्रमशः क्रमान्तिक अथवा औष्ठ) इष्ट फल प्राप्त करते हैं।

इस श्लोक में कथित लिये गये प्रश्न ये हैं : (अ) उदास्ये गये रूप या शंकु (cone) की कुछ चौड़ाई निकालना, (ब) जब किसी चाटे गये रूप या शंकु की चौड़ाई और ऊपरी तथा नीचे के तलों का विस्तार दिया गया होता है, तब इष्ट गहराई पर छेद (section) का विस्तार को निकालना। वृत्ताकार अथवा त्रिकोणिक विषय (त्रिकोण प्रकृति (१/१५४ १/१७९०) तथा चतुर्भुज प्रकृति (१/१७ १८) देखिये। यदि वर्गाकार आधारवाले दंडित (चाटे गये) रूप में आधार की भुजा का माप 'अ', ऊपरी तल की भुजा का माप 'अ' और चौड़ाई 'उ' हो, तो वहाँ दिये गये नियमानुसार, कुछ रूप की चौड़ाई का कैकर

$$क = \frac{अ \times उ}{अ - अ'} \quad \text{और किसी ही गई चौड़ाई उ, पर रूप के छेद की भुजा का माप} = \frac{अ(उ - उ')}{उ}$$

होता है। ये रूप शंकु के लिये भी प्रयोग होते हैं। रूप का विन्दुस्वी माप को बनायेवाले छेद की भुजा का माप, नियमानुसार बृहते रूप प है। उ में जोड़ा जाता है, क्योंकि कुछ लक्षणों में रूप बारतक में विन्दु में प्रदावित नहीं होता। वहाँ वह विन्दु में प्रदावित होता है वहाँ इस भुजा का माप दृढ देना पड़ता है।

उत्सेधे बहुप्रकारवति सति खातफलानयनस्य च, यस्य कस्यचित् खातफलं ज्ञात्वा तत्खात-
फलात् अन्यक्षेत्रस्य खातफलानयनस्य च सूत्रम्—
वेधयुतिः स्थानहता वेधो मुखफलगुणः स्वखातफलं ।
त्रिचतुर्भुजवृत्ताना फलमन्यक्षेत्रफलहत वेधः ॥ २३३ ॥

अत्रोद्देशकः

समचतुरश्रक्षेत्रे भूमिचतुर्हस्तमात्रविस्तारे ।
तत्रैकद्वित्रिचतुर्हस्तनिखाते कियान् हि समवेधः ॥ २४३ ॥
समचतुरश्राष्टादशहस्तभुजा वापिका चतुर्वेधा ।
वापी तज्जलपूर्णान्या नववाहात्र को वेधः ॥ २५३ ॥

यस्य कस्यचित्खातस्य ऊर्ध्वस्थितभुजासंख्या च अधःस्थितभुजासंख्या च उत्सेधप्रमाणं
च ज्ञात्वा, तत्खाते इष्टोत्सेधसंख्यायां भुजासंख्यानयनस्य, अधःसूचिवेधस्य च संख्यानयनस्य
सूत्रम्—

किसी खात की घनाकार समाई निकालने के लिये नियम, जबकि विभिन्न विन्दुओं पर खात की
गहराई बदलती है, अथवा जबकि घनाकार समाई समान करने के लिये दूसरे ज्ञात क्षेत्रफल के सर्वध
में आवश्यक खुदाई की गहराई पर खात की घनाकार समाई ज्ञात है—

विभिन्न स्थानों में मापी गई गहराइयों के योग को उन स्थानों की संख्या द्वारा भाजित किया
जाता है, इससे औसत गहराई प्राप्त होती है। इसे खात के ऊपरी क्षेत्रफल से गुणित करने पर
त्रिभुजाकार, चतुर्भुजाकार अथवा वृत्ताकार छेद वाले क्षेत्रफल सम्बन्धी खात की घनाकार समाई उत्पन्न
होती है। दिये गये खात की घनाकार समाई, जब दूसरे ज्ञात क्षेत्रफल के मान द्वारा भाजित की जाती
है, तब वह गहराई प्राप्त होती है, जहाँ तक खुदाई होने पर परिणामी घनाकार समाई एक-सी
हो जाती हो ॥ २३३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी समभुज चतुर्भुज क्षेत्र में, जिसके द्वारा वेष्टित मैदान विस्तार में (लंबाई और चौड़ाई में)
४ हस्त माप का है, खातें चार भिन्न दशांशों में क्रमशः १, २, ३ और ४ हस्त गहरी हैं। खातों की
औसत गहराई का माप क्या है ? ॥ २४३ ॥

समभुज चतुर्भुज क्षेत्र जिसका छेद है, ऐसे कूप की भुजाएँ माप में १८ हस्त हैं। उसकी गहराई
४ हस्त है। इस कूप के पानी से दूसरा कूप, जिसके छेद की प्रत्येक भुजा ९ हस्त की है, पूरी तरह
भरा जाता है। इस दूसरे कूप की गहराई क्या है ? ॥ २५३ ॥

जब किसी दिये गये खात के सर्वध में ऊपरी छेदीय क्षेत्र की भुजाओं के माप तथा निम्न छेदीय
क्षेत्र की भुजाओं के माप ज्ञात हों, और जब गहराई का माप भी ज्ञात हो, तब किसी खुनी हुई गहराई
पर परिणामी निम्न छेद की भुजाओं के मान को प्राप्त करने के लिये, तथा यदि तली केवल एक विन्दु में
घटकर रह जाती हो, तब खात की परिणामी गहराई को प्राप्त करने के लिये नियम—

मुक्तगुणवेधो मुखतलक्षेवहृत्तोऽत्रैव सूचिवेधः स्थात् ।
 विपरीतवेधगुणमुखतलमुक्तबलम्बाहृत्तयासः ॥ २६३ ॥

अत्रोद्देशकः

समचतुरस्रा मापी विंशतिरूर्ध्वं चतुर्दशधावाह ।
 वेधो मुखे नवाधस्त्रयो मुखाः केऽत्र सूचिवेधः कः ॥ २०३ ॥
 गोलकारक्षेत्रस्य फलानयनसूत्रम्—

ऊपर की मुखा के दिये गये माप के साथ ही गई गहराई का गुणा करने पर परिणामस्वरूप प्राप्त होने वाला गुणमफल जब ऊपरी मुखा और तली की मुखा के मापों के अंतर द्वारा भाजित किया जाता है, तब तली विन्दु (जहाँ तक तली अंत से विन्दु रूप रह जाती हो) की दूजा में इस गहराई उत्पन्न होती है । विन्दुरूप तली से ऊपर की ओर इस स्थिति तक मापी गई गहराई को ऊपर की मुखा के माप द्वारा गुणित करते हैं । तब प्राप्तफल को विन्दुरूप तली की (यदि हो तो) मुखा के माप तथा (ऊपर से लेकर विन्दुरूप तली तक की) कुल गहराई के योग द्वारा भाजित करने से प्राप्त की इस गहराई पर मुखा का माप उत्पन्न होता है ॥ २६३ ॥

उदाहरणार्थ एक प्रश्न

समस्तत्र चतुर्मुखाकार आकृति के ऊँचवाली एक बायिका है । ऊपरी मुखा का माप २ है, नीचे तली में मुखा का माप १० है । आरंभ में गहराई ९ है । यह गहराई नीचे की ओर ३ और बढ़ाई जाने पर तली की मुखा का माप क्या होगा ? यदि तली अंत में विन्दु रूप हो जाती हो, तो गहराई का माप क्या होगा ? ॥ २०३ ॥

गोलाकार क्षेत्र से वेदित जगह की बनाकर सम्राई का मान निकालने के लिये निबन्ध—

(२६३) इस प्रश्न में वर्णित किये गये प्रश्न ये हैं (अ) उस्ताने गये स्तूप का शंकु (cone)

की कुल ऊँचाई निकालना, (ब) जब किसी काटे गये स्तूप का शंकु की ऊँचाई और ऊपरी तथा नीचे के तलों का विस्तार दिया गया जाता है, तब किसी इस गहराई पर क्षेत्र (section) के विस्तार को निकालना । दुबनामक अप्पकन के लिये विशेष प्रकृति (१/१९५, ४/१०९५) तथा बम्बूहीन प्रकृति (१, २०, २९) देखिये यदि वर्नाभर व्यापारवाक्ये वर्णित (काटे गये) स्तूप में व्यापार की मुखा का माप 'अ' ऊपरी तक की मुखा का माप 'ब' ऊँचाई 'उ' हो तो वहाँ दिये गये नियमानुसार, कुल स्तूप की ऊँचाई ऊँचकर ऊँच = $\frac{अ \times उ}{अ - ब}$ और किसी ही गई ऊँचाई 'ठ', पर स्तूप के क्षेत्र की मुखा का

माप = $\frac{अ (उ - ठ)}{उ}$ होता है । ये एव शंकु के लिये भी प्रयोग होते हैं । स्तूप के विन्दुरूपी भाग को बनायेवाली छत की मुखा का माप नियमानुसार, दूरे सब के हर ऊँच में बोझा जाता है, क्योंकि कुछ दशांशों में स्तूप निरवयव रूप से विन्दु में प्रदाहित नहीं होता । वहाँ वह विन्दु में प्रदाहित नहीं होता वहाँ इस मुखा का माप एवम् देना पड़ता है ।

व्यासार्धघनार्धगुणा नव गोलव्यावहारिकं गणितम् ।
तद्दशमांशं नवगुणमशेषसूक्ष्मं फलं भवति ॥ २८३ ॥

अत्रोद्देशकः

पोडशविष्कम्भस्य च गोलकवृत्तस्य विगणय्य ।
किं व्यावहारिकफलं सूक्ष्मफलं चापि मे कथय ॥ २९३ ॥

शृंगाटकक्षेत्रस्य खातव्यावहारिकफलस्य खातसूक्ष्मफलस्य च सूत्रम्—
भुजकृतिदलघनगुणदशपदनवहृद्व्यावहारिक गणितम् ।
त्रिगुणं दशपदभक्तं शृङ्गाटकसूक्ष्मघनगणितम् ॥ ३०३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

अर्द्ध व्यास के घन की अर्द्धराशि, ९ द्वारा गुणित होकर, गोलाकार क्षेत्र से वेष्टित जगह की घनाकार समाई का सन्निकट मान उत्पन्न करती है। यह सन्निकट मान ९ द्वारा गुणित होकर और १० द्वारा भाजित होकर, शेषफल की उपेक्षा करने पर, घनफल का सूक्ष्म माप उत्पन्न करता है ॥ २८३ ॥

किसी १६ व्यास वाले गोल के सर्वध में उसके घनफल का सन्निकट मान तथा सूक्ष्म मान गणना कर बतलाओ ॥ २९३ ॥

शृङ्गाटक क्षेत्र (त्रिभुजाकार स्तूप) के आकार के खात की घनाकार समाई के व्यावहारिक एवं सूक्ष्म मान को निकालने के लिये नियम, जबकि स्तूप की ऊँचाई आधार निर्मित करने वाले समत्रिभुज को भुजाओं में से एक की ऊँचाई के समान होती है—

आधारीय समभुज त्रिभुज की भुजा के वर्ग की अर्द्धराशि के घन को १० द्वारा गुणित किया जाता है। परिणामी गुणनफल के वर्गमूल को ९ द्वारा भाजित किया जाता है। यह सन्निकट इष्ट मान को उत्पन्न करता है। यह सन्निकट मान, जब ३ द्वारा गुणित होकर १० के वर्गमूल द्वारा भाजित किया जाता है, तब स्तूप खात की घनाकार समाई का सूक्ष्म रूप से ठीक माप उत्पन्न होता है ॥ ३०३ ॥

(२८३) यहाँ दिये गये नियमानुसार गोल का आयतन (१) सन्निकट रूप से $\left(\frac{d}{2}\right)^3 \times \frac{9}{2}$

होता है और (२) सूक्ष्म रूप से $\left(\frac{d}{2}\right)^3 \times \frac{9}{2} \times \frac{9}{10}$ होता है। किसी गोल के आयतन के घनफल

का शुद्ध सूत्र $\frac{4}{3} \pi (r)^3$ है। यह ऊपर दिये गये मान से तुलनायोग्य तब बनता है, जबकि π

अर्थात् परिधि व्यास का अनुपात $\sqrt{10}$ लिया जावे। दोनों हस्तलिपियों में 'तत्रवमाश दशं गुणं' लिखा है,

जिससे स्पष्ट होता है कि सूक्ष्म मान, सन्निकट मान का $\frac{9}{10}$ गुणा होता है। परन्तु यहाँ प्रथम में तद्दशमांशं नव गुणं लिया गया है, जो सूक्ष्म मान को, सन्निकट का $\frac{9}{10}$ बतलाता है। यह सरलतापूर्वक देखा जा सकता है कि यह गोल की घनाकार समाई के माप के संबंध में सूक्ष्मतर माप देता है, जितना की और कोई भी माप नहीं देता।

(३०३) इस नियमानुसार त्रिभुजाकार स्तूप की घनाकार समाई के व्यावहारिक मान को बीजीय

रूप से निरूपित करने पर $\frac{a^3}{12} \times \sqrt{4}$ अर्थात् $\frac{a^3}{12} \times \sqrt{\frac{20}{9}}$ प्राप्त होता है, और सूक्ष्म मान

अत्रोद्देशकः

त्र्यम्बस्य च शृङ्गाटकवद्वाह्वपनस्य गणयित्वा ।

किं व्यावहारिकफलं गणितं सूक्ष्मं भवेत्कथम् ॥ ३१३ ॥

वापीप्रणादिकानां विमोचने सप्तविष्टप्रणादिकासंयोगे तज्जलेन बाप्या पूर्णानां सत्त्वा
सत्त्वास्त्रयमसूत्रम्—

वापीप्रणादिका स्वस्वकाष्ठमका सप्तर्षिच्छेदाः ।

तद्यदिमच्छं रूपं दिनांशकं स्यात्प्रणादिकान्युत्था ॥

वर्दिनभागहस्तास्ते तज्जलातयो भवन्ति तद्वाप्याम् ॥ ३१३ ॥

अत्रोद्देशकः

षतस्रः प्रणादिकाः सुस्तत्रैकेका प्रपूरयति वापीम् ।

द्वित्रिचतुःपञ्चाशैर्दिनस्य कतिभिर्दिनांशैस्ताः ॥ ३१४ ॥

त्रैरादिकास्यचतुर्दशगणितव्यवहारे सूचनामात्रोवाहरणमेव, अत्र सम्यग्भिस्तार्यै प्रवक्ष्यते—

उवाहरणार्थं मन्त्र

१ जिसकी ऊँचाई है ऐसे आधारीय त्रिभुज के त्रिभुजाकार स्तूप के पलकक का व्यावहारिक
और सूक्ष्म मान गणना कर बतलाओ ॥ ३१३ ॥

कब किसी क्षुप में जाने वाले सभी नख लूके हुए हों, तब क्षुप को पानी से पूरी तरह भर जाने
का समय प्राप्त करने के किये निम्न जबकि कोई मन से चुनी हुई संख्या की प्रणादिकार्थ वापिका को
मरने के किये लगाई गई हों—

प्रत्येक नख को निरूपित करने वाली संख्या एक, अक्षय-अक्षय, वहाँ से प्रत्येक के संघारी
समय द्वारा माश्रित की जाती है। मिश्रों द्वारा निरूपित परिभासी अक्षयप्रक्षों को सत्रान हर वाले मिश्रों
में परिवर्त कर लिखा जाता है। एक को समान हर वाले मिश्रों के योग द्वारा माश्रित करने पर, एक
दिन का वह मिश्रिय भाग उत्पन्न होता है जिसमें कि सब नक्षिकाओं के लूके रहने पर वापिका पूरी
भर जाती है। इस समान हर वाले मिश्रों को दिन के इस परिभासी मिश्रिय भाग द्वारा गुणित करने
पर इस वापिका में कगे हुए विभिन्न वहाँ से से प्रत्येक के पानी के बहाव का अक्षय-अक्षय माप उत्पन्न
होता है ॥ ३१३-३१३ ॥

उवाहरणार्थं मन्त्र

किसी वापिका के भीतर जानेवाली ३ नक्षिकार्थ हैं। इनमें से प्रत्येक वापिका को क्रमशः दिन
के २, ३, २ २ भाग में पूरी तरह भर देती है। किये दिनांश में के सब नक्षिकार्थ एक साथ लूककर
पूरी वापिका को भर दोगी और प्रत्येक क्लिप्त-क्लिप्त भाग अर्सेगी ? ॥ ३१३ ॥

इस प्रकार का एक मन्त्र पहिले ही सूचनायै त्रैरादिका नामक चौथे व्यवहार में दिया गया है;
इस मन्त्र का विषय यहाँ विस्तार पूर्वक दिया गया है।

$\frac{313}{19} \times \sqrt{2}$ मास होता है। वहाँ स्तूप की ऊँचाई तथा आधारीय त्रिभुज की एक भुजा का माप
अ है। यह तरकटा पूर्वक देला वा लकठा है कि वे दोनों मान कुछ मान नहीं हैं। यहाँ दिया गया
व्यावहारिक मान सूक्ष्म मान की अपेक्षा विग्रह मान के निकटतर है।

समचतुरश्रा वापी नवहस्तघना नगस्य तले ।
 तच्छिखराजलधारा चतुरश्राङ्गुलसमानविष्कम्भा ॥ ३५ ॥
 पतिताग्ने विच्छिन्ना तथा घना सान्तरालजलपूर्णा ।
 शैलोत्सेध वाप्या जलप्रमाण च मे ब्रूहि ॥ ३६ ॥
 वापी समचतुरश्रा नवहस्तघना नगस्य तले ।
 अङ्गुलसमवृत्तघना जलधारा निपतिता च तच्छिखरात् ॥ ३७ ॥
 अग्ने विच्छिन्नाभूत्तस्या वाप्या मुखं प्रविष्टा हि ।
 सा पूर्णान्तरगतजलधारोत्सेधेन शैलस्य ।
 उत्सेधं कथय सखे जलप्रमाण च विगणय्य ॥ ३८ ॥
 समचतुरश्रा वापी नवहस्तघना नगस्य तले ।
 तच्छिखराजलधारा पतिताङ्गुलघनत्रिकोणा सा ॥ ३९ ॥
 वापीमुखप्रविष्टा साग्ने छिन्नान्तरालजलपूर्णा ।
 कथय सखे विगणय्य च गिर्युत्सेधं जलप्रमाणं च ॥ ४० ॥

किसी पर्वत के तल में एक वापिका, समभुज चतुर्भुज छेद वाली है, जिसका प्रत्येक विमिति (dimension) में माप ९ हस्त है । पर्वत के शिखर से समाग समभुज भुजावाले १ अंगुल चतुर्भुज छेदवाली एक जलधारा बहती है । ज्योंही जलधारा वापिका में गिरती है, त्योंही शिखर से जलधारा टूट जाती है । तिस पर भी, उसके द्वारा वह वापिका पानी से पूरी तरह भर जाती है । पर्वत की ऊँचाई तथा वापिका में पानी का माप बतलाओ ॥ ३५-३६ ॥

पर्वत की तली में समचतुरश्र छेदवाली वापिका है, जिसका (तीन में से) प्रत्येक विमिति में विस्तार ९ हस्त है । पर्वत के शिखर से, १ अंगुल व्यास वाले समवृत्त छेद वाली जलधारा बहती है । ज्योंही जलधारा वापिका में गिरना प्रारंभ करती है, त्योंही शिखर से जलधारा टूट जाती है । उतनी जलधारा से वह वापिका पूरी भर जाती है । हे मित्र, मुझे बतलाओ कि पर्वत की ऊँचाई क्या है, और पानी का माप क्या है ? ॥ ३७-३८ ॥

किसी पर्वत की तली में समचतुरश्र छेदवाली वापिका है जिसका (तीनों में से) प्रत्येक विमिति में विस्तार ९ हस्त है । पर्वत के शिखर से, प्रत्येक भुजा १ अंगुल है जिसकी ऐसे समभुजाकार छेदवाली जलधारा बहती है । ज्योंही जलधारा वापिका में गिरना प्रारंभ करती है, त्योंही शिखर से जलधारा टूट जाती है । उतनी जलधारा से वह वापिका पूरी भर जाती है । हे मित्र, गणना कर मुझे बतलाओ कि पर्वत की ऊँचाई क्या है और पानी का माप क्या है ? ॥ ३९-४० ॥

(३५-४२) यहाँ अध्याय ५ के १५-१६ श्लोक में दिया गया प्रश्न तथा उसके नोट का प्रसंग दिया गया है । पानी का आयतन कदाचित् वाहों में व्यक्त किया गया है । (प्रथम अध्याय के ३६ से लेकर ३८ तक के श्लोकों में दिये गये इस प्रकार के आयतन माप के संबंध में सूची देखिये) । कन्नड़ी टीका में यह दिया गया है कि १ घन अंगुल पानी, १ कर्ष के तुल्य होता है । प्रथम अध्याय के ४१ वें श्लोक में दी गई सूची के अनुसार, ४ कर्ष मिलकर एक पल होता है । उसी अध्याय के ४४वें श्लोक के अनुसार १२ ३/४ पल मिलकर एक प्रस्थ होता है, और उसी के ३६-३७ श्लोक के अनुसार प्रस्थ और वाह का संबंध ज्ञात होता है ।

समञ्चतुरभा वापा नवहस्तचना नगस्य तले ।

अङ्गुलिस्ताराकुलसाठाकुलमुगल्लीर्षबलधारा ॥ ४१२ ॥

पर्वतामे विच्छिन्ना वापीमुखसंस्थितान्तरालज्जलेः ।

सम्पूर्णा स्याद्वापी गिर्युत्सेधो मूलप्रमाणं किम् ॥ ४२२ ॥

इति ज्ञातव्यबहारे सूक्ष्मगणितम् संपूर्णम् ।

चित्तिगणितम्

इत् परं ज्ञातव्यबहारे चित्तिगणितमुदाहरिष्याम । अत्र परिभाषा—

इतो दोषो ज्यासस्तदर्भेनङ्गुलपतुष्कमुत्सेध ।

इष्टस्वयेष्टक्यास्तामि कर्माणि कार्याणि ॥ ४३२ ॥

इष्टोत्रस्य ज्ञातफलनयने च तस्य ज्ञातफलस्य इष्टकानयने च सूत्रम्—

मुखफलमुद्येन गुणं तद्विष्टकागणितमच्छस्यं यत् ।

चित्तिगणितं तद्विष्टात्तद्वयं मन्वीष्टकार्शक्या ॥ ४४२ ॥

किसी पर्वत की चढ़ी में धनमुञ्ज चतुर्भुज केरवाला एक ऐसा कुर्छो है जिसका दोनों विमिर्षियों में विस्तार १ इत्त है। पर्वत के सिक्कर से एक ऐसी बलधारा बहती है जो समीप कम से चढ़ी में १ अंगुल चौड़ी १ अंगुल बाल ज्ञात चढ़ी पर और दो अंगुल ऊँचाई में सिक्कर पर रहती है। ऊँची बलधारा ऊँचे में किरना मारभ करती है त्योंही सिक्कर पर बलधारा दूट जाती है। उतनी बलधारा के वह कुर्छो पूरी तरह भर जाता है। पर्वत की ऊँचाई क्या है? और पानी का प्रमाण क्या है? प ४१२-४२२ ॥

इस प्रकार ज्ञात व्यवहार में सूक्ष्म गणित नामक प्रकारक समाप्त हुआ ।

चित्ति गणित (ईंटों के ढेर संबंधी गणित)

इसके पश्चात् हम ज्ञात व्यवहार में चित्ति गणित का बयान करेंगे। वहाँ इका (इट) के एकक (इकाई) संबंधी परिभाषा यह है—

(एकक) ईट ऊँचाई में एक इत्त चौड़ाई में उसकी लंबाई, और मुड़ाई में ४ अंगुल होती है। ऐसी ईंटों के साथ समस्त क्रियाएँ की जाती हैं ॥ ४३२ ॥

किसी क्षेत्र में दिये गये ज्ञात की बनाकर समाई तथा एक बनाकर समाई की संवारी ईंटों की संख्या निकालने के किये विद्वान्—

ज्ञात के मूल का क्षेत्रकक गहराई द्वारा गुणित किया जाता है। परिवामी गुणकक की इकाई इट के बनकक द्वारा माजित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त मन्वकक, ईट के ढेर का (बनकक) माप समझा जाता है। वही मन्वकक ईंटों की संख्या का माप होता है ॥ ४४२ ॥

(४४२) वहाँ ईट के ढेर का बनकक माप लगता इकाई ईट क पत्तों में दिया गया है ।

अत्रोद्देशकः

वेदिः समचतुरश्रा साष्टभुजा हस्तनवकमुत्सेधः ।
घटिता तदिष्टकाभिः कतीष्टकाः कथय गणितज्ञ ॥ ४५३ ॥
अष्टकरसमत्रिकोणनवहस्तोत्सेधवेदिका रचिता ।
पूर्वेष्टकाभिरस्यां कतीष्टकाः कथय विगणय्य ॥ ४६३ ॥
समवृत्ताकृतिवेदिर्नवहस्तोर्ध्वा कराष्टकव्यासा
घटितेष्टकाभिरस्यां कतीष्टकाः कथय गणितज्ञ ॥ ४७३ ॥
आयतचतुरश्रस्य त्वायामः षष्टिरेव विस्तारः ।
पञ्चकृति षड् वेधस्तदिष्टकाचित्तिमिहाचक्ष्व ॥ ४८३ ॥
प्राकारस्य व्यासः सप्त चतुर्विंशतिस्तद्यायाम् ।
घटितेष्टकाः कति स्युश्चोच्छ्रायो विंशतिस्तस्य ॥ ४९३ ॥
व्यासः प्राकारस्योर्ध्वे षडधोऽथाष्ट तीर्थका दीर्घः ।
घटितेष्टकाः कति स्युश्चोच्छ्रायो विंशतिस्तस्य ॥ ५०३ ॥
द्वादश षोडश विंशतिरुत्सेधाः सप्त षट् च पञ्चाधः ।
व्यासा मुखे चतुस्त्रिद्विकाश्चतुर्विंशतिर्दीर्घः ॥ ५१३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

समचतुरश्र छेदवाली एक वठी हुई वेदी है, जिसकी भुजा का माप ८ हस्त और ऊँचाई ९ हस्त है । वह वेदी ईंटों की बनी हुई है । हे गणितज्ञ, बतलाओ कि उसमें कितनी इष्टकाएँ हैं ? ॥ ४५३ ॥

समभुज त्रिभुज छेदवाली किसी वेदी की भुजा का माप ८ हस्त और ऊँचाई ९ हस्त है । यह उपयुक्त ईंटों द्वारा बनाई गई है । गणनाकर बतलाओ कि इस संरचना में कितनी इष्टकाएँ हैं ? ॥ ४६३ ॥

वृत्ताकार छेदवाली एक वेदी जिसका व्यास ८ हस्त और ऊँचाई ९ हस्त है, उन्हीं ईंटों की बनी है । हे गणितज्ञ, बतलाओ कि उसमें कितनी ईंटें हैं ? ॥ ४७३ ॥

आयताकार छेदवाली किसी वेदी के सन्ध में लंबाई ६० हस्त, चौड़ाई २५ हस्त और ऊँचाई ६ हस्त है । उस ईंट के ढेर का माप बतलाओ ॥ ४८३ ॥

एक सीमारूप दीवाल मोटाई (व्यास) में ७ हस्त, लंबाई (आयाम) में २४ हस्त, ऊँचाई (उच्छ्राय) में २० हस्त है । उसे बनाने में कितनी इष्टकाओं की आवश्यकता होगी ? ॥ ४९३ ॥

किसी सीमारूप दीवाल की मुटाई शिखर पर ६ हस्त और तली में ८ हस्त है । उसकी लंबाई २४ हस्त और ऊँचाई २० हस्त है । उसे बनाने में कितनी इष्टकाओं की आवश्यकता होगी ? ॥ ५०३ ॥

किसी प्रवण (उत्तरवाली) वेदी के सन्ध में ऊँचाईयों तीन स्थानों में क्रमशः १२, १६ और २० हस्त हैं; तली में चौड़ाई के माप क्रमशः ७, ६ और ५ तथा ऊपर ४, ३ और २ हस्त है, लंबाई २४ हस्त है । ढेर में इष्टकाओं की संख्या बतलाओ ॥ ५१३ ॥

(५०३-५१३) दीवाल की घनाकार समाई प्राप्त करने के लिये उपर्युक्त ४ थे श्लोक के उत्तरार्द्ध में दिये गये चित्रानुसार परिगणित औसत चौड़ाई को उपयोग में लाते हैं, इसलिये यहाँ कर्मान्तिक फल का मान विचाराधीन हो जाता है ।

(५१३) यह प्रवण वेदी दो अंतों (ends) में दो ऊर्ध्वाधर (लंबरूप) समतलों द्वारा सीमित है ।

इष्टवेदिकायां पठितायां सत्यां स्थितस्थाने इष्टकासंख्यानयनस्य च पठितस्थाने इष्टका-
संख्यानयनस्य च सूत्रम्—

मुखतद्वक्ष्येप पठितोत्सेधगुणः सफळवेधहस्तमुखा ।
मुखमून्पोर्भूमिमुखे पूर्वोक्तं करणमयशिष्टम् ॥ ५२३ ॥

अत्रोद्देशक

इत्यस्य वैधर्म्यं व्यासः पद्माघमोष्वमेकमुत्सेधः ।
वसु तरिमन् पञ्च करा भद्रास्तत्रेष्टकां कति स्पुस्ता ॥ ५२३ ॥

प्राकारे कर्णाकारेण भग्ने सति स्थितेष्टकानयनस्य च पठितेष्टकानयनस्य च सूत्रम्—

किसी पठित (भद्र होकर गिरी हुई) वेदी के सर्वत्र स स्थित भाग में (सब अपठित भाग में)
तथा पठित-भाग में ईदों की संख्या भद्रग भद्रग निकालने के किये नियम—

ऊपरी चौड़ाई और तभी की चौड़ाई के अंतर को पठित भाग की चौड़ाई द्वारा गुणित करते हैं
और पूर्ण चौड़ाई द्वारा भागित करते हैं । इस परिणामी भद्रगफल में ऊपरी चौड़ाई का माप जोड़ दिया
जाता है । यह पठित भाग के सर्वत्र में आचारीय चौड़ाई का माप तथा अपठित भाग के सर्वत्र में ऊपरी
चौड़ाई का माप इत्यत्र करता है । सेव किया पहले वर्णित कर दी गई है ॥ ५२३ ॥

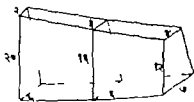
उदाहरणार्थ प्रश्न

वेदी के सर्वत्र में चौड़ाई ३ इस्त है तभी में चौड़ाई ५ इस्त है; ऊपरी चौड़ाई १ इस्त है
ऊपरी चौड़ाई १ इस्त है और चौड़ाई सर्वत्र १ इस्त है । ५ इस्त चौड़ाई का माप हट कर निक
जाता है । उस पठित और अपठित भाग में भद्रग-भद्रग कितनी ऐकिक इष्टकाएँ हैं ? ॥ ५२३ ॥

जब किये की दीवार ठीक रूप से डूरी हो, तब स्थित भाग में तथा पठित भाग में इष्टकनों
की संख्या निकालने के किये नियम—

शिखर और पार्श्व एक प्रत्य (दृश्य) है । ऊपरी अविनत एक के ठठे हुए अंत पर चौड़ाई ९ इस्त है,
और घुंटे अंत पर चौड़ाई ५ इस्त है (चित्र देखिये) ।

(५२४) स्थित अपठित भाग की ऊपरी चौड़ाई
का माप जो वेदी के पठित भाग की मितक चौड़ाई के
उमान है नीचीन रूप से $\frac{(अ-ब) ५}{६} + ५$ है चहाँ तभी
की चौड़ाई 'अ' और ऊपरी चौड़ाई 'ब' है सर्वत्र चौड़ाई
'५' है और '५' वेदी के पठित भाग की चौड़ाई है । यह एक समकय चिह्नकों के गुणों द्वारा भी
सरलयापूर्वक छत्र सिद्ध किया जा सकता है । नियम में कथित किया ऊपर माथा ५ में पहिले ही
वर्णित की जा चुकी है ।



भूमिसुखे द्विगुणे सुरभूमियुतेऽभन्नभृदययुतोने ।
 वैध्यादियपष्टांशत्रे स्थितपतितेष्टकाः क्रमेण स्युः ॥ ५४३ ॥

अत्रोद्देशकः

प्राकारोऽयं मूलांन्मध्यावर्तेन चैकहस्तं गत्वा ।
 कर्णाकृत्या भन्नः कतीष्टकाः स्युः स्थिताश्च पतिताः काः ॥ ५६३ ॥

तली की चौड़ाई धोर ऊपरी चौड़ाई में से प्रत्येक को दुगना किया जाता है । इनमें क्रमशः ऊपर की चौड़ाई और तली की चौड़ाई जोड़ी जाती है । परिणामी राशियाँ, क्रमशः, अपतित भाग की दीवाल को जमीन से ऊपर की ऊँचाई द्वारा बढ़ाई व घटाई जाती है, और इस प्रकार प्राप्त राशियाँ लंबाई द्वारा तथा संपूर्ण ऊँचाई के $\frac{1}{2}$ भाग द्वारा गुणित की जाती हैं । इस प्रकार शेष अपतित भाग तथा पतित भाग में क्रम से इंटों की संख्याएँ प्राप्त होती हैं ॥ ५४३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

पूर्वोक्त माप वाली यह किले की दीवाल चक्रवात वायु से टकराई जाकर तली से तिर्यक् रूप से विरुण छेद पर टूट जाती है । इसके सवध में, स्थित और पतित भाग की इंटों की संख्याएँ क्या-क्या हों ? ॥ ५५३ ॥ वही ऊची दीवाल चक्रवात वायु द्वारा तली से एक हस्त ऊपर से तिर्यक् रूप से टूटी है । स्थित और पतित भाग की इंटों की संख्याएँ कौन-कौन हों ? ॥ ५६३ ॥

(५४३) यदि तली की चौड़ाई 'अ' हो, ऊपर की चौड़ाई 'ब' हो, 'ज' कुल ऊँचाई हो और दीवाल की लंबाई 'ल' हो, तथा 'द' जमीन से नापी गई अपतित दीवाल की ऊँचाई हो, तो लज $\frac{लज}{६}$ (२अ + ब + द) और $\frac{लज}{६}$ (२ब + अ - द) राशियाँ स्थित भाग और पतित भाग में इंटों की संख्याओं का निरूपण करती हैं । इस सूत्र से मिलता जुलता प्रतिपादन चीनी ग्रंथ

च्यु-चांग सुआन-चु में है, जिसके विषय में कूलिज की अभ्युक्ति है, "यह विचित्र रूप से वर्णित ठोस

(solid) त्रिभुजाकार लंब समपाशर्व (triangular

right prism) का समन्वित्तक है, और हमें यह

सूत्र प्राप्त होता है कि यह घनफल समपाशर्व के आधार

पर स्थित उन स्तूपों के योग के तुल्य होता है, जिनके

शिखर सम्मुख फलक (face) में होते हैं । यह

सबसे अधिक हृदय भजक साध्यों में से एक है, जिन्हें

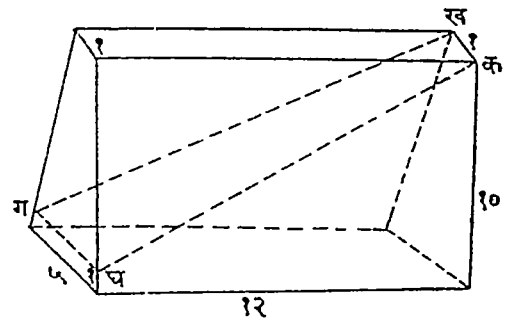
हम प्रारम्भिक ठोस ज्यामिति में पढ़ाते हैं । इसके

आविष्कार का श्रेय लेगान्ड्र (Legendre) को

दिया गया है" — J L Coolidge, A History of Geometrical Methods, p 22,

Oxford, (1940) दी गई आकृति गाथा (श्लोक) ५६३ में कथित दीवाल को दर्शाती है, और

क ल ग घ वह समतल है जिस पर से दीवाल टूटते समय भग्न होती है ।



इष्टवेदिकानां पतितायां सत्यां स्थितस्थाने इष्टकासंस्थानयनस्य च पतिवस्थाने इष्टका-
संस्थानयनस्य च सूत्रम्—

मुक्तवद्वेषेण पतितोत्सेधगुणः सकृच्छेषेणद्वत्समुलः ।
मुलभूम्योर्भूमिमुले पूर्वोक्तं करणमपक्षिष्टम् ॥ ५२३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वादश वैर्ष्यं व्यासा पञ्चाधयोर्ष्यमेकमुत्सेधः ।
वस तस्मिन् पञ्च करा मन्नास्वत्रेष्टका कवि स्युस्ताः ॥ ५२३ ॥

प्राकारे कर्णाकारेण भग्ने सति स्थितेष्टकानयनस्य च पतितेष्टकानयनस्य च सूत्रम्—

किसी पतित (मध्य होकर गिरी हुई) वेदी के संबंध में स्थित भाग में (सोच अपतित भाग में)
तथा पतित-भाग में ईंटों की संख्या जकम जकम विचारने के क्रिये निम्न—

ऊपरी चौड़ाई और तली की चौड़ाई के अंतर को पतित भाग की ऊँचाई द्वारा गुणित करते हैं
और पूर्व ऊँचाई द्वारा भाजित करते हैं । इस परिणामी भक्तमन्त्र में ऊपरी चौड़ाई का माप जोड़ दिया
जाता है । यह पतित भाग के संबंध में आभारीय चौड़ाई का माप तथा अपतित भाग के संबंध में ऊपरी
चौड़ाई का माप उत्पन्न करता है । सोच किया पहले वर्णित कर दी गई है ॥ ५२३ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

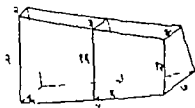
वेदी के संबंध में ऊँचाई ३२ हस्त है तली में चौड़ाई ५ हस्त है ऊपरी चौड़ाई १ हस्त है
ऊपरी चौड़ाई १ हस्त है और ऊँचाई संबंध १ हस्त है । ५ हस्त ऊँचाई का भाग हस्त कर निक
जाता है । उस पतित और अपतित भाग में जकम-जकम किसी ऐकिक इष्टकार्य है ? ॥ ५२३ ॥

जब क्रिके की शीर्षक विर्षक रूप से हरी हो तब स्थित भाग में तथा पतित भाग में इष्टकाओं
की संख्या विचारने के क्रिये निम्न—

धिलर और पार्श्व तल मन्त्र (द्वादश) हैं । ऊपरी अधिनत तल के ठठे हुए अंत पर चौड़ाई २ हस्त है,
और दूतरे अंत पर चौड़ाई ४ हस्त है (निम्न देखिये) ।

(५२२) स्थित अपतित भाग की ऊपरी चौड़ाई
या माप जो वेदी के पतित भाग की निरुक्त चौड़ाई के
उमान है शीर्षक रूप से $\frac{(अ-ब) २}{४} + ब$ है, जहाँ तली
की चौड़ाई 'अ' और ऊपरी चौड़ाई 'ब' है तत्पूर्व ऊँचाई

'अ' है और 'द' वेदी के पतित भाग की ऊँचाई है । यह सूत्र समरूप विष्टकों के गुणों द्वारा भी
सरम्भापूर्वक दृष्ट विरुक्त किया जा सकता है । निम्न में कथित किया ऊपर याथा ४ में पहिले ही
वर्णित की जा चुकी है ।



भूमिमुखे द्विगुणे मुखभूमियुतेऽभ्रभ्रदययुतोने ।
द्वैर्व्योदयपट्टांशत्रे स्थितपतितेष्टकाः क्रमेण स्युः ॥ ५४३ ॥

अत्रोद्देशकः

प्राकारोऽयं मूलान्मध्यावर्तेन चैकहस्त गत्वा ।
कर्णाकृत्या भ्रत. कतीष्टका' स्युः स्थिताश्च पतिताः का' ॥ ५६३ ॥

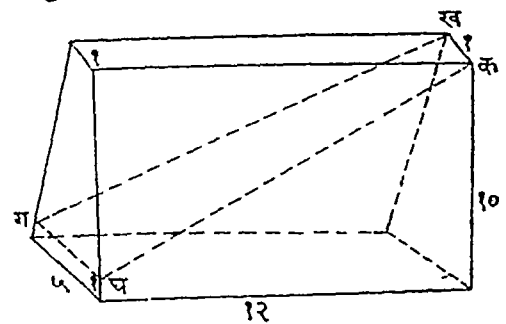
तली की चौड़ाई और ऊपरी चौड़ाई में से प्रत्येक को दुगना किया जाता है । इनमें क्रमशः ऊपर की चौड़ाई और तली की चौड़ाई जोड़ी जाती है । परिणामी राशियाँ, क्रमशः, अपतित भाग की दीवाल की जमीन से ऊपर की ऊँचाई द्वारा बढ़ाई व घटाई जाती है, और इस प्रकार प्राप्त राशियाँ लंबाई द्वारा तथा संपूर्ण ऊँचाई के $\frac{1}{2}$ भाग द्वारा गुणित की जाती है । इस प्रकार शेष अपतित भाग तथा पतित भाग में क्रम से ईंटों की संख्याएँ प्राप्त होती हैं ॥ ५२३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

पूर्वोक्त माप वाली यह किले की दीवाल चक्रवात वायु से टकराई जाकर तली से तिर्यक् रूप से विकर्ण छेद पर टूट जाती है । इसके सवध में, स्थित और पतित भाग की ईंटों की संख्याएँ क्या-क्या हों ? ॥ ५२३ ॥ वही ऊची दीवाल चक्रवात वायु द्वारा तली से एक हस्त ऊपर से तिर्यक् रूप से टूटो है । स्थित और पतित भाग की ईंटों की संख्याएँ कौन-कौन हैं ॥ ५६३ ॥

(५४३) यदि तली की चौड़ाई 'अ' हो, ऊपर की चौड़ाई 'ब' हो, 'ऊ' कुल ऊँचाई हो और दीवाल की लंबाई 'ल' हो, तथा 'द' जमीन से नापी गई अपतित दीवाल की ऊँचाई हो, तो $\frac{ल ऊ}{६}$ (२अ + ब + द) और $\frac{ल ऊ}{६}$ (२ब + अ - द) राशियाँ स्थित भाग और पतित भाग

में ईंटों की संख्याओं का निरूपण करती हैं । इस सूत्र से मिलता जुलता प्रतिपादन चीनी ग्रंथ च्यु-चांग सुआन-चु में है, जिसके विषय में कूलिज की अभ्युक्ति है, "यह विचित्र रूप से वर्णित ठोस (solid) त्रिभुजाकार लंब समपार्श्व (triangular right prism) का समन्वितक है, और हमें यह सूत्र प्राप्त होता है कि यह घनफल समपार्श्व के आधार पर स्थित उन स्तूपों के योग के तुल्य होता है, जिनके शिखर सम्मुख फलक (face) में होते हैं । यह सबसे अधिक हृदय मजक साध्यों में से एक है, जिन्हें हम प्रारम्भिक ठोस ज्यामिति में पढ़ाते हैं । इसके आविष्कार का श्रेय लेजान्द्र (Legendre) को दिया गया है"—J L Coolidge, A History of Geometrical Methods, p 22, Oxford, (1940) दी गई आकृति गाथा (श्लोक) ५६३ में कथित दीवाल को दर्शाती है, और क ख ग घ वह समतल है जिस पर से दीवाल टूटते समय भ्रम होती है ।



प्राकारमभ्यस्येदोत्सेधे तरुद्वयानयनस्य प्राकारस्य सम्यग्दर्शनो तरुानेरानयनस्य च सूत्रम्—

इष्टेष्टकोद्वयहतो वेधश्च तदप्रमाणमेकोनम् ।

मुलतलछेपेण हतं फलमेव हि मन्वि तरुानि ॥ ५७२ ॥

अत्रोद्देशकः

प्राकारस्य व्यास सप्त तले विंशतिस्तदुरसेधः ।

एकेनामे षट्तिस्तदुरस्यने करोद्वयेष्टक्या ॥ ५८५ ॥

समशृत्तायां वाप्या व्यासश्चतुष्केऽप्येष्टकमूमि ।

षट्तिष्टकामिरभिवस्तस्यां वेधस्त्रयं का स्युः ।

षट्तिष्टकाः सखे मे विगणप्य ब्रूहि षट् वेत्ति ॥ ६० ॥

इष्टकाषट्तिस्तले षषस्तलव्यासे सति ऊर्ध्वतलव्यासे सति च गणितव्याससूत्रम्—

द्विगुणनिवेदो व्यासापाममुक्तो द्विगुणितस्तदायाम् ।

व्यासश्चतुरस्रे स्यादुत्सेधव्याससर्गुणितः ॥ ६१ ॥

किसे की दीवार की केन्द्रीय ऊँचाई के संबंध में (ईंटों के) तलों की बचती हुई संख्या को निकालने के लिए नियम और नीचे से ऊपर की ओर याते समय दीवार की दोनों पासों की चौड़ाई में कमी होने से तलों की बचती (की दर) निकालने के लिए नियम—

केन्द्रीय छेद की ऊँचाई ही गई इष्टका (ईंट) की ऊँचाई द्वारा मापित होकर, इष्टकलों की तली का इष्ट माप उत्पन्न करती है । यह संख्या एक द्वारा भाषित होकर और एक ऊपरी चौड़ाई तथा नीचे की चौड़ाई के अंतर द्वारा मापित होकर तलों के मान में (in terms of layers) मापी गई चौड़ाई की धरती की दर (rate) के मान की उत्पन्न करती है ॥ ५७२ ॥

उदाहरणार्थ मत्र

किसी ऊँची किछे की दीवार की तली में चौड़ाई ७ इत्त है । उसकी ऊँचाई ९ इत्त है । वह हम तरह से बनी हुई है कि ऊपर चौड़ाई १ इत्त रहे । १ इत्त ऊँची इष्टकलों की सहायता से केन्द्रीय (तलों) की बचत तथा चौड़ाई की धरती (का दर) का माप बचकायो ४ ५८२ ॥

किसी समद्वाराकार ४ इत्त व्यास वाली चारिका के चारों ओर १२ इत्त मोटी दीवार पूर्वोक्त ईंटों द्वारा बनाई जाती है । चारिका की लंबाई ३ इत्त है । यदि हम जानते हो तो है कि बचकायो कि बनाने में कितनी ईंटें लगेंगी ? ॥ ५९५-९ ॥

किसी स्थान के चारों ओर बनी हुई संरचना की बनावट समझाई का मान निकालने के लिए विषय जय कि संरचना का अक्षरक व्यास और ऊर्ध्वतल व्यास दिया गया हो—

संरचना की भीतर मुझई की बुगदी शक्ति में एक व्यासायाम (ऊँचाई एवं चौड़ाई) का माप बोझा जाता है । इस प्रकार प्राप्त योग बुगाना किया जाता है । परिणामी शक्ति संरचना की कुल लंबाई होती है जबकि वह आकृताकार रूप में होती है । वह परिणामी शक्ति ही गई ऊँचाई और पूर्वोक्त भीतर मुझई से गुणित होकर इष्ट बचकाय का माप उत्पन्न करती है ॥ ६१ ॥

(९५-९) यही पूर्वोक्त क्रम ४९२ में कथित एकक इष्टका मानी गई है । यह मत्र लोक ७२ में पिय गये नियम का निर्दिष्ट नहीं करता है । उसे एक अन्वय फ १९२-२ २ और ४४२ में आधी च नियमानुसार लापित किया जाता है ।

अत्रोद्देशकः

विद्याधरनगरस्य व्यासोऽष्टौ द्वादशैव चायामः ।

पञ्च प्राकारतले मुखे तदेकं दशोत्सेधः ॥ ६२ ॥

इति खातव्यवहारे चित्तिगणितं समाप्तम् ।

ऋकचिकाव्यवहारः

इतः परं ऋकचिकाव्यवहारमुदाहरिष्यामः । तत्र परिभाषा—

हस्तद्वयं षडङ्गुलहीनं किष्काह्वयं भवति ।

इष्टाद्यन्तच्छेदनसंख्यैव हि मार्गसंज्ञा स्यात् ॥ ६३ ॥

अथ शाकाख्यव्यादिद्रुमसमुदायेषु वक्ष्यमाणेषु ।

व्यासोदयमार्गणामङ्गुलसंख्या परस्परप्राप्ता ॥ ६४ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

विद्याधर नगर के नाम से ज्ञात स्थान के संवध में चौड़ाई ८ है, और लंबाई १२ है । प्राकार दीवाल की तली की मुटाई ५ और मुख में (ऊपर की) मुटाई १ है । उसकी ऊँचाई १० है । इस दीवाल का घनफल क्या है ? ॥ ६२ ॥

इस प्रकार खात व्यवहार में चित्ति गणित नामक प्रकरण समाप्त हुआ ।

ऋकचिका व्यवहार

इसके पश्चात् हम ऋकचिका 'व्यवहार (लकड़ी चोरने वाले आरे से किए गये कर्म संबंधी क्रियाओं) का वर्णन करेंगे । परिभाषिक शब्दों की परिभाषा —

६ अंगुल से हीन दो हस्त, किष्कु कहलाता है । किसी दी गई लकड़ी को आरम्भ से लेकर अंत तक छेदन (काटने के रास्तों के माप) की संख्या को मार्ग संज्ञा दी गई है ॥ ६३ ॥

तब कम से कम दो प्रकार की शाक (teak) आदि (प्रकारों वाली) लकड़ियों के ढेर के संबंध में चौड़ाई नापने वाली अंगुलों की संख्या और लंबाई नापने वाली संख्या, तथा मार्गों को नापने वाली संख्या, इन तीनों को आपस में गुणित किया जाता है । परिणामी गुणनफल हस्त अंगुलों की संख्या के वर्ग द्वारा भाजित किया जाता है । ऋकचिका व्यवहार में यह पट्टिका नामक कार्य के माप को उत्पन्न करता है । शाक (teak-wood) आदि (प्रकारवाली) लकड़ियों के संबंध में चौड़ाई तथा लंबाई नापनेवाली हस्तों की संख्याएँ आपस में गुणित की जाती हैं । परिणामी गुणनफल राशि मार्गों की संख्या द्वारा गुणित की जाती है, और तब ऊपर निकाली गई पट्टिकाओं की संख्या द्वारा भाजित की जाती है । यह आरे के द्वारा किये गये कर्म का संख्यात्मक माप होता है ॥ ६४-६६ ॥

(६३-६७ $\frac{१}{२}$) १ किष्कु = १ $\frac{१}{२}$ हस्त । किसी लकड़ी के टुकड़े को चीरने में किसी इष्ट रास्ते अथवा रेखा का नाम मार्ग दिया गया है । किसी लकड़ी के टुकड़े में काटे गये तल का विस्तार, सामान्यतः उसे चीरने में किये गये काम का माप होता है, जब कि किसी विशिष्ट कठोरतावाली (जिसे कठोरता का एक मान लिया हो ऐसी) लकड़ी दी गई हो । काटे गये तल का यह विस्तार क्षेत्रफल के

हस्ताङ्गुल्यर्गेयं ऋकचिके पट्टिकाप्रमाणं स्यात् ।
 क्षाकाङ्गुल्यनुमावित्तुमेपु परिण्यहर्ष्यहस्तानाम् ॥ ६५ ॥
 संख्या परस्परा मार्गोर्णा संख्या गुप्तिता ।
 तत्पट्टिकासमाप्ता ऋकचङ्गुला कर्मसंख्या स्यात् ॥ ६६ ॥
 क्षाकार्जुनाम्बुवेतसरक्षासितसर्वङ्गुलुकास्येषु ।
 श्रीपर्णाप्टक्षास्यनुमेष्यमीष्येकमार्गस्य ।
 पण्यवतिरङ्गुलानामायाम' किङ्कुरेव विस्तारः ॥ ६७ ॥

अत्रोद्देशकः

क्षाकास्पतरौ दीर्घं षोडश हस्ताम्बु विस्तारः ।
 साधनसम्बन्ध मार्गाद्वाप्तौ कान्यत्र कर्माणि ॥ ६८ ॥
 इति स्नातव्यवहारे ऋकचिकाम्यवहारः समाप्तः ।
 इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ सप्तमं स्नातव्यवहारः समाप्तः ॥



पट्टिका के माप को प्राप्त करने के लिए, निम्नलिखित नाम वाले वृत्तों से प्राप्त एकदिवों के संबंध में प्रत्येक दृष्टा में मार्ग १ होता है। लंबाई १९ अंगुल होती है, और चौड़ाई २ किन्तु होती है; जब वृत्तों के नाम ये हैं—साक अर्जुन अम्बुवेतस, सरक, असित सर्ज और ह्यङ्गुको तथा श्रीपर्णा और ह्यङ्गु ० १०-१७ ०

उदाहरणार्थ प्रश्न

किसी शाक एकड़ी के टुकड़े के संबंध में लंबाई १९ हस्त है चौड़ाई २ हस्त है और माप (अर्थात् धीरे धीरे वाले धरे के रास्तों की) संख्या ८ है। यहाँ धरे के काम के कितने एकक (इकाइयाँ) कर्म (कार्य) हुए हुआ है ? ० १८ २ ॥

इस प्रकार स्नातव्यवहार में ऋकचिका व्यवहार नामक प्रकरण समाप्त हुआ। इस प्रकार महावीराचार्य की इति सारसंग्रह नामक गणितशास्त्र में स्नातव्यवहार नामक सप्तम व्यवहार समाप्त हुआ।



निम्न एकक (इकाई) द्वारा मापा जाता है। यह एकक पट्टिका कहलाता है। पट्टिका लंबाई में १९ अंगुल और चौड़ाई में २ किन्तु अथवा ४९ अंगुल होती है। यह सरलता पूर्वक देखा जा सकता है कि इस प्रकार पट्टिका ७ वग हाथ के बराबर होती है।



९. छायाव्यवहारः

शान्तिर्जिनः शान्तिकरः प्रजानां जगत्प्रभुर्ज्ञातसमस्तभावः^१ ।
यः प्रातिहार्याष्टविवर्धमानो नमामि तं निर्जितशत्रुसंघम् ॥ १ ॥

आदौ प्राच्याद्यष्टदिक्साधनं प्रवक्ष्यामः—

सलिलोपरितलवत्स्थितसमभूमितले लिखेद्वृत्तम् ।

विम्बं स्वेच्छाशङ्कुद्विगुणितपरिणाहसूत्रेण ॥ २ ॥

तद्वृत्तमध्यस्थतदिष्टशङ्कोदछाया दिनादौ च दिनान्तकाले ।

तद्वृत्तरेखा स्पृशति क्रमेण पश्चात्पुरस्ताच्च ककुप् प्रदिष्टा ॥ ३ ॥

तद्विगुणान्तर्गततन्तुना लिखेन्मत्स्याकृतिं याम्यकुबेरदिकस्थाम् ।

तत्कोणमध्ये विदिशः प्रसाध्याश्छायैव याम्योत्तरदिग्दर्शार्धजा ॥ ४ ॥

1. M में तत्व. पाठ है ।

९. छाया व्यवहार (छाया संबंधी गणित)

जो प्रजा को शांति कारक हैं (शांति देने वाले हैं), जगत्प्रभु है, समस्त पदार्थों को जाननेवाले हैं, और अपने आठ प्रातिहार्यों द्वारा (सदा) वर्धमान (महनीय) अवस्था को प्राप्त हैं—ऐसे (कर्म) शत्रु सब के विजेता श्री शान्तिनाथ जिनेन्द्र को मैं नमस्कार करता हूँ ॥ १ ॥

आदि में, हम प्राची (पूर्व) दिशा को आदि लेकर, आठ दिशाओं के साधन करने के लिए उपाय बतलाते हैं—

पानी के ऊपरी सतह की भाँति, क्षैतिज समतल वाली समतल भूमि पर केन्द्र में स्थित स्वेच्छा से चुनी हुई लंबाई वाली शङ्कु लेकर, उसकी लंबाई को द्विगुणित राशि की लंबाई वाले धागे के फन्दे (loop) की सहायता से एक वृत्त खींचना चाहिये ॥ २ ॥

इस केन्द्र में स्थित दृष्ट शङ्कु की छाया दिन के आदि में तथा दिन के अन्त समय में उस वृत्त की परिधि को स्पर्श करती है । इसके द्वारा, क्रम से, पश्चिम दिशा और पूर्व दिशा सूचित होती है ॥३॥

इन दो निश्चित की गई दिशाओं की रेखा में धागे को रखकर, उसके द्वारा उत्तर से दक्षिण तक विस्तृत मत्स्याकार (सतरे की कली के समान) आकृति खींचना चाहिए । इस मत्स्याकृति के कोणों के मध्य से जाने वाली सरल रेखा उत्तर और दक्षिण दिशाओं को सूचित करती है । इन दिशाओं के मध्य में (स्थित जगह में) विदिशार्थ प्रसाधित की जाती है ॥ ४ ॥

(४) वह धागा जिसकी सहायता से मत्स्याकार आकृति खींची जाती है, गाथा २ में दिये

अथघट्टरविसंक्रमणवृत्तबन्धेन्यार्धमेव विपुवज्ञा ॥ ४३ ॥

छायायां षडकोट्यां सिद्धपुरीरोमकापुर्याः ।

विपुवज्ञा नास्त्येष त्रिंशद्दृष्टिकं दिनं भवेत्तस्मात् ॥ ५३ ॥

वेष्टेभिवरेषु दिनं त्रिंशत्साहस्राधिकोत्तं स्यात् ।

मेघघटासनदिनयोर्भिन्नदृष्टिकं दिनं द्विसहस्रं ॥ ६३ ॥

दिनमानं दिनवृत्तमा ज्योतिदृष्टास्रोक्तभागैष्य ।

ज्ञात्वा छायागणितं विद्याविद् पश्यमाणसूत्रौपैः ॥ ७३ ॥

विपुवज्ञाया पत्रपत्र देशे नास्ति तत्रतत्र देशे दृष्टसङ्कोरिष्टकाच्छायां ज्ञात्वा तत्काश
नयनसूत्रम्—

छाया सैका द्विगुणा तथा दूर्ध्वं दिनमितं च पूर्वोद्धे ।

अपराद्धे तच्छेषं विज्ञेयं सारसंग्रहे गणिते ॥ ८३ ॥

विपुवज्ञा (अर्थात् जब दिन और रात दोनों बराबर होते हैं, उस समय पड़ने वाली छाया)
वास्तव में उन दिनों के मर्यादा (दोपहर) समय मास छाया के मानों के योग की जाती होती है,
जब कि पूर्व मेघ राशि में प्रवेश करता है, तथा जब वह तुला राशि में भी प्रवेश करता है ॥ ४३ ॥

उक्त षडकोटि, सिद्धपुरी और रोमकपुरी में ऐसी विपुवज्ञा (equinoctial shadow)
निकलती होती ही नहीं है; और इसकिण्व दिन ३ घंटी का होता है ॥ ५३ ॥

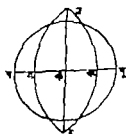
वन्धु प्रदेशों में दिन मात्र ३ घंटी से अधिक वा कम रहता है । जब सूर्य मेघ राशि और
तुला (बहापव) राशि में प्रवेश करता है, तब सभी जगह दिन मात्र ३ घंटी का होता है ॥ ६३ ॥

ज्योतिष शास्त्र में वर्णित विधि के अनुसार दिन का माप तथा दिन की मर्यादा छाया का माप
समस्त करने के पश्चात् छाया संबंधी गणित निकलकिय विधियों द्वारा सीखना चाहिये ॥ ७३ ॥

ऐसे स्थान के संबंध में दिन का वह समय निकलने के किण्व नियम, जहाँ विपुवज्ञावा नहीं
होती हो, तथा किसी दिने गये समय पर (दोपहर के पहिले अथवा पश्चात्) किसी दिने गये संज्ञ की
छाया का माप ज्ञात हो—

किसी वस्तु (संज्ञ) की ऊँचाई के पूर्व में वस्तु छाया के माप में एक जोड़ा जाता है, और इस
प्रकार परिणामी योग द्विगुना किया जाता है । परिणामी राशि द्वारा पूर्ण दिनमान माहित किया जाता
है । वह समयजना चाहिये कि सारसंग्रह नामक गणित शास्त्र के अनुसार वह प्राप्त एक पूर्णद
और अपराद्ध के बीच मागों (अथवा दोपहर के पहिले दिन के पीछे हुए माग और दोपहर के
पश्चात् दिन के दोप रहने वाले माग) को उत्पन्न करता है ॥ ८३ ॥

गने किन्ना की माप में कुछ अधिक ऊँचाई काज ईना चाहिये । यदि 'क' पू
और 'क' प' पार्श्व आकृति में क्रमशः पूर्व और पश्चिम दिशा प्ररूपित
करते हो तो आकृति उक्त रंग, क्रमशः पू और प को केन्द्र मान कर
और पू ग तथा प क विभक्त्यै केकर बाप कीचने से प्राप्त होती है,
जब कि पू ग और प क भापव में बराबर हो । छाया उक्त जो पूर्वोक्त आकृति
के फाज का अर्धन करती है, क्रमशः उत्तर और दक्षिण दिशा का प्ररूपन
करती है ।



(८४) यदि वस्तु की ऊँचाई उ है, और वस्तु की छाया की ऊँचाई छ है, तो दिन का पीला हुआ

अत्रोद्देशकः

पूर्वाह्ने पौरुषी छाया त्रिगुणा वद किं गतम् ।

अपराह्नेऽवशेषं च दिनस्यांशं वद प्रिय ॥ ९३ ॥

दिनांशे जाते सति घटिकानयनसूत्रम्—

अशहतं दिनमानं छेदविभक्तं दिनांशके जाते ।

पूर्वाह्ने गतनाड्यस्त्वपराह्ने शेषनाड्यस्तु ॥ १०३ ॥

अत्रोद्देशकः

विषुवच्छायाविरहितदेशेऽष्टांशो दिनस्य गतः ।

शेषश्चाष्टांशः का घटिका स्युः खाग्निनाड्योऽह्नः ॥ ११३ ॥

मल्लयुद्धकालानयनसूत्रम्—

कालानयनाद्दिनगतशेषसमासोन्नितः कालः ।

स्तम्भच्छाया स्तम्भप्रमाणभक्तैव पौरुषी छाया ॥ १२३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी मनुष्य की छाया उसकी ऊँचाई से ३ गुनी है । हे प्रिय मित्र, बतलाओ कि पूर्वाह्न में बीते हुए दिन का भाग एवं अपराह्न में शेष रहने वाला दिन का भाग क्या है ? ॥ ९३ ॥

दिन का भाग (जो बीत चुका है, या बीतने वाला है) प्राप्त हो चुकने पर घटिकाओं की सवादी सख्या को निकालने के लिये नियम—

दिन मान के ज्ञात माप को, (पहिले ही प्राप्त) दिन के बीते हुए अथवा बीतने वाले भाग का निरूपण करने वाले भिन्न के अंश द्वारा गुणित करने और हर द्वारा भाजित करने से, पूर्वाह्न के संबंध में बीती हुई घटिकाएँ और अपराह्न के संबंध में बीतने वाली घटिकाएँ उत्पन्न होती हैं ॥ १०३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

ऐसे प्रदेश में जहाँ विषुवच्छाया नहीं होती, दिन ३ भाग बीत गया है, अथवा अपराह्न के सवध में शेष रहने वाला दिन का भाग ३ है । इस ३ भाग की सवादी घटिकाएँ क्या हैं ? दिन में ३० घटिकाएँ मान लो गई हैं ॥ ११३ ॥

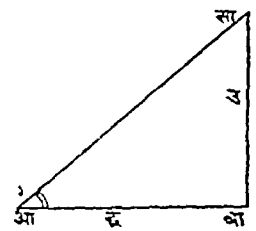
मल्लयुद्ध काल निकालने के लिए नियम—

जब दिन के बीते हुए भाग तथा बीतने वाले भाग के योग द्वारा दिन की अवधि हासित कर, उसे घटिकाओं में परिवर्तित किया जाता है, तब इष्ट समय उत्पन्न होता है ।

अथवा बीतनेवाला समय (नियमानुसार) यह है—

$$\frac{१}{२ \left(\frac{छ}{उ} + २ \right)} \text{ अथवा } \frac{१}{२ (\text{कोस्पधा} + १)}$$

नहीं कोण या उस समय पर सूर्य का ऊँचाई निरूपक कोण है । यह सूत्र केवल $\alpha = ४५^\circ$, छोड़कर या के शेष मानों के लिये सन्निकट दिन का समय देता है । जब यह कोण ९०° के निकटतर पहुँचता है, तब सन्निकट दिन का समय और भी गलत होता जाता है । यह सूत्र इस तथ्य पर आधारित है कि किसी समकोण त्रिभुज में छोटे मानों के लिए कोण सन्निकटत सम्मुख भुजाओं के समानुपाती होते हैं ।



अत्रोद्देशक

पूर्वाह्ने सङ्क्रमणच्छायायां महद्युद्धमारब्धम् ।

अपराह्ने द्विगुणायां समातिरासीष मुद्रकाकः कः ॥ १२२ ॥

अपराहस्योदाहरणम्

द्वावसाहस्तसम्मच्छाया चतुरशरैव विस्तृतिः ।

तत्काले पौरुषिकच्छाया कियती भवेद्गणक ॥ १४३ ॥

विपुवच्छायामुक्ते देशे इष्टच्छायां ज्ञात्वा कालानयनस्य सूत्रम्^१—

सङ्क्रयुतेष्टच्छाया मध्यच्छायोनिता द्विगुणा ।

सद्वामा शाकृमिति^२ पूर्वोपरयोर्दिनांशः स्यात् ॥ १५३ ॥

अत्रोद्देशक

द्वावसाहस्रच्छायायुद्धच्छायायुद्धयोः ।

इष्टच्छायायुद्धच्छाया दिनांशः को गतः स्थितः ।

त्र्यस्रो दिनांशो षटिका कार्त्तिकमासिकं दिनम् ॥ १७ ॥

१ किसी मी इच्छादि में मान्य नहीं है ।

किसी स्तम्भ की छाया के माप को स्तम्भ की ऊँचाई द्वारा भाजित करने पर पौषपी छाया माप (उस मनुष्य की छाया का माप उसकी निच की ऊँचाई के पदों में) प्राप्त होता है ॥ १२२ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

कोई महद्युद्ध पूर्वाह्न में आरम्भ हुआ, जब कि किसी शंकु को छाया उठी शंकु के माप के तुल्य थी। उस शंकु का निर्णय अपराह्न में हुआ जबकि उठी शंकु की छाया का माप शंकु के माप से दुगुणा था। तबकाली कि वह युद्ध कितने समय तक चला ? ॥ १३३ ॥

श्लोक के उपरार्थ नियम के सिध्दे उदाहरणार्थ मन्त्र

किसी १२ इत्त ऊँचाई वाले स्तम्भ की छाया माप में २४ इत्त है। उस समय, हे अकमजि-
व्या मनुष्य की छाया का माप क्या होगा ? ॥ १४३ ॥

जब किसी मी समय पर छाया का माप ज्ञात हो तब विपुवच्छाया वाले स्थानों में बीते हुए
अथवा बीतने वाले दिन के माप को प्राप्त करने के सिध्दे नियम—

शंकु की ज्ञात छाया के माप में शंकु का माप जोड़ा जाता है। वह जोय विपुवच्छाया के माप
द्वारा हासित किया जाता है और परिणामी अंतर को दुगुणा कर दिया जाता है। जब शंकु का माप
इस परिणामी राशि द्वारा भाजित किया जाता है तब प्रमाणानुसार पूर्वाह्न में दिन में बीते हुए अथवा
अपराह्न में दिन में बीतने वाले दिनांश प्र मान उत्पन्न होता है ॥ १५३ ॥

उदाहरणार्थ मन्त्र

१२ अंगुल के शंकु के संबंध में विपुवच्छाया दोपहर के समय (दिन के मध्याह्न में) २
अंगुल है और अक्कोकन के समय इत्त (ज्ञात) छाया ८ अंगुल है। दिन का कौनसा भाग बीत गया
है और कौनसा भाग शेष रहा है ? यदि दिन का बीता हुआ भाग अथवा बीतने वाला भाग ३ है
तो उसको सेवारी षटिकार्थ क्या है जबकि दिन ३ अरिचों का होता है ॥ १५३-१७ ॥

(१५३) वही दिन के समय के माप के सिध्दे लिया गया एव बीजिक कर ए, $\frac{3}{2(3+3-3)}$

इष्टनाडिकानां छायानयनसूत्रम्—

द्विगुणितदिनभागहृता शङ्कुमिति शङ्कुमानोना ।
चुदलच्छायायुक्ता छाया तत्त्वेष्टकालिका भवति ॥ १८ ॥

अत्रोद्देशकः

द्वादशाङ्गुलशङ्कोच्च दलच्छायाङ्गुलद्वयो ।
दशानां घटिकानां मा का छिन्नाडिक दिनम् ॥ १९ ॥

पादच्छायालक्षणे पुरुषस्य पादप्रमाणस्य परिभाषासूत्रम्—

पुरुषोन्नतिसप्तांशस्तपुरुषाद्द्वेस्तु दैर्घ्यं स्यात् ।
यथेव चेत्पुरुष स भाग्यवानड्त्रिभा स्पष्टा ॥ २० ॥

आरूढच्छायायाः संख्यानयनसूत्रम्—

घटियो से टिप्प गये दिन के समय की संवाटी छाया का माप निकालने के नियम—

शङ्कु (style) का माप दिन के दिये गये भाग के माप को दुगुनी राशि द्वारा भाजित किया जाता है । परिणामी भजनफल में से शङ्कु का माप घटाया जाता है, और उसमें विपुवच्छाया (टोपहर के समय की ऐसे स्थान की छाया, जहाँ दिन रात मूल्य होते हैं) का माप जोड़ दिया जाता है । यह दिन के इष्ट समय पर छाया का माप उत्पन्न करता है ॥ १८ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

यदि, किसी १२ अंगुल वाले शङ्कु के संबन्ध में, शुदलच्छाया (विपुवच्छाया) २ अंगुल हो, तो जब १० घटी दिन चोत चुका हो अथवा धोतने वाला हो उस समय शङ्कु की छाया का माप क्या है ? दिन का मान ३० घटियाँ होता है ॥ १९ ॥

छाया के पाद प्रमाण माप के द्वारा लिए गये मापों संबंधी मनुष्य के पाद माप की परिभाषा—

किसी मनुष्य की ऊँचाई के १/७ भाग के तुल्य उसके पाद की लंबाई होती है । यदि ऐसा हो, तो वह मनुष्य भाग्यशाली होगा । इस प्रकार पाद प्रमाण से नापी गई छाया का माप स्पष्ट है ॥ २० ॥

ऊर्ध्वाधर दीवाल पर आरूढ छाया का संख्यात्मक माप निकालने के लिये नियम—

है, जहाँ 'व' शङ्कु की विपुवच्छाया की लंबाई है । यह सूत्र ऊपर की गाथा ८३ में दिये गये सूत्र की पाद टिप्पणी पर आधारित है ।

(१८) बीजीय रूप से,

$$छ = \frac{उ}{२ व} - उ + व,$$
 जहाँ व, दिन के समय का माप घटी में दिया गया है । यह सूत्र श्लोक

१५३ वें की पाद टिप्पणी में दिये गये सूत्र से प्राप्त होता है ।

नृष्ठाया इव शङ्खमिति स्वस्मान्तरोनितो मलः ।

नृष्ठायायैव स्रग्धं शङ्खोमिप्त्यामिवच्छाया ॥ २१ ॥

अत्रोद्देशकः

विंशतिहस्तः स्वस्मो मिचिस्वस्मान्तरं करा शङ्खी ।

पुरुषच्छाया द्विधा मिचिगता स्वस्ममा किं स्यात् ॥ २२ ॥

स्वस्मप्रमाणं च मिप्त्यारूढस्वस्मच्छायासंघर्षां च ज्ञात्वा मिचिस्वस्मान्तरसंख्यानयन सूत्रम्—

पुरुषच्छायानिर्ण स्वस्मारूढान्तरं तयोर्मध्यम् ।

स्वस्मारूढान्तरद्वयतदन्तरं पौरुषी छाया ॥ २३ ॥

शङ्ख की ऊँचाई (मनुष्य की ऊँचाई के पदों में व्यक्त) मनुष्य की छाया द्वारा गुणित की जाती है । परिधायी गुणनफल हीवाक और शङ्ख के बीच की दूरी के माप द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त अंतर मनुष्य की अपसुक्त छाया के माप द्वारा भाजित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त व्यवक शङ्ख की छाया के उस माप का माप होता है जो हीवाक पर आरूढ़ है ॥ २१ ॥

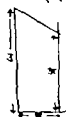
उत्तरणार्थं मथ

कोई स्तंभ २ इस्त ऊँचा है । इस स्तंभ और हीवाक के बीच की दूरी (जो छाया रेखासुसार नापी जाती है) ८ इस्त है । उस समय मनुष्य की छाया मनुष्य की ऊँचाई से दुगुणी है । स्तंभ की छाया का वह बीच-सा भाग है जो हीवाक पर आरूढ़ है ? ० २२ ॥

यह हीवाक पर आरूढ़ (पढ़ी हुई) छाया का संख्यात्मक मान तथा स्तंभ की ऊँचाई दोनों शात हों तब हीवाक और स्तंभ के अंतर (बीच की दूरी) के माप के संख्यात्मक मान को निकालने के लिए नियम—

स्तंभ की ऊँचाई और हीवाक पर आरूढ़ (पढ़ी हुई) छाया के माप का अंतर (मनुष्य की ऊँचाई के पदों में व्यक्त) पुरुष की छाया के माप द्वारा गुणित होकर उक्त स्तंभ और हीवाक के अंतर की माप को उत्पन्न करता है । इस अंतर का मान स्तंभ की ऊँचाई और हीवाक पर आरूढ़ (पढ़ी हुई) छायास माप के अंतर द्वारा भाजित किया जाने पर, (मनुष्य की ऊँचाई के पदों में व्यक्त) मात्रही छाया का माप उत्पन्न करता है ॥ २३ ॥

(२१) कीचौम रूप से,



$$x = \frac{3 \times y - 3}{y}$$
 यहाँ ३ शङ्ख की ऊँचाई है,

३ हीवाक पर आरूढ़ छाया की ऊँचाई के पदों में व्यक्त मनुष्य की छाया का माप है और ३ स्तंभ (शङ्ख) और हीवाक के बीच की दूरी है । नियम का स्पष्टीकरण पार्श्व में दिये गये चित्र द्वारा ही जाता है । वह बात ध्यान में रखते योग्य है कि यहाँ स्तंभ और हीवाक के बीच की दूरी छाया रेखा पर ही नापी जाना चाहिए ।

(२३ और २४) इस नियम तथा २६ की गाथा के नियम में २१ की माथा में दिये गये उदाहरणों की विवेक तथा का उल्लेख है ।

अत्रोद्देशकः

विंशतिहस्तः स्तम्भः षोडश भित्त्याश्रितच्छाया ।

द्विगुणा पुरुषच्छाया भित्तिस्तम्भान्तरं किं स्यात् ॥ २४ ॥

अपरार्धस्योदाहरणम्

विंशतिहस्तः स्तम्भः षोडश भित्त्याश्रितच्छाया ।

कियती पुरुषच्छाया भित्तिस्तम्भान्तरं चाष्टौ ॥ २५ ॥

आरूढच्छायायाः सख्या च भित्तिस्तम्भान्तरभूमिसंख्या च पुरुषच्छायायाः संख्या च ज्ञात्वा स्तम्भप्रमाणसख्यानयनसूत्रम्—

नृच्छायान्नारूढा भित्तिस्तम्भान्तरेण संयुक्ता ।

पौरुषभाहृतलब्ध विट्टुः प्रमाणं बुवा स्तम्भे ॥ २६ ॥

अत्रोद्देशकः

षोडश भित्त्यारूढच्छाया द्विगुणेव पौरुषो छाया ।

स्तम्भोत्सेधः कः स्याद्भित्तिस्तम्भान्तरं चाष्टौ ॥ २७ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

एक स्तंभ २० हस्त ऊँचा है, और दीवाल पर पढ़ने वाली छाया के अंश का माप (ऊँचाई) १६ हस्त है । उस समय पुरुष की छाया पौरुषी ऊँचाई से दुगुनी है । स्तंभ और दीवाल के अंतर का माप क्या हो सकता है ? ॥ २४ ॥

नियम के उत्तरार्द्ध भाग के लिए उदाहरणार्थं प्रश्न

कोई स्तंभ ऊँचाई में २० हस्त है, और दीवाल पर पढ़ने वाली उसकी छाया की ऊँचाई १६ है । दीवाल और स्तंभ का अंतर ८ हस्त है । पौरुषी ऊँचाई के प्रमाण द्वारा व्यक्त मानवी छाया का माप क्या है ? ॥ २५ ॥

जब दीवाल पर पढ़ने वाली छाया के भाग की ऊँचाई का संख्यात्मक मान, उस स्तंभ तथा दीवाल का अंतर, और मानुषी ऊँचाई के पदों में व्यक्त मानुषी छाया का माप भी ज्ञात हो, तब स्तंभ की ऊँचाई का संख्यात्मक मान निकालने के लिये नियम—

दीवाल पर पढ़ने वाली छाया के भाग का माप, मानवी ऊँचाई के पदों में व्यक्त मानवी छाया के माप द्वारा गुणित किया जाता है । इस गुणनफल में स्तंभ और दीवाल के अंतर (बीच की दूरी) का माप जोड़ा जाता है । इस प्रकार प्राप्त योग को मानवी ऊँचाई के पदों में व्यक्त मानवी छाया के माप द्वारा भाजित करने से जो भजनफल प्राप्त होता है वह बुद्धिमानों के द्वारा स्तंभ की ऊँचाई का माप कहा जाता है ॥ २६ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

दीवाल पर स्तंभ की छाया पढ़ने वाला भाग १६ हस्त है । उस समय मानवी छाया का मान मानवी ऊँचाई से दुगुना है । दीवाल और स्तंभ का अंतर ८ हस्त है । स्तंभ की ऊँचाई क्या है ? ॥ २७ ॥

शङ्खप्रमाणशङ्खच्छायामिममिभिमच्छस्रम्—
 शङ्खप्रमाणशङ्खच्छायामिमं तु सैकपौरुष्या ।
 भक्त शङ्खमितिः स्याच्छङ्खच्छाया तद्वनमिमं हि ॥ २८ ॥

अश्रीरेशुकः

शङ्खप्रमाणशङ्खच्छायामिमं तु पञ्चाशत् ।
 शङ्खसेव क स्यात्तदगुणा पौरुषी छाया ॥ २९ ॥
 शङ्खच्छायापुरुषच्छायामिममिभिमच्छस्रम्—
 शङ्खनरच्छायमुतिर्विमात्रिता शङ्खसैकमानेन ।
 छर्षं पुरुषच्छाया शङ्खच्छाया तद्वनमिमं स्यात् ॥ ३० ॥

अश्रीरेशुकः

शङ्खोरुसेधो पक्ष नृच्छायाशङ्खमामिमम् ।
 पञ्चोत्तरपञ्चासन्नृच्छाया भवति किमती च ॥ ३१ ॥

शङ्ख की ऊँचाई तथा शङ्ख की छाया की ऊँचाई के मापों के दत्त मिश्रित योग में से उन्हें अलग-अलग निकालने के लिए विधम—

शङ्ख के माप और उसकी छाया के माप के मिश्रित योग को जब १ द्वारा बटाये गये (मानवी ऊँचाई के पदों में व्यक्त) मानवी छाया के माप द्वारा भाजित करते हैं, तब शङ्ख की ऊँचाई का माप प्राप्त होता है । दिये गये योग को शङ्ख के इस माप द्वारा हासित करने पर शङ्ख की छाया का माप प्राप्त होता है ॥ २८ ॥

उदाहरणार्थ प्रथम

शङ्ख के ऊँचाई माप और उसकी छाया के ऊँचाई माप का योग ५ है । शङ्ख की ऊँचाई क्या होगी, जबकि मानवी छाया उस समय मानवी ऊँचाई की बीसगुनी है ? ॥ २९ ॥

शङ्ख की छाया की ऊँचाई के माप और (मानवी ऊँचाई के पदों में व्यक्त) मानवी छाया के मापके मिश्रित योग में से उन्हें अलग-अलग प्राप्त करने के लिए विधम—

शङ्ख की छाया तथा मनुष्य की छाया के मापों के मिश्रित योग को एक द्वारा बटाई गई शङ्ख की छाया ऊँचाई द्वारा भाजित करते हैं । इस प्रकार प्राप्त भजनफल (मानवी ऊँचाई के पदों में व्यक्त) मानवी छाया का माप होता है । उपर्युक्त मिश्रित योग जब मानवी छाया के इस माप द्वारा हासित किया जाता है, तब शङ्ख की छाया की ऊँचाई का माप उत्पन्न होता है ॥ ३१ ॥

उदाहरणार्थ प्रथम

किसी शङ्ख की ऊँचाई १ है । (मानवी ऊँचाई के पदों में व्यक्त) मानवी छाया और शङ्ख की छाया के मापों का योग ५५ है । मानवी छाया तथा शङ्ख की छाया की ऊँचाई क्या-क्या हैं ? ॥ ३१ ॥

(२८ और ३) वहाँ दिये गये निम्न गाना १३३ के अक्षरों में कथित निम्न पर आधारित है ।

स्तम्भस्य अवनतिसंख्यानयनसूत्रम्—

छायावर्गाच्छोध्या नरभाकृतिगुणितशङ्कुकृति. ।
सैकनरच्छायाकृतिगुणिता छायाकृतेः शोध्या ॥ ३२ ॥
तन्मूलं छायाया शोध्य नरभानवर्गरूपेण^१ ।
भागं ह्रत्वा लब्धं स्तम्भम्यावनतिरेव स्यात् ॥ ३३ ॥

अत्रोद्देशकः

द्विगुणा पुरुषच्छाया त्र्युत्तरदशहस्तशङ्कोर्भा ।
एकोनत्रिंशत्सा स्तम्भावनतिश्च का तत्रा ॥ ३४ ॥

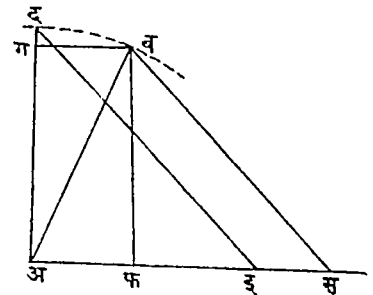
1. हस्तलिपि में नरभान के लिए नृभावर्ग पाठ है, परन्तु वह छद्म की दृष्टि से अशुद्ध है ।

किसी स्तम्भ अथवा ऊर्ध्वाधर शङ्कु की अवनति (झुकाव) के माप को निकालने के लिए नियम—
मानवी छाया के वर्ग और शङ्कु की ऊँचाई के वर्ग के गुणनफल को दी गई छाया के वर्ग में घटाया जाता है । यह शेष, मानवी छाया की वर्ग राशि में एक जोड़ने से प्राप्त योगफल द्वारा गुणित किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त राशि दी गई छाया के वर्ग में से घटायी जाती है । परिणामी शेष के वर्गमूल को छाया के दिये गये माप में से घटाया जाता है । इस प्रकार प्राप्त राशि को जब मानवी छाया की वर्ग राशि में एक जोड़ने से प्राप्त योगफल द्वारा भाजित किया जाता है, तब स्तम्भ की शुद्ध अवनति (झुकाव) का माप प्राप्त होता है ॥ ३२-३३ ॥

उदाहरणार्थ प्रश्न

इस समय मानवी छाया मानवी ऊँचाई से दुगुनी है । स्तम्भ की छाया २९ हस्त है, और स्तम्भ की ऊँचाई ५३ हस्त है । यहाँ स्तम्भ की अवनति का माप क्या है ? ॥ ३४ ॥ प्रासाद के भीतर

(३२-३३) मानलो अवनत (झुके हुए) स्तम्भ की स्थिति अ ब द्वारा निरूपित है । मानलो वही स्तम्भ ऊर्ध्वाधर (लंब-रूप) स्थिति में अ द द्वारा निरूपित है । क्रमशः अ स तथा अ इ उनकी छाया हैं । तब उस समय मानव की छाया और उसकी ऊँचाई का अनुपात $\frac{अ इ}{अ द}$ होगी । मानलो यह अनुपात र के बराबर है । ब से अ द पर गिराया गया लंब ब ग अवनत स्तम्भ अ ब की अवनति निरूपित करता है । यह सरलता पूर्वक दिखाया जा सकता है कि



$$\frac{\sqrt{(अ ब)^2 - (ब ग)^2}}{अ स - ब ग} = \frac{अ द}{अ इ} = \frac{१}{र}$$

$$ब ग = \frac{अ स - \sqrt{(अ स)^2 - \{(अ स)^2 - (अ ब)^2 \times र^2\}}}{र^2 + १}$$

यहाँ दिया गया नियम इसी सूत्र के रूप में प्ररूपित होता है ।

कश्चिद्वाङ्कुमारः प्रासादाभ्यन्तरस्थः सन् ।
 पूर्वाह्ने खिन्नासुर्विनगतकालं नरच्छायाम् ॥ ३५ ॥
 द्वात्रिंशत्स्रोर्ध्वं चाष्टे प्राग्मत्तिमभ्य आयाता ।
 रश्मिमा पश्चाद्भ्रितौ ब्येकत्रिंशत्करोर्ध्वं देक्षत्वा ॥ ३६ ॥
 तद्विद्विद्वयमभ्यं चतुरस्ररश्मिशक्तिः करास्तस्मिन् ।
 चाष्टे विनगतकालं नृच्छायां गणक विगमय्य ।
 कथयच्छायागणिते यद्यस्ति परिभ्रमस्तथ खेत् ॥ ३७ ॥
 समाचतुरभ्यायां वृष्टाहस्तचनार्या नरच्छाया ।
 पुरुषोत्सेधद्विगुणा पूर्वाह्ने प्राकटच्छाया ॥ ३८ ॥
 तस्मिन् चाष्टे पश्चात्तटाभिता का मनेत्रणक ।
 ध्यास्वच्छायाया आनयनं वेसि चेतकथय ॥ ३९ ॥

शङ्कोर्धीपच्छायानयनसूत्रम्—

शङ्कनितवीपोमविराता शङ्कप्रमाणेन ।
 तसम्बद्धं शङ्कोः प्रदीपशङ्कुत्तरं छाया ॥ ४० ॥

छद्रा हुआ कोई राजकुमार पूर्वाह्न दिन में बीते हुए समय को ज्ञात करने का तथा (मानवी ऊँचाई के पदों में एक) मानवी छाया के माप को ज्ञात करने का इच्छुक था । उस सूर्य की रश्मि पूर्व की ओर की दीवाल के मध्य में ३९ इत्स ऊँचाई पर स्थित शिबकी में से आकर पश्चिम ओर की दीवाल पर २९ इत्स की ऊँचाई तक पड़ी । उन दो दीवालों का अंतर २४ इत्स है । हे जाया प्रश्नों से निवृत्त गणितज्ञ यदि तुमने जाया प्रश्नों (से परिचित होने) में परिभ्रम किया हो तो (इस दिन) बीते हुए दिन के समय का माप और इस समय (मानवी ऊँचाई के पदों में एक) मानवी छाया का माप बरकामो ॥ ३५-३७ ॥

पूर्वाह्न समय मानवी छाया मानवी ऊँचाई से दुगुणी है । प्रत्येक विमिति में (dimension) १ इत्स बाहे बर्गाकार छेद के ऊपरीचर जाल के संबंध में पूर्वी दीवाल से उत्पन्न पश्चिमी दीवाल पर पड़ने वाली की ऊँचाई क्या होगी ? हे गणितज्ञ यदि जानते हो, तो बरकामो की कंवरूप दीवाल पर अर्द्ध छाया छाया का माप कितना होगा ? ॥ ३८-३९ ॥

किसी दीवाल के प्रकाश के कारण उत्पन्न होनेवाली शङ्कु की छाया को निकालने के लिये विषम-
 शङ्कु की ऊँचाई द्वारा दासित दीपक की ऊँचाई को शङ्कु की ऊँचाई द्वारा मात्रित करत
 चाहिये । यदि इस प्रकार मात अजलकक के द्वारा दीपक और शङ्कु के बीच की शैलिक शरी की मात्रित
 किया जाव तो शङ्कु का छाया का माप बरबक होता है ॥ ४० ॥

(३५-३७) यह प्रश्न श्लोक ८२ और ९३ में दिये गये नियमों के नियम में है ।

(३८-३९) यह प्रश्न श्लोक ९१ में दिये गये नियमानुसार हल किया जाता है ।

(४०) की बीच कव से कथित नियम यह है — $छ = छ - \frac{व - ध}{ध}$, यहाँ 'छ' शङ्कु की छाया का

अत्रोद्देशकः

शङ्कुप्रदीपयोर्मध्यं पण्णवत्यङ्गुलानि हि ।
द्वादशाङ्गुलशङ्कोस्तु दीपच्छायां वदाशु मे पट्टिर्दीपशिखोत्सेधो गणितार्णवपारग ॥ ४२ ॥

दीपशङ्कुन्तरानयनसूत्रम्—

शङ्कुनितनीपोन्नतिराप्ता शङ्कुप्रामाणेन ।
तल्लब्धहता शङ्कुच्छाया शङ्कुप्रदीपमध्य स्यात् ॥ ४३ ॥

अत्रोद्देशकः

शङ्कुच्छायाङ्गुलान्यष्टौ पट्टिर्दीपशिखोद्वय ।
शङ्कुदीपान्तर ब्रूहि गणितार्णवपारग ॥ ४४ ॥
दीपोन्नतिसंख्यानयनसूत्रम्—

उदाहरणार्थं प्रश्न

किसी शंकु और दीपक की क्षैतिज दूरी वास्तव में ९६ अंगुल है। दीपक की लौ की ऊँचाई जमीन से ६० अंगुल है। हे गणितार्णव (गणित समुद्र) के पारगामी, मुझे शीघ्र ही १२ अंगुल ऊँचे शंकु के सवध में दीपक की लौ के कारण उत्पन्न होने वाली छाया का माप बतलाओ ॥ ४१-४२ ॥

दीपक और शंकु के क्षैतिज अंतर को प्राप्त करने के लिए नियम—

(जमीन से) दीपक की ऊँचाई को शंकु की ऊँचाई द्वारा हासित किया जाता है। परिणामी राशि को शंकु की ऊँचाई द्वारा भाजित करते हैं। शंकु की छाया के माप को, इस प्रकार प्राप्त भजनफल द्वारा गुणित करने पर, दीपक और शंकु का क्षैतिज अंतर प्राप्त होता है ॥ ४३ ॥

उदाहरणार्थं प्रश्न

शंकु की छाया की लंबाई ८ अंगुल है। दीप शिखा (दीपक की लौ) की (जमीन से) ऊँचाई ६० अंगुल है। हे गणितार्णव के पारगामी, दीपक और शंकु के क्षैतिज अंतर के माप को बतलाओ ॥ ४४ ॥

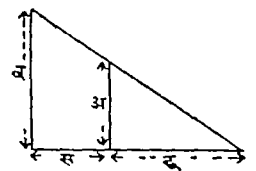
दीपक की (जमीन से ऊपर की) ऊँचाई के सख्यात्मक माप को प्राप्त करने के लिये नियम—

माप है, 'अ' शंकु की ऊँचाई का माप है, 'ब' दीपक की ऊँचाई का माप है,
और 'स' दीपक तथा शंकु के बीच का क्षैतिज अंतर है।

यह सूत्र पार्श्व में दी गई आकृति से स्पष्ट रूप से सिद्ध किया जा सकता है।

(४३) पिछली टिप्पणी में उपयोग में लाये गये प्रतीकों को ही उप-

योग में लाकर, इस नियमानुसार $s = छ \times \frac{ब - अ}{अ}$ होता है।



(४४) अगले ४६-४७ वें श्लोकों के अनुसार शंकु की ऊँचाई का दिया गया माप १२ अंगुल है।

सङ्ख्येष्टायामर्कं प्रदीपसङ्ख्यन्तरं दीकम् ।

सङ्ख्यप्रमाणगुणितं धर्म्यं दीपोन्मतिर्भवति ॥ ४५ ॥

अत्रोद्देशक.

सङ्ख्येष्टाया द्विनिमेष द्विसप्त सङ्ख्यदीपयोः ।

अन्तरं सङ्ख्येष्टायाश्च दीपस्य समुभवि ॥ ४६ ॥

सङ्ख्यप्रमाणमत्रापि द्वादशाङ्कस्य गते ।

शास्त्रोदाहरणे सम्यग्विधात्सुत्रार्थपद्धतिम् ॥ ४७ ॥

पुरुषस्य पादसङ्ख्यायां च तत्पादप्रमाणेन ब्रह्मसङ्ख्यायां च ज्ञात्वा ब्रह्मोन्मते संख्यानधनरं च, ब्रह्मोन्मतिसंख्यायां च पुरुषस्य पादसङ्ख्यायां च संख्यानधनरस्य च सूत्रम्—

स्वसङ्ख्याया मन्कनिजेष्टसङ्ख्याया पुनस्सप्तभिराहता सा ।

ब्रह्मोन्मतिः सात्रिहता स्वपादसङ्ख्यायाहता स्याद्ब्रह्ममथैव नूनम् ॥ ४८ ॥

दीपक और संकु के श्रेष्ठिक ऊपर के माप को संकु की छाया द्वारा मापित किया जाता है तब इस परिष्पनी मन्कसङ्ख्य में एक जोड़ा जाता है । इस प्रकार प्राप्त राशि अब संकु की ऊँचाई । माप द्वारा गुणित की जाती है, तब दीपक की (जमीन से ऊपर की) ऊँचाई का माप उत्पन्न होता है ॥ ४५ ॥

उदाहरणार्थ मन्क

संकु को छाया की ऊँचाई उधको ऊँचाई से गुणनी है । दीपक और संकु को श्रेष्ठिक दूरी च माप २ अंगुल है । इस दूरी में दीपक की जमीन से ऊँचाई कितनी है ? इसी तथा मन्क प्रत्ये संकु की ऊँचाई १२ अंगुल छेकर निम्न के साधन का अर्थ मन्कीमति सील ज्ञेता चाहिये ॥ ४६-४७ ॥

अब मनुष्य की (पाद प्रमाण में दी गई) छाया को ऊँचाई का माप तथा (उसी पाद प्रमाण में दी गई) ब्रह्म की छाया की ऊँचाई का माप ज्ञात हो तब उक्त ब्रह्म की ऊँचाई का संख्यात्मक माप निकालने के लिए निम्न साधन हो जब (उसी पाद प्रमाण से) ब्रह्म की ऊँचाई का संख्यात्मक माप तथा मनुष्य की छाया की ऊँचाई का संख्यात्मक माप ज्ञात हो तब (उसी पाद प्रमाण में) ब्रह्म की छाया की ऊँचाई का संख्यात्मक माप निकालने के लिये निम्न—

किसी व्यक्ति द्वारा चुने पड़े ब्रह्म की छाया की ऊँचाई के माप को बिना पाद प्रमाण में नाप गई उसको निम्न की छाया के माप द्वारा मापित किया जाता है । इससे ब्रह्म की ऊँचाई प्राप्त होती है पर ब्रह्म की ऊँचाई ० द्वारा मापित होकर और निम्न पाद प्रमाण में नापी गई निम्न की छाया द्वारा गुणित होकर निःसन्देह ब्रह्म की छाया को ब्रह्म ऊँचाई के माप को उत्पन्न करती है ॥ ४८ ॥

$$(४) \text{ दूरी मन्कर, } w = \left(\frac{p}{d} + 1 \right) m$$

(४८) यह नियम उपसुक्त १२२ में शीघ्र के उदाहरण में दिये गये निम्न की विधिसे दिया है । वहाँ दिन मने निम्न में मनुष्य की ऊँचाई और उसके पाद माप के बीच का संबंध उपयोग में लिया गया है ।

अत्रोद्देशकः

आत्मच्छाया चतुःपादा वृक्षच्छाया शतं पदाम् ।

वृक्षोच्छ्रायः को भवेत्स्वपादमानेन तं वद ॥ ४९ ॥

वृक्षच्छायायाः संख्यानयनोदाहरणम्—

आत्मच्छाया चतुःपादा पञ्चसप्ततिभिर्युतम् ।

शतं वृक्षोन्नतिवृक्षच्छाया स्यात्क्रियती तदा ॥ ५० ॥

पुरतो योजनान्यष्टौ गत्वा शैलो दशोदयः ।

स्थितः पुरे च गत्वान्यो योजनाशीतितस्ततः ॥ ५१ ॥

तदप्रस्थाः प्रदृश्यन्ते दीपा रात्रौ पुरे स्थितैः ।

पुरमध्यस्थशैलस्यच्छाया पूर्वामूलयुक् ।

अस्य शैलस्य वेधः को गणकाशु प्रकथ्यताम् ॥ ५२३ ॥

इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ छायान्यवहारो नाम अष्टमः समाप्तः ॥

॥ समाप्तोऽयं सारसंग्रहः ॥

उदाहरणार्थ एक प्रश्न

पाद माप में निज की छाया की लम्बाई ४ है । (उसी पाद माप में) वृक्ष की छाया की लम्बाई १०० है । बतलाओ कि (उसी पाद माप में) वृक्ष की ऊँचाई क्या है ? ॥ ४९ ॥

किसी वृक्ष की छाया के संख्यारमक माप को निकालने के संबंध में उदाहरण—

किसी समय निज की छाया की लम्बाई का माप निज के पाद से चौगुना है । किसी वृक्ष की ऊँचाई (ऐसे पाद-माप में) १७५ है । उस वृक्ष की छाया का माप क्या है ? ॥ ५० ॥ किसी नगर के पूर्व की ओर ८ योजन (दूरी) चल चुकने के पश्चात्, १० योजन ऊँचा शैल (पर्वत) मिलता है । नगर में भी १० योजन ऊँचाई का पर्वत है । पूर्वी पर्वत से पश्चिम की ओर ८० योजन चल चुकने के पश्चात्, एक और दूसरा पर्वत मिलता है । इस अंतिम पर्वत के शिखर पर रखे हुए दीप नगर निवासियों को दिखाई देते हैं । नगर के मध्य में स्थित पर्वत की छाया पूर्वी पर्वत के मूल को स्पर्श करती है । हे गणक, इस (पश्चिमी) पर्वत की ऊँचाई क्या है ? शीघ्र बतलाओ ॥ ५१-५२३ ॥

इस प्रकार, महावीराचार्य की कृति सार संग्रहनामक गणित शास्त्र में छाया नामक अष्टम व्यवहार समाप्त हुआ ।

इस प्रकार यह सारसंग्रह समाप्त हुआ ।

(५१-५२३) यह उदाहरण उपर्युक्त ४५ वें श्लोक में दिये गये नियम को निदर्शित करने के लिये है ।

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या अभिधान	उद्गम
करिन् कर्मन्	हाथी An elephant कर्म अथवा कार्य करने का प्रभाव Action · the effect of action as its karma	८ ८	इम देखिए । जैन धर्म के अनुसार आठ प्रकार के कर्म (प्रकृतिबध) होते हैं, अर्थात्, ज्ञानावरणीय, दर्शनावरणीय, मोहनीय, अन्तराय, वेदनीय, नामिक, गोत्रिक और आयुष्क ।
कलाधर	चन्द्रमा The moon	१	इन्दु देखिए ।
कषाय	संसारी वस्तुओं में आसक्ति Attachment to worldly objects	४	जैन धर्म के अनुसार कर्मों के आसव का एक भेद कषाय है, जिसके चार प्रकार हैं, अर्थात्, क्रोध, मान, माया और लोभ ।
कुमारवदन	कुमार अथवा हिंदू युद्ध-देव के मुख The faces of Kumāra of the Hindu war-god	६	यह युद्धदेव छः मुखोंवाला माना जाता है । षण्मुख देखिये ।
केशव	विष्णु का एक नाम A name of Visnu	९	उपेन्द्र देखिए ।
क्षपाकर ख खर	चन्द्रमा The moon आकाश Sky	१ ० ६	इन्दु देखिए । अनन्त देखिए ।
गगन	आकाश Sky	०	अनन्त देखिए ।
गज	हाथी Elephant	८	इम देखिए ।
गति	पुनर्जन्म का मार्ग Passage into rebirth	४	जैन धर्म के अनुसार संसारी जीव चार गतियों में जन्म लेते हैं, अर्थात्, देव, तिर्यञ्च, मनुष्य, नरक । पियेगोरस का Tetractys इससे तुलनीय है ।
गिरि	पर्वत Mountain	७	अचल देखिए ।
गुण	गुण Quality	३	आदि पदार्थ में तीन गुण माने जाते हैं, अर्थात्, सत्त्व, रजस्, तमस् ।
ग्रह	ग्रह A planet	९	हिन्दू ज्योतिष में ९ प्रकार के ग्रह माने जाते हैं, अर्थात्, मंगल, बुध, बृहस्पति, शुक्र, शनि, राहु, केतु, सूर्य और चन्द्रमा ।
चक्षुस्	आँख The eye	२	अक्षि देखिए ।

शब्द	सामान्य अर्थ	वर्णन अभिधान	उद्गम
अम्युषि	महासागर The ocean	४	अग्नि देखिए ।
अम्योषि	महासागर The ocean	४	अग्नि देखिए ।
अश्व	घोड़ा A horse	७	सूर्य के रथ में ७ घोड़े माने जाते हैं ।
अश्विन्	घोड़े सहित Consi- ting of horse	७	अश्व देखिए ।
आकाश	आकाश The sky		अनन्त देखिए ।
रत्न	सूर्य The sun	१२	वर्ष के बारह माहों के संवादी सूर्य की संख्या १२ होती है; अर्थात्, पार्श्व, मित्र, अर्धमन्त्र, इन्द्र, बरह, सूर्य, मम, विवस्वत, पूषन्, उषित्, त्वष्टु और विष्णु । वे बारह आग्निष्क कहलाते हैं ।
इन्द्र	चन्द्रमा The moon	१	पृथ्वी के छिन्ने केवल एक चन्द्रमा है ।
इन्द्र	इन्द्र देवता The god Indra	१४	चौदह मन्वन्तरो में से प्रत्येक के छिन्ने १ इन्द्र की दर से चौदह इन्द्र होते हैं ।
इन्द्रिय	इन्द्रिय An organ of sense	५	इन्द्रियाँ पाँच प्रकार की होती हैं, श्रोत्र, नास, जीम, कान और वहीर (स्पर्शन्) ।
इय	हाथी Anelephant	८	उत्तर की आठ दिशा निर्दिष्टाओं की रक्षा आठ हाथी करते हुए करते जाते हैं । वे देववत, पुष्यरीक, वामन, कुमुद, अश्विन पुष्यदन्त, शार्वरीम और सुमतीक हैं ।
इय	धनुष An arrow	८	मन्मथ के पाँच बाण माने जाते हैं अर्थात्, अरविन्, अशोक, शूल, नवमञ्जिका और नीलोत्पल ।
ईक्षन्	श्रोत्र The eye	२	अग्नि देखिए ।
उषि	महासागर The ocean	४	अग्नि देखिए ।
उषेन्द्र	ममवान् विष्णु God Visnu	९	विष्णु के ९ अवतार माने जाते हैं ।
ऋतु	ऋतु A season	६	संस्कृत साहित्य के अनुसार वर्षा में ६ ऋतुएँ होती हैं अर्थात् अश्विन, शीत, वर्षा, शरद, हेमन्त शिशिर ।
कर	हाथ The hand	२	मानव के दो हाथ होते हैं ।
करपीय	जो करने जाते हैं अथ That which has to be done : an act of devotion or austeriry		दैन धर्म के अनुसार पाँच प्रकार के ऋतु होते हैं, अर्थात्, अहिंसा, अश्रु, अस्तेय, ब्रह्मचर्य और अपविग्रह ।

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या अभिधान	उद्गम
करिन्	हाथी An elephant	८	इम देखिए ।
कर्मन्	कर्म अथवा कार्य करने का प्रभाव Action : the effect of action as its karma	८	जैन धर्म के अनुसार आठ प्रकार के कर्म (प्रकृतिवध) होते हैं, अर्थात्, ज्ञानावरणीय, दर्शनावरणीय, मोहनीय, अन्तराय, वेदनीय, नामिक, गोत्रिक और आयुष्क ।
कलाघर	चन्द्रमा The moon	१	इन्दु देखिए ।
कषाय	संसारी वस्तुओं में आसक्ति Attachment to worldly objects	४	जैन धर्म के अनुसार कर्मों के आस्रव का एक भेद कषाय है, जिसके चार प्रकार हैं, अर्थात्, क्रोध, मान, माया और लोभ ।
कुमारवदन	कुमार अथवा हिंदू युद्ध-देव के मुख The faces of Kumāra of the Hindu war-god	६	यह युद्धदेव छः मुखोंवाला माना जाता है । षण्मुख देखिये ।
केशव	विष्णु का एक नाम A name of Visnu	९	उपेन्द्र देखिए ।
क्षपाकर	चन्द्रमा The moon	१	इन्दु देखिए ।
ख	आकाश Sky	०	अनन्त देखिए ।
खर		६	
गगन	आकाश Sky	०	अनन्त देखिए ।
गज	हाथी Elephant	८	इम देखिए ।
गति	पुनर्जन्म का मार्ग Passage into rebirth	४	जैन धर्म के अनुसार संसारी जीव चार गतियों में जन्म लेते हैं, अर्थात्, देव, तिर्यञ्च, मनुष्य, नरक । पिथेगोरस का Tetractys इससे तुलनीय है ।
गिरि	पर्वत Mountain	७	अचल देखिए ।
गुण	गुण Quality	३	आदि पदार्थ में तीन गुण माने जाते हैं, अर्थात्, सत्त्व, रजस्, तमस् ।
ग्रह	ग्रह A planet	९	हिन्दू ज्योतिष में ९ प्रकार के ग्रह माने जाते हैं, अर्थात्, मंगल, बुध, बृहस्पति, शुक, शनि, राहु, केतु, सूर्य और चन्द्रमा ।
चक्षुस्	आँख The eye	२	अक्षि देखिए ।

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या अभिधान	उद्देश
चन्द्र	चन्द्रमा The moon	१	इन्दु देखिए।
चन्द्रमस्	चन्द्रमा The moon	१	इन्दु देखिए।
आकाश पद	आकाश Sky		अनन्त देखिए।
आकाश	महासागर Ocean	४	अग्नि देखिए।
आकाशनिधि	महासागर Ocean	४	अग्नि देखिए।
विन	बह नाम जिसमें भरिहृत सिद्ध, आचार्य, उपाध्याय और सब साधुओं का नाम समित रहता है। The name which implies Arhat, Siddhas, Acharyas, Upadhyayas & all Saints.	२४	विन आगम के अनुसार मरल कर्मज्ञ में अन्तर्निधी काल में २४ तीर्थंकर होते हैं प्रथम तीर्थंकर स्वयम्भूव और अंतिम तीर्थंकर वर्द्धमान महावीर माने जाते हैं।
आग	आग Fire	३	अग्नि देखिए।
तत्त्व	तत्त्व Elementary Principles.	७	चैन धर्म में सात तत्त्वों की मान्यता इस प्रकार है : धीन (चेतन), अधीन (अचेतन), आसन्न (कर्मों के जाने के द्वार), वीच (कर्मों का आत्मा के साथ सम्बन्ध) संकर (आसन्न का निरोध), निर्धर (कर्मों का एक बंध नाश) और मोक्ष (आत्मा का पूर्ण रूप से कर्मों से छूटना)।
वस्तु	शरीर Body	८	शिव का वस्तु आठ वस्तुओं से बना हुआ माना जाता है : पृथ्वी, वायु, तेजस्, वायु, अकाश, धरत, चन्द्र, यन्मान।
दर्श	Evidence	६	दर्श के छः प्रकार हैं : प्रत्यक्ष, अनुमान, उपमान, शब्द, अर्थोपपत्ति और अनुपपत्ति।
तादर्थ्यत्व	विष्णु Vishnu	१	उपन्द्र देखिए।
तीर्थंकर	Tirthankar or Jina	२४	विन देखिए।
इन्द्रि	हाथी An elephant	८	इम देखिए।
इन्द्रि	लौकिक कर्म Worldly action	८	कर्मन् देखिए।

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या अभिधान	उद्गम
दुर्गा	पार्वती का अवतार Name of Manifestation of Parvati or Durga.	९	दुर्गा के ९ अवतार माने जाते हैं ।
दिक्	दिशा बिन्दु Quarter or a cardinal point of the universe.	८	लोक में आठ दिशाबिन्दु माने जाते हैं ।
दिक्	दिशाएँ Directions	१०	दस दिशाओं की मान्यता इस प्रकार है कि चार दिशाएँ, चार विदिशाएँ तथा अधो और ऊर्ध्व दिशाएँ मिलकर दस दिशाएँ होती हैं ।
दिक्	आकाश Sky	०	अनन्त देखिए ।
दृक्	आँख The eye	२	अक्षि देखिए ।
दृष्टि	" " "	" "	" " "
द्रव्य	द्रव्य का लक्षण सत् है और जो उत्पत्ति, विनाश और ध्रौव्यता सहित है वह सत् है । Elementary substance whose characteristic is existence implying manifestation, disappearance & permanence.	६	जिनागम के अनुसार ६ द्रव्य हैं : जीव, धर्म, अधर्म, पुद्गल, काल और आकाश ।
द्विप	हाथी An Elephant	८	इम देखिए ।
द्विरद्वीप	"	" "	" "
द्वीप	पृथ्वी में स्थित पौराणिक द्वीप विभाग A puranic insular division of the terrestrial world.	७	इनके सात विभाग हैं जम्बू, प्लक्ष, शाल्मली, कुश, क्रौञ्च, शाक, पौण्ड्र ।

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या व्युत्पत्ति	उद्गम
वायु	शरीर के संरचनात्मक अवयव Constituent principles of the body	७	छठ भातुर्ण्य से है—रस (Chyle), रक्त, मांस, चर्बी, अस्थि मज्जा, शीर्ष ।
पृति	छंद का एक विभेद का नाम Name of a kind of metre	१८	इस छंद में श्लोक के प्रत्येक पद में १८ अक्षर रहते हैं ।
नग	पर्वत Mountain	७	अपचल देखिए ।
नन्द	राजाओं का वंश का नाम Name of a dynasty of kings	९	कहा जाता है कि मगध में ९ नन्द राजाओं ने राज्य किया ।
नमसु नय	आकाश Sky बस्तु का एक अंश महत्व करने का विधि Method of Comprehending things from particular stand-points	२	अनन्त देखिये । विनायगम में मुख्यतः दो नयों का निरूपण है : प्रत्यक्षिक नय और पर्यायिक नय ।
नयन	आँसू The eye	२	अग्नि देखिए ।
नाय	हाथी An elephant	८	इस देखिए ।
निधि	सकना Treasure	९	कुबेर के पास नव प्रतिद्वि निधियाँ मानी जाती हैं : पद्म, महापद्म, सद्म, मकर, कम्बुज, मुकुन्द, कुन्द, नील, शर्ष । विनायगम में चक्रवर्ती के भी इनसे भिन्न नव-निधियों का उल्लेख है ।
नेत्र पदार्थ	आँसू The eye बस्तुओं के विभेद Category of things	१ ९	अग्नि देखिए । विनायगम में सात तत्व तथा पुण्य और पाप के दो भिन्न-भेद नव पदार्थ होते हैं । उल्लेख देखिए ।

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या अभियान	उद्गम
पन्नग	सर्प The serpent	७	हिन्दू पुराणों में कभी कभी आठ और कभी कभी सात प्रकार के सर्पों का वर्णन मिलता है।
पयोधि	समुद्र Ocean	४	अग्नि देखिए।
पयोनिधि	" "	" "	" " "
पावक	अग्नि Fire	३	अग्नि देखिए।
पुर	नगर City	३	हिन्दू पुराणों के अनुसार तीन असुरों के प्ररूपक तीन पुरों ने देवों के प्रति अत्याचार किया और शिव ने उन्हें विनष्ट किया। त्रिपुरान्तक से तुलना करिए।
पुष्करिन्	हाथी Elephant	८	इम देखिए।
प्रालेयाशु	चंद्रमा The Moon	१	इन्दु देखिए।
बन्ध	कर्म बंध Karmic bondage	४	जिनागम में बंध के मुख्यतः चार भेद बतलाए गये हैं : प्रकृति बंध, स्थिति बंध, अनुभाग बंध और प्रदेश बंध।
बाण	बाण Arrow	५	इषु देखिए।
भ	नक्षत्र A constellation	२७	हिन्दू ज्योतिष में सूर्य पथ पर मुख्यतः २७ नक्षत्रों की गणना की गई है।
भय	डर Fear	७	
भाव	तत्व Elements	५	पाच तत्व या पच भूत ये हैं : पृथ्वी, अप्, तेजस्, वायु, आकाश।
भास्कर	सूर्य The Sun	१२	इन देखिए।
भुवन	लोक The World	३	ऊर्ध्वलोक, मध्यलोक, और अधोलोक, की मान्यता है।
भूत	तत्व Element	५	भाव देखिए।
भूध	पर्वत Mountain	७	अचल देखिए।
मद	घमण्ड Pride	८	अष्ट मद के भेद इस प्रकार है . ज्ञान, रूप, कुल, जाति, बल, ऋद्धि, तप, शरीर का मद।
महीप्र	पर्वत Mountain	७	अचल देखिए।
मातृका	देवी A goddess	७	साधारणतः सात प्रकार की देवियों मानी जाती हैं।
सुनि	साधु Sage	७	मुख्यतः सात प्रकार के ऋषियों का उल्लेख मिलता है : कश्यप, अत्रि, भरद्वाज, विश्वामित्र, गौतम, जमदग्नि, वसिष्ठ।
मृगाङ्ग	चंद्रमा The Moon	१	इन्दु देखिए।
मृद	शिव या रुद्र का नाम A name of Siva or Rudra	११	रुद्रों की संख्या ११ मानी गई है।

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या	व्युत्पत्ति	उद्गम
वृत्ति	मृनि Sage	७	मृनि देखिए ।	
रबनीचर	चन्द्रमा The Moon	१	इन्दु देखिए ।	
रत्न	त्रयलिपि Trinity	३	विनायक में मोम का मार्ग सम्पत्तार्थन, सम्पत्तन, और सम्पत्तारिष का एक होना बतलाया गया है, किन्हीं तीन रत्न भी निकरित किया गया है ।	
रत्न	मूल्यान पत्थर A precious gem	९	नव प्रकार के रत्न माने गये हैं : यज, वेङ्क, गोमेर, पुष्पराग पद्मराग, मरकत, नील, युक्त, प्रवाल ।	
रत्न	छिद्र Opening	९	मानव शरीर में नव मुख्य रत्न होते हैं ।	
रस	स्वाद Taste	६	मुख्य रस छः हैं : मसुर, अम्ल, क्वथ, कटुक, तिक्त, कषाय ।	
रत्न	शिव का नाम Name of a Deity	१२	मूत्र देखिए ।	
रूप	आकार Form or shape	१	प्रत्येक वस्तु का केवल एक रूप होता है ।	
रत्न	नव शक्तियों की प्राप्ति Attainment of nine powers	९	नव शक्तियों निम्नलिखित हैं : अनन्त दर्शन, अनन्त ज्ञान, शारीक सम्पत्तन, शारीक धारिष, शारीक दान, शारीक अम, शारीक मोम, शारीक उपमोम, शारीक शीर्ष । ये शक्तियों के अर्थ से शारीक माद के रूप प्राप्त होते हैं ।	
रत्न	Attainment	९	रत्न देखिए ।	
रत्न	World	६	शुचन देखिए ।	
रत्न	आँख The eye	३	अग्नि देखिए ।	
रत्न	वर्ण	६	विनायक में वर्ण के पाँच प्रकार हैं : कृष्ण, नील, पीत रक्त और श्वेत ।	
रत्न	वैदिक देवताओं की एक शक्ति A class of Vedic deities	८	ये देवता संख्या में आठ होते हैं ।	
रत्न	अग्नि Fire	३	अग्नि देखिए ।	
रत्न	हाथी Elephant	८	हम देखिए ।	
रत्न	समुद्र Ocean	४	अग्नि देखिए ।	
रत्न	चन्द्रमा The moon	१	इन्दु देखिए ।	
रत्न	समुद्र Ocean	४	अग्नि देखिए ।	
रत्न	"	"	"	

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या अभिधान	उद्गम
विषय	इंद्रियों के विषय Object of sense	५	पंचेन्द्रियों के विषय पाच हैं • गन्ध, रस, रूप, स्पर्श, शब्द ।
वियत्	आकाश Sky	०	अनन्त देखिए ।
विश्व	वैदिक देवताओं का एक समूह A group of Vedic deities	१३	इस समूह में १३ सदस्य होते हैं ।
विष्णुपाद वेद	आकाश Sky	०	अनन्त देखिए ।
वैश्वानर	The Vedas	४	चार वेद ये हैं : ऋक्, यजुस्, साम, अथर्व ।
व्यसन	अग्नि Fire	३	अग्नि देखिए ।
व्योम व्रत	बुरी आदत An unwholesome addiction	७	जिनागम में जीव का अहित करने वाले सप्त व्यसन निम्नलिखित रूप में उल्लिखित हैं : द्यूत, मांस भक्षण, मदिरापान, वेद्यागमन, परस्त्री सेवन, अस्तेय, आखेट ।
	आकाश Sky	०	अनन्त देखिए ।
	अणु व्रत या महाव्रत Partial or whole act of devotion or austerities	५	जिनागम में अणु व्रत और महाव्रत ५ हैं । हिंसा, झूठ, कुशील, परिग्रह और स्तेय (चोरी) नामक पांच पापों से एक देश विरक्त होना अणुव्रत है । हिंसादि पांच पापों का सर्वथा त्याग करना महाव्रत है । करणीय भी देखिए ।
शङ्कर	रुद्र का नाम Name of Rudra	११	मृड देखिए ।
शर	बाण Arrow	५	हस्त देखिए ।
शशधर	चंद्र The Moon	१	इन्द्रु देखिए ।
शशलाञ्छन	" "	"	" "
शशाङ्क	" "	"	" "
शशिन्	" "	"	" "
शस्त्र	बाण Arrow	५	हस्त देखिए ।
शिखिन्	अग्नि Fire	३	अग्नि देखिए ।
शिलीमुखपद	षट्पद The legs of a bee	६	मधुमक्खी या भौरे के छः पैर माने जाते हैं ।
शैल	पर्वत Mountain	७	अचल देखिए ।
श्वेत		१	
सल्लिकाकर	समुद्र Ocean	४	अन्वि देखिए ।
सागर	" "	"	" "

शब्द	सामान्य अर्थ	संख्या अभिधान	उद्गम
बाणक	बाण Arrow	५	इयु देखिए ।
चिन्तुर	हाथी Elephant	८	इम देखिए ।
दर्य	The Sun	१२	इल देखिए ।
सोम	चंद्र The moon	४	इन्दु देखिए ।
स्तम्भेय	हाथी Elephant	८	इम देखिए ।
स्वर	संगीत का स्वर A note of the musical scale	७	छात शब्द स्वर हैं पञ्चम, ऋषभ, गांधार, मध्यम, पञ्चम, औषध, निषाद । संगीत के प्रारम्भ में इन्हीं सप्त स्वरों के आदि अक्षरों को गहन कर ल, रि, ग, म प ष, नि का ज्ञान किया जाता है ।
हव	घोड़ा Horse	७	अश्व देखिए ।
हर	रुद्र का नाम Name of Rudra	११	गूढ देखिए ।
हर नेत्र	Siva's eyes	३	शिव की दो आँखों के सिद्धाय एक हीर आँसु मस्तक के मध्य में रहती है ।
हुठबह	अग्नि Fire	३	अग्नि देखिए ।
हुठाधन	" "	" "	" " "
हिमकर	चाना The Moon	१	इन्दु देखिए ।
हिमगु	" "	" "	" " "
हिमांशु	" "	" "	" " "

परिशिष्ट २

अनुवाद में अवतरित संस्कृत शब्दों का स्पष्टीकरण

आबाधा Ābādḥā	Segment of a straight line forming the base of a triangle or a quadrilateral.
आढक Ādhak	A measure of grain.
अध्वान Adhvān	परिशिष्ट-४ की सारिणी ३ देखिए । The vertical space required for presenting the long and short syllables of all the possible varieties of metre with any given number of syllables, the space required for the symbol of a short or a long syllable being one <i>aguṅla</i> and the intervening space between each variety being also an <i>angula</i> .
आदिघन Ādīdhana	अध्याय ६—३३३ ^१ से ३३६ ^२ का टिप्पण देखिए । Each term of a series in arithmetical progression is conceived to consist of the sum of the first term and a multiple of the common difference The sum of all the first terms is called the <i>Ādīdhan</i>
आदिमिश्रघन Ādimiśradhana	अध्याय २—६३ और ६४ का टिप्पण देखिए । The sum of a series in arithmetical progression combined with the first term thereof.
अगरु Agaru	अध्याय २—८० से ८२ का टिप्पण देखिए । A kind of fragrant wood, <i>Amyris agallocha</i> .
अम्ल वेतस Amla-vētaśa	A kind of sorrel, <i>Rumex vesicarius</i> .
अमोघवर्ष Amōghvarśa	Name of a king, <i>lit</i> : one who showers down truly useful rain
अंश Aṁśa	A measure of weight in relation to metals
अंशमूल Aṁśamūla	परिशिष्ट ४ की सारिणी ६ देखिए । Square root of a fractional part
	अध्याय ४—३ का टिप्पण देखिए ।

अंगुल	A measure of length finger measure
Angula	अध्याय २-१५ से १९ तथा परिधि ४ की सारिणी १ देखिए ।
अंतरावलयक	Inner perpendicular the measure of a string
Antārāvalam	suspended from the point of intersection of two
baka	strings stretched from the top of two pillars to a
	point in the line passing through the bottom of
	both the pillars
अन्त्यधन	The last term of a series in arithmetical or
Antyadhana	geometrical progression.
अणु	Atom or particle
Anu	अध्याय १-१५ से २० तथा परिधि ४, सारिणी १ देखिए ।
अस्त्रिनेमि	The twenty second <i>Tirthakar</i>
Aristanēmi	
अर्बुद	Name of the eleventh place in notation.
Arbud	
अरजुन	Name of a tree <i>Terminalia, Arjuna</i> W & A.
Arjuna	
अशित	Name of a tree <i>Grislea Tomentosa.</i>
Asita	
अशोक	Name of a tree <i>Jonesia Asoka</i> Roxb
Asūka	
आर्द्र-आर्द्र फल	A kind of approximate measure of the cubical
Aurḍra-	contents of an excavation or of a solid This kind
Aurḍraphala	of approximate measure is called Auttra by Brahm-
	agupta अध्याय ८- का शिष्य देखिए ।
आवलि	A measure of time परिधि ४, सारिणी २ देखिए ।
Āvalli	
आयन	" " "
Ayana	
बीज	Literally seed here it is used to denote a set of two
l ija	positive integers with the aid of the product and
	the squares whereof, as forming the measure of the
	sides a right angled triangle may be constructed
	अध्याय ३- २ का शिष्य देखिए ।

भाग	A measure of baser metals.
Bhāga	परिशिष्ट ४, सारिणी ६ देखिए । A measure fraction. A variety of miscellaneous problems on fractions. अध्याय ४—३ का टिप्पण देखिए ।
भागभाग	A complex fraction
Bhāgabhāga	
भागान्यास	A variety of miscellaneous problems on fractions.
Bhāgābhyāsa	अध्याय ४—३ का टिप्पण देखिए ।
भागहार	Division.
Bhāgahāra	
भागमात्र	Fractions consisting of two or more of the varieties of
Bhāgamātr	<i>Bhāga, Prabhāga, Bhūgabhāga, Bhāgānubandha</i> and <i>Bhāgāpavāha</i> fractions. अध्याय ३—१२८ का टिप्पण देखिए ।
भागानुबंध	Fractions in association.
Bhāgānubandha	अध्याय ३—१२३ का टिप्पण देखिए ।
भागापवाह	Dissociated fractions.
Bhāgāpāvāha	अध्याय ३—१२३ का टिप्पण देखिये ।
भागसम्बर्ग	A variety of miscellaneous problems on fractions.
Bhāgasamvarga	अध्याय ४—३ का टिप्पण देखिए ।
भाज्य	The middle one of the three places forming the cube
Bhājya	root group, that which has to be divided अध्याय २—५३ और ५४ का टिप्पण देखिए ।
भाग	A measure of baser metals परिशिष्ट ४, सारिणी ६ देखिए ।
Bhāra	
भिन्नदृश्य	A variety of miscellaneous problems on fraction
Bhinnadrśya	अध्याय ४—३ का टिप्पण देखिए ।
भिन्नकुट्टीकार	Proportionate distribution involving fractional
Bhinnakuttī-	quantities पृष्ठ १२३ की पाद-टिप्पणी देखिए ।
kāra	
चक्रिकाभञ्जन	The destroyer of the cycle of recurring rebirths, also
Cakrikābhāñ-	the name of a king of the Rāstrakūṭa dynasty.
jana	
चम्पक	Name of a tree bearing a yellow fragrant flower,
Campaka	<i>Michelia Champaka</i>
छन्द	A syllabic metre
Chandas	
चिति	Summation of series.
Citi	

विन-कुट्टीकर Citra-kuṭṭikāra	Curious and interesting problems involving proportionate division.
विन-कुट्टीकर मिम Citra kuṭṭikāra mimra	Mixed problems of a curious and interesting nature involving the application of the operation of proportionate division.
दण्ड Daṇḍa	A measure of distance परिधि ४ की सारिणी १ देखिए ।
दश Dasa	Tenth place
दशकोटि Dasa-kōṭi	Ten Crore
दशलक्ष Dasa Lakṣa	Ten Lakhs or one million
दश सहस्र Dasa-sahasra	Ten thousand
धरणा Dharaṇa	A weight measure of gold or silver ; परिधि ४ की सारिणी ४ और ५ देखिए ।
दीनार Dināra	A weight measure of baser metals Also used as the name of a coin परिधि ४ की सारिणी १ देखिए ।
द्रक्षुण Drakṣuṇa	A weight measure of baser metals. परिधि ४ की सारिणी १ देखिए ।
द्रोण Drōṇa	A measure of capacity in relation to grain परिधि ४ की सारिणी १ देखिए ।
दुण्डुका Duṇḍuka	Name of a tree
द्विसौबन्धु Dvīsraśāṣṭṣamūla	A Variety of miscellaneous problems on fractions
एक Eka	Unit place
गण्डका Gaṇḍaka	A weight measure of gold परिधि ४ की सारिणी ४ देखिए ।
घन Ghana	Cubing; the first figure on the right among the three digits forming a group of figures into which a numerical quantity whose cube root is to be found out has to be divided. अन्वय २-५ ५४ का द्विज्य देखिए ।

घनमूल	Cube root.
Ghanamūla	
घटी	A measure of time, परिशिष्ट ४ की सारिणी २ देखिए ।
Ghati	
गुणकार	Multiplication.
Gunakāra	
गुणघन	The product of the common ratio taken as many times as the number of terms in a geometrically progressive series multiplied by the first term अध्याय २-९३ का टिप्पण देखिए ।
Gunadhana	
गुञ्जा	A weight measure of gold or silver. परिशिष्ट ४ की सारिणीया ४ और ५ देखिए ।
Guñjā	
हस्त	A measure of length. परिशिष्ट ४ की सारिणी १ देखिए ।
Hasta	
हिताल	Name of a tree, <i>Phaenix</i> or <i>Elate Paludosa</i> .
Hintāla	
इच्छा	That quantity in a problem on Rule-of-Three in relation to which something is required to be found out according to the given rate
Icchā	Sapphire
इन्द्रनील	
Indranīla	
जम्बू	Name of a tree, <i>Eugenia Jambalona</i> .
Jambū	
जन्य	Trilateral and quadrilateral figures that may be derived out of certain given data called <i>bījas</i> .
Janya	
जिन	Those who have attained partial or whole success in getting themselves absorbed in the unification of their souls' right faith, right knowledge and right character may be called Jinas
Jinas	
जिनपति	The chief of the Jinas, generally, <i>Tīrthankara</i> .
Jinapati	
जिन-शान्ति	The sixteenth <i>Tīrthankara</i>
Jina-Śānti	
जिन-वर्द्धमान	The last or twenty-fourth <i>Tīrthankara</i>
Jina-Vardhamāna	

कदम्ब	Name of a tree <i>Nauclea Cadamba</i> .
Kadamba	
कला	A weight measure of baser metals.
Kala	परिधि ४, छारिनी ३ देखिए ।
कलासवर्ण	Fraction अम्याय ३ के प्रथम स्तोक में पृष्ठ ३३ पर कलासवर्ण की पाठ
Kalāsavarṇa	दिय्यनी देखिए ।
कर्म	The mundane soul has got vibrations through mind,
Karma	body or speech. The molecules and atoms, which assume the form of mind, body or speech, engender vibrations in the soul, whereby an infinite number of subtle atoms and ultimate particles are attracted and assimilated by the soul. This assimilated group of atoms is termed as Karma. Its effect is visible in the multifarious conditions of the soul. There are eight main classifications of the nature of Karma.
	परिधि १ में कर्म देखिए ।
कर्मान्तिक	A kind of approximate measure of the cubical contents of an excavation or of a solid अम्याय ८—९ का
Karmāntika	दिय्य देखिए ।
कर्स	A weight measure of gold or silver परिधि ४ की छारिनिर्वो
Karsa	४ और ५ देखिए ।
कर्सपाण	A Karsa.
Karsāpaṇa	
केतकी	Name of a tree <i>Pandanus Odoratissimus</i>
Kētaki	
खारी	A measure of capacity in relation to grain.
Khārī	
खर्	The thirteenth place in notation
Khara	
खिस्तु	A measure of length in relation to the sawing of wood.
Kiṣṭu	
खारी	Crora, the 8th place in notation.
Kṛā	
खटिका	A numerical measure of cloths, jewels and canes
Ḫotikā	परिधि ४ की छारिनी ३ देखिए ।
खेर	A measure of length परिधि ४ की छारिनी २ देखिए ।
Krōca	

कृष्णागर	A kind of fragrant wood ; a black variety of <i>Agallochum</i>
Krasnāgaru	
कृति	Squaring.
Krti	
क्षेपपद	Half of the difference between twice the first term and the common difference in a series in arithmetical progression.
Ksēpapada	
क्षित्या	The 21st place in notation.
Ksityā	
क्षोभ	The 23rd place in notation.
Ksōbha	
क्षोणी	The 17th place in notation.
Ksōṇī	
कुदह या कुदब	A measure of capacity in relation to grain. परिशिष्ट ४ की सारिणी ३ देखिए ।
Kudaha or	
Kudaba	
कुम्भ	" " "
Kumbha	
कुङ्कुम	The pollen and filaments of the flowers of saffron, <i>Croesus sativus</i>
Kunkuma	
कुर्वक	Name of a tree , the <i>Amaranth</i> or the <i>Barleria</i>
Kurvaka	
कुटज	Name of a tree , <i>Wrightia Antidysenterica</i> .
Kutaja	
कुटीकार	Proportionate division, अध्याय ६-७९ $\frac{१}{२}$ देखिए ।
Kuttikāra	
लभ	Quotient or share
Lābha	
लक्ष	Lakh, the 6th place in notation.
Lakṣ	
लङ्का	The place where the meridian passing through Ujjain meets the equator
Lankā	
लव	A measure of time. परिशिष्ट ४ की सारिणी २ देखिए ।
Lava	
मधुक	Name of a tree, <i>Bassia Latifolia</i>
Madhuka	

मध्यधन Madhya dhana	The middle term of a series in arithmetical progression अध्याय २-६३ का टिप्पण देखिए ।
महाक्षरं Mahākharva	The 14th place in notation
महासित्या Mahāksityā	The 22nd place in notation
महाशोभ Mahāśobha	The 24th place in notation.
महाशोभी Mahāśobhī	The 18th place in notation.
महापद्म Mahāpadma	The 16th place in notation
महापङ्क Mahāpaṅka	The 20th place in notation.
महावीर Mahāvīra	A name of Vardhamāna.
मानी Māni	A measure of capacity in relation to grain. परिशिष्ट ४ कारिणी ३ देखिए ।
मर्दल Mardala	A kind of drum for a longitudinal section, see note to chapter 7th, 32nd stanza.
मार्ग Mārga	Section the line along which a piece of wood is cut by a saw
माष Māsa	A weight measure of silver परिशिष्ट ४, कारिणी ५ देखिए ।
मेरु Mēru	Name of a tapering mountain forming the centre of <i>Jambu dvīpa</i> all planets revolving around it.
मिश्रधन Mīśradhana	Mixed sum. अध्याय २-८ से ८२ का टिप्पण देखिए ।
मृदङ्ग Mrdanga	A kind of drum ; for a longitudinal section see note to chapter 8th, 32nd stanza.
मुहूर्त Muhūrta	A measure of time परिशिष्ट ४ कारिणी २ देखिए ।
मुख Mukha	The topside of a quadrilateral.
मूला Mūla	Square root a variety of miscellaneous problems on fractions. अध्याय ४-३ का टिप्पण देखिए ।

मूलमिश्र	Involving square root, a variety of miscellaneous
Mūlamisra	problems on fractions. अध्याय ४-३ का टिप्पण देखिए ।
मुरज	A kind of drum, same as Mradaṅga.
Muraja	
नन्द्यावर्त	Name of a palace built in a particular form अध्याय
Nandyāvarta	६-३३०३ का टिप्पण देखिए ।
नरपाल	King, probably name of a king
Narapāla	
नीलोत्पल	Blue water-lily
Nilōtpala	
निरुद्ध	Least common multiple
Niruddha	
निष्क	A golden coin.
Niska	
न्यर्बुद	The 12th place in notation.
Nyarbuda	
पाद	A measure of length. परिशिष्ट ४, सारिणी ६ देखिए ।
Pāda	
पद्म	The 15th place in notation.
Padma	
पद्मराग	A kind of gem or precious stone
Padmarāga	
पैशाचिक	Relating to the devil, hence very difficult or
Paiśācika	complex
पक्ष	A measure of time. परिशिष्ट ४, सारिणी २ देखिए ।
Pakṣa	
पल	A weight measure of gold, silver and other metals
Pala	परिशिष्ट ४ की सारिणियों ४, ५, ६ देखिए ।
पण	A weight measure of gold, also a golden coin
Paṇa	परिशिष्ट ४ की सारिणी ४ देखिए ।
पणव	A kind of drum, for longitudinal section see note
Panava	to Chapter 7th, 32nd stanza.
परमाणु	Ultimate particle परिशिष्ट ४, सारिणी १ देखिए ।
परिकर्मन्	Arithmetical operation.
Parikarman	
पार्श्व	The 23rd Tirthankara
Pārśva	

पाटली	A tree with sweet-scented blossoms <i>Bignonia</i>
Pātālī	<i>Suaveolens</i>
पाटिका	A measure of saw work.
Paṭṭikā	परिधि ४, शरिणी १० तथा अण्वाय ८—११ से १७ $\frac{१}{२}$ का नियम देखिए ।
फल	A given quantity corresponding to what has to be
Phala	found out in a problem on the Rule-of-Three अण्वाय ५—२ का नियम देखिए ।
प्लक्ष	Name of a tree; the waved leaf fig-tree, <i>Ficus In-</i>
Plakṣa	<i>factoria</i> or <i>Religiosa</i>
प्रभाग	Fraction of a fraction
Prabhāga	
प्रकीर्णक	Miscellaneous problems
Prakīrṇaka	
प्रक्षेपक	Proportionate distribution
Prakṣēpaka	
प्रक्षेपक-करण	An operation of proportionate distribution.
Prakṣēpaka karaṇa	
प्रमात्र	A measure of length, परिधि ४, शरिणी १ देखिए ।
Pramāna	The given quantity corresponding to <i>Ichchā</i> , in a problem on Rule-of-Three अण्वाय ५—२ का नियम देखिए ।
प्रपूर्मिका	Literally, that which completes or fills; here, base Prapūrṇikā metals mixed with gold dross.
प्रस्थ	A measure of capacity in relation to grain, परिधि ४ Prastha की शरिणिनी १ और १ देखिए ।
प्रत्युत्पन्न	Multiplication
Pratyutpanna	
प्रवर्तिक	A measure of capacity in relation to grain.
Pravartikā	
पुत्राय	Name of a tree; <i>Rottleria Tinctoria</i> .
Punnāga	
पुरण	A weight measure of silver—probably also a coin.
Purṇa	परिधि ४ शरिणी ५ देखिए ।
पुष्पग	A kind of gem or precious stone
Puṣṣarāga	

रथरेणु Ratharēnu	A particle. परिशिष्ट ४ सारिणी १ देखिए ।
रोमकापुरी Rōmkāpuri	A place 90° to the west of Lankā.
ऋतु Rtu	Season, here used as a measure of time. परिशिष्ट ४, सारिणी २ देखिए ।
सहस्र Sahasra	Thousand.
शक Saka	The teak tree.
सकल कुट्टीकार Sakala Kuttī- kāra	Proportionate distribution, in which fractions are not involved.
साल Sāla	The <i>Sāla</i> tree, <i>Shorea Robusta</i> or <i>Valeria Robusta</i>
सल्लकी Sallakī	Name of a tree, <i>Boswellia Thurifera</i> .
समय Samaya	The ultimate part of time measure परिशिष्ट ४, सारिणी २ देखिए ।
सङ्कलित Sankalita	Summation of series
सङ्ख Sāṅkha	The 19th place in notation
सङ्क्रमण Sāṅkramana	An operation involving the halves of the sum and the difference of any two quantities अध्याय ६—२ का टिप्पण देखिए ।
सङ्क्रान्ति Sankrānti	The passage of the sun from one zodiacal sign to another
शान्ति Sānti	See Jina-Sānti
सरल Sarala	Name of a tree, <i>Pinus Longifolia</i> .
सारस Sārasa	A kind of bird, the Indian crane

सारसंग्रह Sārasangraha	Literally, a brief exposition of the essentials or principles of a subject here, the name of this work on arithmetic
सर्ज Sarja	Name of a tree; Same as the <i>Sāla</i> tree
सर्वधन Sarvadhana	The sum of a series in arithmetical progression अध्याय २-३३ और १४ का विषय देखिए ।
सत् Sata	A hundred
सत्कोटि Satakōṭī	A hundred crores.
सठेर Sathēra	A weight measure of baser metals परिशिष्ट ४ की शरिणी १ देखिये ।
शेष Śēṣa	The terms that remain in a series after a portion of it from the beginning is taken away अध्याय २ के पृष्ठ ३२ पर व्युत्कलित का विषय देखिए । A variety of miscellaneous problems on fractions. अध्याय ४-३ का विषय देखिए ।
शेषसूत्र Śēṣasūtra	A variety of miscellaneous problems on fractions.
शिद्धपुरी Siddhapurī	अध्याय ४-३ का विषय देखिए ।
शिद्ध Siddhas	The antipodes of <i>Lankā</i> The emancipated souls These souls, due to complete freedom from karmic bondage attain all attributes of soul, viz, infinite perception, power, knowledge, bliss etc कर्ममल से रहित, सर्वज्ञ, परमपद में स्थित शिद्ध मयवाम् आठ गुणों से सम्पन्न हैं - ज्ञानगुण, दर्शनगुण, सम्बन्धगुण शक्तिगुण अध्यायानुगुण, व्यवसाहनगुण सङ्गमलगुण, अनुसक्तगुण ।
शोडशिका Śoḍaśikā	A measure of capacity in relation to grain. परिशिष्ट ४, शरिणी ३ देखिए ।
शोष्य Śoḍhya	One of the three figures of a cubic root group. अध्याय २-६३ और ५४ का विषय देखिए ।

<p>श्रावक Śrāvaka</p>	<p>A lay follower of Jainism, having the following eight chief vows : abstinence from wine, flesh, honey, partial non-violence, truth and chastity; partial non-thievery and partial setting of limits to possession.</p>
<p>श्रीपर्णी Śrīparṇī</p>	<p>Name of a tree , <i>Picmna Spinosa</i>.</p>
<p>स्तोक Stōka</p>	<p>A measure of time परिशिष्ट ४, मारिणी २ देखिए ।</p>
<p>सूक्ष्मफल Sūksmaphala</p>	<p>Accurate measure of the area or of the cubical contents.</p>
<p>सुवर्ण कुट्टीकार Suvarna- kuttikāra</p>	<p>Proportionate distribution as applied to problems relating to gold.</p>
<p>सुव्रत Suvrata</p>	<p>The 20th Tirthankara, Munisurata</p>
<p>स्वर्ण Svarna</p>	<p>A gold coin</p>
<p>स्याद्वाद Syādvāda</p>	<p>The doctrine of Syādvāda, known as saptabhaṅginaya, is represented as being based on the Naya (that which reveals only partial truth) method. This is set forth as follows May be, it is , may be, it is not , may be, it is and it is not , may be, it is indescribable , may be, it is and yet indescribable, may be, it is not and it is also indescribable , may be it is and it is not and it is also indescribable अध्याय १—८ में पृष्ठ २ पर पादटिप्पणी देखिए ।</p>
<p>तमाल Tamāla</p>	<p>Name of a tree , <i>Xanthochymus Pictorius</i>.</p>
<p>तिलक Tilaka</p>	<p>Name of a tree with beautiful flowers</p>

तीर्थ Tirtha	<i>Tirtha</i> is interpreted to mean a ford intended to cross the river of mundane existence which is subject to <i>karma</i> and cycle of births and rebirths. The Jina, Tirthankara, may be conceived to be a cause of enabling the souls of the living beings to get out of the stream of <i>samsāra</i> or the recurring cycle of embodied existence अथवा ६-१ में पृष्ठ ११ पर टिप्पणी देखिये ।
तीर्थंकर Tirthankara	Patriarchs endowed with superhuman qualities; those who have attained infinite perception, knowledge power and bliss through supreme concentration and promulgate the truth matchlessly. According to Jainism <i>Tirthankaras</i> are always present in <i>Videha Ksetra</i> , but in the <i>Bharata</i> and <i>Airāvata Kṣētras</i> they are present in the fourth era of the two aeons (i) causing increase and (ii) causing decrease. Twenty four <i>Tirthankaras</i> have been in the past fourth era of the aeon, causing decrease. Out of them Lord <i>Rṣabha</i> was the first and Lord <i>Vardhamāna</i> was the last <i>Tirthankara</i> .
त्रसरेणु Trasarṅgu	A particle परिशिष्ट ४, चारिणी १ देखिए ।
त्रिप्रस Triprasna	Name of a chapter in Sanskrit astronomical works. अथवा १-१९ में पृष्ठ २ पर पाठटिप्पण देखिए ।
तुल Tula	A weight measure of baser metals
उभयनिवेध Ubhayanivedha	A di-defloient quadrilateral. अथवा ७-१७ का टिप्पण देखिए ।
उच्यवसा Uchvāsa	A measure of time परिशिष्ट ४, चारिणी २ देखिए ।
उत्पल Utpala	The water-lily flower
उत्तरधन Uttaradhana	The sum of all the multiples of the common difference found in a series in arithmetical progression. अथवा २-६१ और ६४ का टिप्पण देखिए ।

- उत्तरमिश्रघन
Uttaramiśra-
dhana A mixed sum obtained by adding together the common difference of a series in arithmetical progression and the sum thereof. अध्याय २—८० से ८२ का टिप्पण देखिए ।
- वाह
Vāha A measure of capacity in relation to grain.
- वज्र
Vajra A weapon of Indra, for longitudinal section see note to Chapter 7th, stanza 32
- वज्रापवर्तन
Vajrapavartana Cross reduction in multiplication of fractions अध्याय ३—२ का टिप्पण देखिए ।
- वकुल
Vakula Name of a tree ; *Mimusops Elengi*
- वल्लिका
Vallikā Proportionate distribution based on a creeper-like chain of figures अध्याय ६—११५^३ का टिप्पण देखिए ।
- वर्द्धमान
Vardhamāna See Jina-Vardhamāna
- वर्गमूल
Vargamūla Square root.
- वर्ण
Varna Literally colour, here denotes the proportion of pure gold in any given piece of gold, pure gold being taken to be of 16 Varnas.
- विचित्र-कुट्टीकार
Vicitra-
kuttikāra Curious and interesting problems involving proportionate division. अध्याय ६ में पृष्ठ १४५ पर टिप्पण देखिये ।
- विद्याधर-नगर
Vidyādhara-
nagara A rectangular town is what seems to be intended here.
- विषम कुट्टीकार
Viśama-
kuttikāra Proportionate distribution involving fractional quantities. अध्याय ६ में पृष्ठ १२३ पर विषम कुट्टीकार की पाद टिप्पणी देखिए ।
- विषम सङ्क्रमण
Viśama-
sankramana An operation involving the halves of the sum and the difference of the two quantities represented by the divisor and the quotient of any two given quantities अध्याय ६—२ का टिप्पण देखिए ।
- वितस्ति
Vṛsabha A measure of length परिशिष्ट ४ की सारिणी १ देखिए ।
The first *Tīrthānkara*. See *Tīrthānkara*

व्यवहारहृत्	A measure of length
Vyavahārāṅgula	परिमिष्ट ५, चारिणी १ देखिए ।
व्युत्कलिता	Subtraction of part of a series from the whole series
Vyutkalita	in arithmetical progression अर्थात् २ में व्युत्कलिता की पाद दिप्पनी पृष्ठ ३२ पर देखिए ।
यव	A kind of grain ; a measure of length, परिमिष्ट ५
Yava	चारिणी १ देखिए । Longitudinal section of a grain. आङ्गुलि के लिये अर्थात् ०—१२ का स्थान देखिए ।
यवकोटि	A place 90° to the East of Lankā
Yavakōṭi	
योग	Penance practice of meditation and mental
Yōga	concentration.
योजन	A measure of length.
Yōjana	परिमिष्ट ५, चारिणी १ देखिए ।



परिशिष्ट-३

उत्तरमाला

अध्याय-२

- (२) ११५२ कमल (३) २५९२ पद्मराग (४) १५१५१ पुष्यराग (५) ५३९४६ कमल
 (६) १२५५३२७९४८ कमल (७) १२३४५६५४३२१ (८) ४३०४६७२१ (९) १४१९१४७
 (१०) १११११११११ (११) ११०००००११००००११ (१२) १०००१०००१ (१३) १०००००००००१
 (१४) ११११११११११; २२२२२२२२२, ३३३३३३३३३३; ४४४४४४४४४४; ५५५५५५५५५५,
 ६६६६६६६६६६; ७७७७७७७७७७, ८८८८८८८८८८; ९९९९९९९९९९ (१५) १११११११११
 (१६) १६७७७७२१६ (१७) १००२००२००१ (२०) १२८ दीनार (२१) ७३ सुवर्ण खंड
 (२२) १३१ दीनार (२३) १७९ सुवर्ण खंड (२४) ८०३ जम्बू फल (२५) १७३ जम्बू फल
 (२६) १०२९ रत्न (२७) २७९९४६८१ सुवर्ण खंड (२८) २१९१ रत्न (३२) १, ४, ९; १६, २५; ३६,
 ४९, ६४, ८१; २२५; २५६, ६२५, १२९६, ५६२५ (३३) ११८२४४, २१७२४९२१, ६५५३६
 (३४) १२९४९६७२९६, १५२३९९०२५, १११०८८८९ (३५) ४०७९३७६९, ५०९०८२२५;
 १०४४४४४ (३७) १, २; ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १६, २४ (३८) ८१, २५६ (३९) ६५५३६, ७८९
 (४०) ७९७९; १३३१ (४१) ३६, २५ (४२) ३३३, १११, ९१९ (४८) १, ८, २७, ६४, १२५; २१६,
 ३४३, ५१२, ७२९, ३३७५, ५६२५, १६६५६, १५६५३३, ८८४७३६ (४९) १०३०३०१, ५०८८४४८,
 १३७३८८०९६, ३६८६०१८१३, २२२७७१५५८४ (५०) ९६६३५९७, ७७३०८७७६, २६०९१७११९,
 ६१८४७०२०८, १२०७९१६२५ (५१) १७४१६३२, ३७९३३०५६, १२८०२४०६४,
 ३०३४६४४४८, ५९२७०१०००, १०२४१९२५१२, १६२६३७९७७६, २४२७७१५५८४
 (५२) ८५९०११३६९९४५९८८६४ (५५) १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १७, १२३
 (५६) २४, ३३३, ८५२ (५७) ६४६४, ४२४२ (५८) ४२६, ६३९ (५९) १३४४, ११७६
 (६०) ९५०६०४ (६५) ५५, ११०, १६५, २२० २७५, ३३०; ३८५, ४४०, ४९५, ५५० (६६) ४०
 (६७) ५६४, ७५४, ९८०, १२४५, १५५२, १९०४, २३०४ (६८) ४०००००० (७१) ५, ८, १५
 (७२) ९, १०, (७७) २, २ (७९) २, ५२०, १०, जब कि चुनी हुई संख्याएँ २ और १० रहती हैं।
 (८३) २, ३; ५, २, ३, ५।

- (८५) १२०, २४, जब कि इष्ट श्रेढि का योग ज्ञातयोग से द्विगुणित होता है। तथा, ३०, ६०
 जब कि इष्ट श्रेढि का योग ज्ञातयोग से आधा होता है।
 (८७) ४६, ९, जब कि योग समान होते हैं। तथा, ३६, २४, जब कि एकयोग दूसरे से
 द्विगुणित होता है। तथा, ४८, २६, जब कि एकयोग दूसरे से त्रिगुणित होता है।
 (८८) १००, २१६, जब कि योग समान हों। तथा, २३२, १९२, जब कि एक योग अन्य से
 द्विगुणित होता है। तथा, ३४, २२८, जब कि एक योग अन्य से आधा है।
 (९०) २१, १७, १३, ९, ५, १, २५; १७; ९, १ (९२) ६, ५, ४, ३, २, १
 (९६) ४३७४ स्वर्ण सिक्के (९९) १२७५ दीनार (१००) ६८८८७; २२८८८१८३५९३ (१०२) ४, २०

(१४) ४ (१) ८; १ १५ (१११) २५४; २ १; १७५, २४४ २६१ (११२) ४८३६; ४६५६
४२ ७५५५ (११३) १८५९३८ ५८४६ (११४) १८, ११२; ६; ४ (११५) ४ १२;
२ ४४, १ २, ५ ८ २५५, १२४; १ ।

अध्याय-३

(३) ३ पद (४) २ पद (५) २ पद (६) २ पद (७) २ पद (८) २ पद (९) २ पद (१०) २ पद

(१) ३ पद (२) १० पद (३) १४ पद (४) ६ पद; ६ पद ४५ ।

(१४) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(१५) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(१६) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(१७) इस अध्याय के प्रश्न १४ और १५ देखिए ३६

(१८) ३; ४; ५; ६; ७; ८; ९; १०; ११; १२; १३; १४; १५; १६; १७; १८; १९; २०; २१; २२; २३; २४; २५; २६; २७; २८; २९; ३०

(१९) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(२०) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(२१) प्रत्येक भेदि में प्रथम पद १ है और प्रथम २ है । योगों के वर्ग ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, १२, १३, १४, १५, १६, १७, १८, १९, २०, २१, २२, २३, २४, २५, २६, २७, २८, २९, ३०, ३१, ३२, ३३, ३४, ३५, ३६, ३७, ३८, ३९, ४०, ४१, ४२, ४३, ४४, ४५, ४६, ४७, ४८, ४९, ५०, ५१, ५२, ५३, ५४, ५५, ५६, ५७, ५८, ५९, ६०, ६१, ६२, ६३, ६४, ६५, ६६, ६७, ६८, ६९, ७०, ७१, ७२, ७३, ७४, ७५, ७६, ७७, ७८, ७९, ८०, ८१, ८२, ८३, ८४, ८५, ८६, ८७, ८८, ८९, ९०, ९१, ९२, ९३, ९४, ९५, ९६, ९७, ९८, ९९, १००

(२२) प्रथम पद ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, १२, १३, १४, १५, १६, १७, १८, १९, २०, २१, २२, २३, २४, २५, २६, २७, २८, २९, ३०, ३१, ३२, ३३, ३४, ३५, ३६, ३७, ३८, ३९, ४०, ४१, ४२, ४३, ४४, ४५, ४६, ४७, ४८, ४९, ५०, ५१, ५२, ५३, ५४, ५५, ५६, ५७, ५८, ५९, ६०, ६१, ६२, ६३, ६४, ६५, ६६, ६७, ६८, ६९, ७०, ७१, ७२, ७३, ७४, ७५, ७६, ७७, ७८, ७९, ८०, ८१, ८२, ८३, ८४, ८५, ८६, ८७, ८८, ८९, ९०, ९१, ९२, ९३, ९४, ९५, ९६, ९७, ९८, ९९, १००

(२३) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(२४) जब योग समान हो तो अनुपात परस्पर में व्युत्क्रमित योग प्रथम पद और प्रथम होते हैं तथा अनुपात समान होगा है । जब योग १ : २ के अनुपात में हो तो अनुपात और प्रथम पद और प्रथम होते हैं तथा अनुपात समान होगा है । जब योग १ : २ के अनुपात में हो तो प्रथम पद और प्रथम अनुपात और प्रथम होते हैं और व्युत्क्रमित योग अनुपात होता है ।

(४५) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(४६) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(४७) प्रथम पद ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(४८) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(४९) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(५०) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(५१) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(५२) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(५३) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

(५४) ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ १० ११ १२ १३ १४ १५ १६ १७ १८ १९ २० २१ २२ २३ २४ २५ २६ २७ २८ २९ ३०

- (८३) २, ३, ४, जव कि चुनी हुई राशियों ६, ८, ९ हों ।
 (८४) ८; १२, १६, जव कि चुनी हुई राशियों ६, ४, ३ हों ।
 (८६) (अ) १८, ९, जव कि चुनी हुई संख्या ३ हो ।
 (ब) ३०, १५, जव चुनी हुई संख्या पुनः ३ हो ।
 (८८) (अ) ६; १२ जहाँ २ चुनी हुई संख्या है ।
 (ब) ३, १५ " ५ " " " ।
 (स) ४६, ९२ " २ " " " ।
 (द) २२; ११० " ५ " " " ।
 (९०) (अ) ४, २८ (ब) २५, १७५
 (९१) १६, २४० (९२) १५१; ३०२० ।

(९४) (अ) २२, ४४, ३३, ६६, ५८, ११६, जव कि योग ३, ३ और ३ में विपाटित किया जाता है और चुनी हुई संख्या २ रहती है । (ब) ११, २२; ५९, २३६, १९१, ३८, २०, जव कि योग ३, ३, ३ में विपाटित किया जाता है । (९६) ५२ (९७) २१ (९८) ३ (१०० से १०२) १ (१०३ और १०४) १ (१०५ और १०६) १ (१०८) ३ (११०) ३, ४, ३, यदि ३, ५ और ३ मन से चुनी हुई राशियों हैं । (१११) ७५ (११२) ३ (११४) ० (११५) १४३ निष्क (११६) ० (११७) २ द्रोण और ३ माशा (११८) १३ (११९) २५ निष्क (१२०) १ (१२१) १३ (१२३) ५; ५, ३, यदि ३, ३, ३ मन से विपाटित किये गये भाग हैं । (१२४) ३ (१२७) २८ कर्ष (१२८) ३ (१२९) १ (१३०) १ (१३१) १ (१३३) ३, ३, ३, जव कि ३, ५ और ३ मन से विपाटित किये गये भाग हैं । (१३४) ३ (१३७) ३ जव कि ३, ३, ३, ३, ३ आदि के स्थान को छोड़कर अन्य स्थानों में मन से चुने हुए भिन्न हैं । ३ जव कि ३, ३, ३, ३, ३ ऐसे ही सजातीय भिन्न हैं । (१३९ और १४०) ८५ ।

अध्याय—४

- (५) २४ हस्त (६) २० मधुमक्खियों (भृंग) (७) १०८ कमल (८ से ११) २८८ साधु (१२ से १६) २५२० शुक्र (१७ से २२) ३४५६ मुक्ता (२३ से २७) ७५६० षट्पद (२८) ८१९२ गाँ (२९ और ३०) १८ आम (३१) ४२ हाथी (३२) १०८ पुराण (३४) ३६ जैट (३५) १४४ मयूर (३६) ५७६ पक्षी (३७) ६४ बन्दर (३८) ३६ कोयलें (३९) १०० हंस (४१) २४ हाथी (४२ से ४५) १०० मुनि (४६) १४४ हाथी (४८) १६ मधुकर (४९) १९६ सिंह (५०) ३२४ हिरण (५३) अंगुल ४८ (५४ और ५५) १५० हाथी (५६) २०० बराह (५८) ९६ या ३२ वाह (५९) १४४ या ११२ मयूर (६०) २४० या १२० हस्त (६२) ६४ या १६ महिष (६३) १०० या ४० हाथी (६४) १२० या ४५ मयूर (६६) १६ कपोत (६७) १०० कपोत (६८) २५६ राजहंस (७०) ७२ (७१) ३२४ हाथी (७२) १७२८ साधु ।

अध्याय—५

- (३) ६३८५३ योजन (४) ५३३ योजन (५) १०५६००००० (६) १०५३ दिन (७) ३११०३ वर्ष (८) ९३३३३३३ वाह (९) ३२३ पल (१०) ५७३३ पल (११) १९६३ भार (१२) ६६५३३ दीनार

(१३) २३८० $\frac{1}{2}$ पञ्च (१४) २३३ सुगन्ध (१५ और १६) ११ $\frac{1}{2}$ घोषण २० $\frac{1}{2}$ वाह
 (१७) ११२ प्रोत्र सुत्र ५ ४ कुडब मी; ३ ३ दोग ठण्डुस; ४४८ पुगळ बज; ३३६ गार्थ; १६८ सुवर्ण
 (१८) १६ ११२ $\frac{1}{2}$ बरम (१९) १२० लंड (२) ५५५ लंड (२१) २४ तीर्थकर (२२) २१६ शिब
 (२४ और २५) ५ वर्ष और ११७ दिन (२६) २१ $\frac{1}{2}$ पिन (२७) १ वर्ष और २४५ $\frac{1}{2}$ दिन
 (२८ से ३) ३५१ $\frac{1}{2}$ दिन (३१) ७ $\frac{1}{2}$ पिन (३२) १ पुराय; २८ पुराय; २८ पुयल
 (३४) २९५ $\frac{1}{2}$ सुवर्ण (३५) २६ घोषुम (३६) ४ पण (३७) २५ कर्प (३८) ९६ बनार
 (३९) ५६ ० सुवर्ण (४) ७५ सुवर्ण (४१) ५४ (४२) २५२ सुवर्ण (४३) १४५ वाह ।

अध्याय-६

(३) ७; ५; ४ ५ (५) ९ १८ और २५ $\frac{1}{2}$ पुयल (६) १७ $\frac{1}{2}$ कर्पापण (७) ५१ पुयल और
 १४ पण (८) २० (९) ३३ $\frac{1}{2}$ कर्पापण (११) १३ $\frac{1}{2}$ पुयल (१२) १४ (१३) ५ ३ ; ७
 (१५) १ मास (१६) ३ मास (१७) १ मास (१९ और २) ३ $\frac{1}{2}$ पण (२२) ३ ; १८ (२४) ३
 (२६) ५ मास (२७) ५ मास; ७५ (२८) ४ $\frac{1}{2}$ मास ३१४ (३) ३१ $\frac{1}{2}$ (३१) ६ ; ६ मास
 (३२) १४ मास; ३३ (३४) १ २ $\frac{1}{2}$ मास (३६) ४८ १ मास; २४ (३८) १ ३ १ २५
 (४) ४ ; ३ ; २ ; ५ (४१) ५ १ ; १५ ; २ ; ३ ; (४३) ५ मास; ४ मास, २ मास; ३ मास;
 (४५) ८ (४६) ३, १ $\frac{1}{2}$ (४८) २ , २८, ३३ (४९ और ५) २५ (५२) १८ (५३) ३ (५५) ९
 (५६) ८ (५८) १८ मास (५९) १८ मास (६१) २४ , ८ , १२ , १६, (६२) १ ,
 ४२ , ४८ , ९ (६४) ३ (६५) ५ (६७) २४ , २७ , ३४ (६८) १ ५ ; १४ ; १८
 (६९) ५१ ; ४५ , ४ ५ (७) १३ , ११९८, ११५ , (७२ और ७३) ३ $\frac{1}{2}$, ८ $\frac{1}{2}$,
 ३ $\frac{1}{2}$ मास (७३ से ७४) ४४ , ११, ५ मास (७८) ३ $\frac{1}{2}$ मास, ३ (८) ४८, ३९, २४; १६
 (८१) ३, ९, २७, ८१, २४३ (८२ से ८५) १२, ८, ४, १६, ३ ; २, (८६) ४८,
 ७२; १६, १२ , १४४ (९ से ९१) ७ बनार, ३५ भाम; ३ $\frac{1}{2}$ कपित्थ (९२ से ९४) —

वधि	पी	गुण
मन्थन घट ३ $\frac{1}{2}$	३ $\frac{1}{2}$	३ $\frac{1}{2}$
द्वितीय घट ३ $\frac{1}{2}$	८	३ $\frac{1}{2}$
तृतीय घट ३ $\frac{1}{2}$	३ $\frac{1}{2}$	३ $\frac{1}{2}$

(९५ से और ९६) १५ मनुष्य; ५ मनुष्य (९८) ४; ९, १८, ३३ (९९) ८, १३, २१, ३६
 (१) २, ४, ७, १३, २५ $\frac{1}{2}$ (१) १३) १६; ३९, ९६ २३४ (१) ३) २२ , ३७ (१) ४) २ , ३
 (१) ५) ६, ४ ३ (अंतिम दो मन से कुत्ती हुई राशियाँ हैं ।) (१) ६) ८ (१) ८) ८ ३१३ ;
 १८३ २२३१ (१) ४) १४८; ३५२२८, १८४ (१) २) और १) ३) ३ $\frac{1}{2}$ कुसुम (१) ४) ३ $\frac{1}{2}$
 कुसुम (१) ५) ५ (१) ६) १७ (१) ७) २६ (१) ८) ९ (१) ९) ५५ (१) १०) ३१
 (१) ११) (१) १२) ३९ (१) १३) १६ (१) १४) १५ (१) १५) ५३७ (१) १६) १३८
 (१) १७) १९४ (१) १८) ११ (१) १९) और १) २०) २२ (१) २१) ३; ३ $\frac{1}{2}$ (१) २२) १ ; ५७
 (१) २३) घनात्मक संवित संख्याओं की दशा में—२१, १६, १३, ११, ९, ७, ५, ३, १;
 ३ हजे; १३ ५; ११, १, २५। कर्मात्मक संवित संख्याओं की दशा में—

११; १८; २३; २७, १९; २३; ७, ३९, ११; ४४, ६६; ४१, ५१, ४६; ५९; ३७
 (१४० $\frac{१}{२}$ से १४२ $\frac{१}{२}$). ८; ५।

(१४४ $\frac{१}{२}$ और १४५ $\frac{१}{२}$)—

	मातुलुंग	कदली	कपित्थ	दाडिम
प्रथम ढेरी	१४	३	३	१
द्वितीय "	१६	३	२	१
तृतीय "	१८	३	१	१
मूल्य	२	१०	४	३

(१४७ $\frac{१}{२}$ से १४९):—

	मयूर	कपोत	हंस	सारस
सख्या	७	१६	४५	४
पणों में मूल्य	१४	१२	३६	१०

(१५०)—

	शुण्डि	पिप्पल	मरिच
परिमाण	२०	४४	४
पणों में मूल्य	१२	१६	३२

(१५२ और १५३) पण ९, २०, ३५, ३६ (१५५ और १५६) जब चुनी हुई सख्या ६ हो तो ६३, ६३, ३, ७ जब चुनी हुई संख्या ८ हो तो ५, ६; १६, ४ (१५८) क्षेत्र की लम्बाई १० योजन, प्रत्येक अक्षको ४० योजन वहन करना पड़ता है।

(१६० से १६२) १०, ९, ८, ५ (१६४) २०, १५ और १२, (१६५ और १६६) ८, २०; ४० (१६८) २४३ पण, (१७० से १७१ $\frac{१}{२}$), १० $\frac{१}{२}$; २६, २६, ७, २६, २६, २६, २६, २६, २६ (१७३ $\frac{१}{२}$) ३२, (१७४ $\frac{१}{२}$) ८७ ३, (१७७ $\frac{१}{२}$ और १७८) १४ (१७९) ३, (१८१) २१, (१८४) २० $\frac{१}{२}$, १ $\frac{१}{२}$, (१८६) २०, ४, ४, ४, ४, २४, (१८८) १ $\frac{१}{२}$; १ $\frac{१}{२}$, अथवा १ $\frac{१}{२}$, १ $\frac{१}{२}$, (१९०), १ $\frac{१}{२}$, १ $\frac{१}{२}$; (१९१) ८, १३, १०, २ $\frac{१}{२}$, (१९३ से १९६ $\frac{१}{२}$) (अ) १ $\frac{१}{२}$, १ $\frac{१}{२}$, १ $\frac{१}{२}$, (ब) १ $\frac{१}{२}$, ७ $\frac{१}{२}$; ६ $\frac{१}{२}$, (१९८ $\frac{१}{२}$), ५६०, ४४८(२०० $\frac{१}{२}$ से २०१) २ $\frac{१}{२}$, १००, १ $\frac{१}{२}$, ६ $\frac{१}{२}$, (२०४ और २०५) ४७, १७; ३४, ६८, १३६ (२०७ और २०८) २४००, (२१३ से २१५) ३, २, ६ $\frac{१}{२}$; ६ $\frac{१}{२}$ (२१७) ११ (२१९) ६, १५, २०, १५, ६, १, ६३ (२२०) ५, १०, १०, ५, १, ३१ (२२१) ४, ६, ४, १, १५ (२२३ से २२५) १०, २४, ३२ (२२७) ४ पनस (Jack fruits) (२२९) २ योजन (२३१ और २३२) १८, ५७, १५५, ४९० दीनारों (२३६ और २३७) १५, १, ३, ५ (२३९ और २४०) २६१, ९२१, १४१६, १८०१, २१०९, ११०८८० (२४२ और २४३) ११, १३, ३० (२४४ और २४४ $\frac{१}{२}$) ३, ४, ५ (२४५ $\frac{१}{२}$ और २४७) ५१७७ १०३, १६९, २२३, २६८ (२४८) १४७६० ३५६, ५८५, ४४५, ६२४ (२४९ से २५० $\frac{१}{२}$) ५५, ७१, ६६, ८७६ (२५३ $\frac{१}{२}$ से २५५ $\frac{१}{२}$) ७, ८, ९ (२५६ $\frac{१}{२}$ से २५८ $\frac{१}{२}$) ११, १७ २० (२६० $\frac{१}{२}$ और २६१ $\frac{१}{२}$) ७, ३, २ (२६२ $\frac{१}{२}$) ८, १२, १८, १५, ३१ (२६३ $\frac{१}{२}$) ५४, ७२, ७८, ८०, १२१ (२६४ $\frac{१}{२}$) १८७५, २६२५, २९२५, ३०४५, ३०९३, ५१८७ (२६६ $\frac{१}{२}$) ४, ७, १३ (२६७ $\frac{१}{२}$) १२, १६, २२, ३१ (२७० से २७२ $\frac{१}{२}$) ४२, ४० (२७४ $\frac{१}{२}$) ५, ८

(२०७) १८६ (२०७) १८१ (२०८) $\frac{1}{2}$ (२०९) २४ (२१०) से २८३ १२०४; १२२१
 (२१) (अ) ३ (ब) - ३ (२१०) - ३ (२११) ३० (२१२) ४० १८४ (२१३) २ ३
 (२०५) ५ स्त्रियाँ; ४० फुल (२१७) २ ४ २१ ९ २८०; ७३८ ११ ४४ १६२ ३
 (३) १०१; १३२४ (३ ४) २ १५ १२३२२ (३०३) १०६६३ (३ ८) ५ ४ ७३२; १ २०
 १३७५ ३०४ १५ ८०; २०२३०४ (३१ ३) १५६३१०० ३८८६०; ०४४६ १२७ १ ११४४००
 (३१२३-३१३) ३१३; ३१३३३ (३१५) ४२३ (३१६) ११३३४८८०३ (३११) २ ३ ५ ४
 (३१२) ३ (३१२ से ३१२) २४ दिन (३२३) ३ (३२५) ३ (३२७) ११ दिन (३२७) १३ ०
 (३३१) ५५ (३३२) ३२ (३३७) उषर के क्षिण अनुहार की पादटिप्पणी देखिए।

अध्याय-७

(८) ३२ वर्ग दण्ड (९) ८६३ वर्ग दण्ड और ४ वर्ग हस्त (१) ९८ वर्ग दण्ड

- (११) १२ वर्ग दण्ड (१२) ३३ वर्ग दण्ड (१३) १९५२ वर्ग दण्ड (१४) २३७८ वर्ग दण्ड
 (१५) ६३ वर्ग दण्ड (१६) १९५५ वर्ग दण्ड (१७) ७४२१ वर्ग दण्ड (१८) ५ वर्ग हस्त
 (२) अ) ५४ २४३ (ब) २७ १२१ (२२) ८४ २१२ (२४) ४८ हस्त १९१ वर्ग हस्त
 (२३) ३७८ (२७) १३५ (२९) १८९ वर्ग हस्त; १३५ वर्ग हस्त (३१) १८,
 ९७२, ३३, (३३) १३ (३४) १, ४ वर्ग दण्ड (३५) ४४२ वर्ग दण्ड (३६) ६४ वर्ग दण्ड
 (३८) ३२४ वर्ग दण्ड, ४८६ वर्ग दण्ड (४) $\frac{1}{2}$, १८ (४१) १८, ३ ३ (४२) २ ३; ३ ३
 (४४) ३५३, ३९ (४६) १३ २६ (४७) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ (४८) $\sqrt{७८८}$ वर्ग दण्ड; $\sqrt{४८}$; ४; ४ दण्ड
 (५२) ३ वर्ग दण्ड; १२; ५, ५ दण्ड (५३) ८४ १२ ५, ९ (५५) $\sqrt{५}$, १५ (५६) १३ ३
 (५७) ६५ १५ (५८) ३१२; २८८; ११९; १२; ३४५३ (५९) ३१५ २८, ४८ ५२ १३२;
 १३८, १२४; १८९; ४४१ (६१) $\sqrt{३२४}$ $\sqrt{६१६१}$; $\sqrt{३३}$ $\sqrt{८१}$;
 $\sqrt{४८४}$ $\sqrt{१४४४१}$; (६२) $\sqrt{३३}$ $\sqrt{३२४}$ $\sqrt{३२४}$; $\sqrt{२६२४४}$ (६४)
 $\sqrt{३}$ ८८, $\sqrt{५४४३२}$ (६६) $\sqrt{२१३}$ दण्ड $\sqrt{४२२५}$ वर्ग दण्ड; (६८) $\sqrt{३२६९}$
 वर्ग दण्ड $\sqrt{२२१}$ वर्ग दण्ड (६९) $\sqrt{३२३६}$ वर्ग दण्ड (७०) $\sqrt{१२४}$ वर्ग दण्ड
 (७२) $\sqrt{५७३}$ (७३) $\sqrt{३६}$ १२ ६ (७७) १९३ + $\sqrt{२३४}$ (७८) १९२ -
 $\sqrt{५७३}$ (७९) १ २ - $\sqrt{२३४}$ (८१) $\sqrt{३३३३३}$; $\sqrt{३३३}$ $\sqrt{३३३}$; (८३)
 १३ - $\sqrt{१३}$ (८५) $\sqrt{४८}$ - $\sqrt{४}$ (८७) १६; १९; ४८ (८९) २, ८ (९१) ३ ४ ५
 (२) १ १२ १३ (९५) १३; ३ ३ (९६) ५ ३ तीन दशांशों के क्षिणे।

(९८) अ) ३, ३१, ३ ११, ३१ ४ ११, ५;

(१) ८ १ २ ३, ३ १ ११; ५४३ (१ ३) १३९ ४ ७- १३९; १२
 ३१५; ११; ३४५३ (१ ४) १२५; ३; २३; १९५; २२४; १८९ ४८ २५९ १३८ १३२;
 ४४१ (१ ५) ३४; ३ १६; (११२) १३ १५ १४ १२ (११३) ४; १ (११४) $\sqrt{१३}$ २
 (११५) ३ ३ (११६) ३; $\sqrt{२}$ (११७) ३२; (अथ २४) (११८) ३ ३ (११९) ३ ३
 (अथ ३) (१२०) ३; ८ (१२१) और १२४) ३९ ५२ २१ ६; ३३; ५६ ६३; १३
 (१२६) ५, १२ (१२८) ५; १९ (१३) १; ३ (१३४) ८; १५; ३ १ (१३५) ८, ७; ३; २८

(१३६) ३२, ८७; ६; २३२ (१३८) ३७, २४, २९; ४० (१३९) १७; १६, १३; २४ (१४०) ६२५, ६७२, ९७०, १९०४ (१४१) २८१; ३२०, ४४२, ८८० (१४३ से १४५) वृत्त २५९२० महिलाएँ, ७२० दण्ड। सम चतुरश्र (वर्ग) ३४५६० महिलाएँ, ७२० दण्ड। समबाहु त्रिभुज ३८८८० महिलाएँ, १०८० दण्ड। आयतचतुरश्र : ३८८८० महिलाएँ, १०८० दण्ड, ५४० दण्ड। (१४७) (i) भुजा ८ (ii) आधार १२, लम्बा ५ (१४९) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}; ४$ (१५१) १३, १३; १३, ३, १२ (१५३ से १५३) ३, १६, ११, १२ (१५५) $\sqrt{४८}$ (१५७) ५, ६, ४ (१५९) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ (१६२) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ (१६४) $\sqrt{४०}$ (१६६) ७, १; $\frac{1}{2}$ (१६७) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ (१६९) ६ (१७०) १० (१७२) १०, १३; (१७४) भुजाएँ $\frac{1}{2}$; मुखभुजा $\frac{1}{2}$, तलभुजा $\frac{1}{2}$ (१७६) १७ (१७७ से १७८) (अ) ३६००, ७२००, १०८००, १४४००, (ब) ५४, ९०, १२६, १६२, (स) १००, १००, १०० (१७९) (अ) २७००, ७२००, ४५००; (ब) ५०, ७०, ८०, (स) ६०, १२०, ६० (१८१) ८ हस्त, ८ हस्त (१८२) $\frac{1}{2}$ हस्त, $\frac{1}{3}$ हस्त, $\frac{1}{4}$ हस्त (१८३ और १८४) ३ हस्त, ६ हस्त. ९ हस्त (१८५) ७ हस्त, ७ हस्त, $\frac{1}{2}$ हस्त (१८६) $\frac{1}{2}$ हस्त, $\frac{1}{3}$ हस्त, $\frac{1}{4}$ हस्त (१८७) १ हस्त, १२ हस्त, ९ हस्त (१८८ और १८९) ८ हस्त, २ हस्त, ४ हस्त (१९१) १३ हस्त (१९२) २९ हस्त (१९३ से १९५) २९ हस्त, २१ हस्त (१९७) १० हस्त (१९९ से २००) १२ योजन, ३ योजन (२०१ से २०५) ९ हस्त, ५ हस्त, $\sqrt{२५०}$ हस्त (२०६ से २०७) ६ योजन, १४ योजन, $\sqrt{५२०}$ योजन (२०८ से २०९) १५ योजन, ७ योजन (२११ से २१२) १३ दिन (२१४) $\sqrt{१८}$; १३ (२१५) $\frac{1}{2}$ (२१६) $\frac{1}{2}$ (२१७) ६५ (२१८) $\sqrt{४८}$, $\frac{1}{2}$ (२१९) $\frac{1}{2}$ (२२०) ४ (२२२) वर्ग : $\sqrt{१६९}$ आयत : ५, १२, दो समान भुजाओं वाला चतुर्भुज भुजाएँ $\frac{1}{2}$, मुख भुजा $\frac{1}{2}$, तल $\frac{1}{2}$ तीन समान भुजाओं वाला चतुर्भुज भुजाएँ $\frac{1}{2}$, तल $\frac{1}{2}$ असमान भुजाओं वाला चतुर्भुज भुजाएँ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; मुखभुजा ५, तल १२ समबाहु त्रिभुज $\sqrt{५०}$ समद्विबाहु त्रिभुज :—भुजाएँ १२, आधार $\frac{1}{2}$ विषम त्रिभुज भुजाएँ, १२, $\frac{1}{2}$, तल $\frac{1}{2}$ (२२४) वर्ग, ३ दो समान भुजाओं वाला चतुर्भुज $\frac{1}{2}$ तीन समान भुजाओं वाला चतुर्भुज : $\frac{1}{2}$ विषम चतुर्भुज : $\frac{1}{2}$, समबाहु त्रिभुज : $\sqrt{१२}$, समद्विबाहु त्रिभुज : $\frac{1}{2}$, विषम त्रिभुज : ८ षट्कोण : $\sqrt{१६}$, यदि क्षेत्रफल इस अध्याय के ८६ वें श्लोक में दत्त नियम के अनुसार $\sqrt{४८}$ किया जाता है। (२२६) ८ (२२८) २ (२३०) १० (२३२) ६, २।

अध्याय-८

(५) ५१२ घन हस्त (६) १८५६० घन हस्त (७) १४४३२० घन हस्त (८) १६२००० घन हस्त (१२) २९२८ घन हस्त (१३) १४५८ घन हस्त, १४७६ घन हस्त, १४६४ घन हस्त (१४) २९५६ घन हस्त, २९५२ घन हस्त, २९२८ घन हस्त (१५) ३६० घन हस्त (१६) $\frac{1}{2}$ घन हस्त (१७) १६१०० घन हस्त (१८) १८२८३ घन हस्त (२१) (१) ३०२८ घन दण्ड, ३०२४ घन दण्ड, ४०३२ घन दण्ड (११) केन्द्रीय पुञ्ज एक ओर घटता हुआ है १४८८, १४८८, १९८४ घन दण्ड (२२) ४०३०, १९८४ घन दण्ड (२४) ४० घन हस्त (२५) ५६ हस्त (२७) १०, ३० (२९) २३०४, २०७३ (३१) $\sqrt{७२०}$, $\sqrt{६४८}$ (३४) $\frac{1}{2}$ दिनाश, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ कुएँ का भाग (३५ और ३६) १३ योजन और ९७६ दण्ड, ३९६६ वाह (३७ से ३८) १७ योजन, १ कोश

और १९६८ वष (१९३ और ४ ३) २६ मोन और १९५२ वष (४१३ और ४२३) ६ मोन,
 २ क्रोच और ४८८ वष (२५३) ६९१२ इकाई इंट (४६३) १४५६ इकाई इंट (४७३) ५९८४ इकाई
 इंट (४८३) १८० इकाई इंट (४९३) ४ ३२ इकाई इंट (५ ३) ४०३२ इकाई इंट
 (५१३) १ ७३६ इकाई इंट (५३३) १४४ इकाई इंट और २८८ इकाई इंट (५५३) १६४ इकाई
 इंट; १९८ इकाई इंट (५६३) ९८८ इकाई इंट और १४४ इकाई इंट (५८३) २० ३
 (५९-६) ८९१ इकाई इंट (६२) १८७१ इकाई इंट (६८३) ६४ पङ्क्ति ।

अध्याय—९

(१३) ३ दिनांघ (११३) १३ पटी (१३३) ३ दिनांघ (१४३) १ (१६३ से १७) ३ दिनांघ
 १ पटी (१९) ८ अङ्क (२१) १६ वृत्त (२४) ८ वृत्त (२५) २ (२७) २ वृत्त (२९) १
 (३१) ५ ५ (३४) ५ वृत्त (३५ से ३७) ३ दिनांघ ८ (३८३ और ३९३) ५ वृत्त (४१३ से
 ४२) २४ अङ्क (४४) ३२ अङ्क (४६ और ४७) ११२ अङ्क (४९) १७५ पाद (५) १ पाद
 (५१ से ५२३) १ मोन ।

परिशिष्ट-४

माप-मारिणियों

१. रेखा-माप *

अनन्त परमाणु	= १ अणु
८ अणु	= १ त्रसरेणु
८ त्रसरेणु	= १ रथरेणु
८ रथरेणु	= १ उत्तम भोगभूमि बाल-माप
८ उ भो वा.	= १ मध्यम भोगभूमि का बाल-माप
८ म. भो. मा.	= १ जघन्य " " "
८ ज. भो. वा	= १ कर्मभूमि का बाल-माप
८ कर्मभूमि का बाल माप	= १ लीक्षा-माप
८ लीक्षा माप	= १ तिल माप या सरसों-माप †
८ तिल माप	= १ यव माप
८ यव माप	= १ अङ्गुल या व्यवहाराङ्गुल
५०० व्यवहाराङ्गुल	= १ प्रमाण या प्रमाणाङ्गुल
वर्तमान नराङ्गुल	= १ आत्माङ्गुल
६ आत्माङ्गुल	= १ पाद-माप (तिर्यक्)
२ पाद	= १ वितस्ति
२ वितस्ति	= १ हस्त
४ हस्त	= १ दण्ड ‡
२००० दण्ड	= १ क्रोश
४ क्रोश	= १ योजन

२. काल-माप □

असंख्यात समय	= १ आवलि
सख्यात आवलि	= १ उच्छ्वास
७ उच्छ्वास	= १ स्तोक
७ स्तोक	= १ लव

* इस सम्बन्ध में तिलोपपण्णत्ती में दिया गया रेखा-माप दृष्टव्य है १, ९३-१३२ ।

† तिलोपपण्णत्ती में लीक्षा के पश्चात् जूं माप है ।

‡ तिलोपपण्णत्ती में दण्ड को धनुष, मूसल या नाळी भी बतलाया है ।

□ इस सम्बन्ध में तिलोपपण्णत्ती में दिया गया काल माप दृष्टव्य है । ४, २८५-२८६

३८३ सप्त	= १ पदी
२ पदी	= १ सुहूर्त्त
३ सुहूर्त्त	= १ दिन
१ दिन	= १ पक्ष
२ पक्ष	= १ मास
१ मास	= १ ऋतु
३ ऋतु	= १ अयन
१ अयन	= १ वर्ष

३ धारिता-माप (धान्य माप)

४ पोडयिका	= १ कुडह
४ कुडह	= १ प्ररप
४ प्ररप	= १ भाटक
४ भाटक	= १ श्रोम
४ श्रोम	= १ मानी
४ मानी	= १ लारी
८ लारी	= १ प्रवर्तिका
४ प्रवर्तिका	= १ बाह
६ प्रवर्तिका	= १ कुम्भ

४ सुवर्ण भार-माप

४ गण्डक	= १ गुञ्जा
८ गुञ्जा	= १ पम
८ पम	= १ परम
१ परम	= १ कर्प
४ कर्प	= १ पक्ष

५ रजत भार-माप

२ धाम्य	= १ गुञ्जा
१ गुञ्जा	= १ माप
१६ माप	= १ परम
२२ परम	= १ कर्प वा पुराम
४ कर्प वा पुराम	= १ पक्ष

६ लोहादि भार-माप

४ पार	= १ कणा
६४ कन्ध	= १ धर

४ यद	= १ अंश
८ अंश	= १ भाग
६ भाग	= १ द्रक्षूण
२ द्रक्षूण	= १ दीनार
२ दीनार	= १ सतेर
१२ $\frac{१}{२}$ पल	= १ प्रस्थ
२०० पल	= १ तुला
१० तुला	= १ भार

७ घस्र, आभरण और वेत्रमाप

२० युगल	= १ कोटिका
---------	------------

८ भूमि-प्रमाण

१ घन हस्त घनीभूत भूमि	= ३६०० पल
१ घन हस्त ढीली (loose) "	= ३२०० पल

९ ईट-प्रमाण

१ हस्त × ३ हस्त × ४ अङ्गुल ईट	= इकाई ईट
-------------------------------	-----------

१०. काष्ठ-प्रमाण

१ हस्त और १८ अङ्गुल	= १ किष्कु
९६ अङ्गुल लम्बे और १ किष्कु चौड़े काष्ठखड को आरे से काटने में किया गया कार्य	= १ पट्टिका

११ छाया-प्रमाण

मनुष्य की ३ ऊँचाई	= उसका पाद माप
-------------------	----------------

परिशिष्ट-५

ग्रंथ में प्रयुक्त संस्कृत पारिभाषिक शब्दों का स्पष्टीकरण

[हिन्दी-वर्णमाला क्रम में]

शब्द	पृष्ठ	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	संयुक्ति
अमरि				सुरक्षित कण्ड।	Amyris ag allooha
अम	१२१- १२२	१		आगे अथवा आरम्भ का।	
अम				भूतज्ञान के क्षेत्रों में से एक भेद का नाम अम है। ये बारह होते हैं।	
अमक	२५-२९	१		अम्बाई का माप।	परिशिष्ट ४ की सूची १ भी देखिये।
अम्य	२५-२७	१		परमाणु वा अत्यन्त सूक्ष्म को प्राप्त पुरुष का।	
अम्बान	३३३- ३३६	१		कित्ती दत्त संख्या के अक्षरोंवाले अक्षर के समस्त सम्भव प्रकारों के दीर्घ और अक्षु अक्षरों को उपरिष्ठ करने के लिए उदम (vertical) अन्तराल। अक्षु अथवा दीर्घ अक्षर के प्रतीक का अन्तराल एक अक्षु अथवा प्रत्येक प्रकार के बीच का अन्तराल भी एक अक्षु होता है।	
अन्तवचन				उमान्तर वा गुणोत्तर भेदि में अन्तिम पद।	
अन्तरालक्षयक				सीतरी अम्ब, दो स्तम्भों के धिलार से दोनों स्तम्भों के ठस से आने वाली रेखा में स्थित बिन्दु तक ठस (stretched) दो बाणों के मिय-स्केदन बिन्दु से छटकने वाले पागों का माप।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति	
अन्नशुक्रवाल वृक्ष	कङ्कण की भीतरी परिधि ।	Rumex Vesicarius परिशिष्ट ४ की सूची २ देखिये ।	
अपर	१-३	१	...	उत्तर, वाट की ।		
अमोघ वर्ष		.	..	राजा का नाम, (साहित्यिक) : वह जो वास्तव में उपयोगी वर्षा करते हैं ।		
अम्लवेतस		..		राष्ट्रीय पत्तियों वाली एक प्रकार की जड़ी ।		
अयन		..		काल का माप ।		
अरिष्टनेमि	त्राईम वें तीर्थकर ।		Ferminalia Arjuna W & A
अर्जुन	..	.		वृक्ष का नाम ।		
अर्बुद	ग्यारहवें स्थान की सचेतना का नाम ।		Jonesia Aso k a Roxb. Grislea Tomentosa परिशिष्ट ४ की सूची ३ देखिये ।
अवनति	३२	१	..	छुत्काव ।		
अवलम्ब	४९	७	...	शीर्ष से गिराया हुआ लम्ब ।		
अव्यक्त	१२१	३	.	अज्ञात ।		
अशोक		वृक्ष का नाम ।		
असित		.	.	"		
आढक		.	..	धान्य-माप		
आदि		.	.	श्रेढि का प्रथम पद ।		
आदिघन	६३-६४	०	.	समान्तर श्रेढि के प्रत्येक पद को प्रथम पद एव प्रचय के अपवर्त्य के योग से सयवित मान लेते हैं । समस्त प्रथम पदों के योग को आदिघन कहते हैं ।		
आदि मिश्रघन	८०-८२	२	.	प्रथम पद से संयुक्त । समान्तर श्रेढि का योग ।		
आनाघा		किसी त्रिभुज या चतुर्भुज के आधार को संचरित करनेवाली सरल रेखा का खण्ड ।		
आयत वृत्त	६	७	.	ऊनेन्द्र (Ellipse)		

शब्द	सूत्र	सम्पाद	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	संज्ञा
आयाम आवृत्ति				सम्पाद । काल माप ।	परिधि ४ की सूची २ देखिये ।
इच्छम				त्रैयधिक प्रथम सम्बन्धी वह राशि जिसके सम्बन्ध में दत्त व्यर्थ (Rate) पर कुछ निकालना इच्छ होता है ।	
इन्द्रनील इमदन्ताकार उच्छवाश	७ २	७		शनिप्रिय, नीलमणि हाथी के दाँव (सीध) का आकार । काल माप ।	Sapphire परिधि ४ की सूची २ देखिये ।
उत्तर घन	६३-६४	२		समान्तर भेदि में पाये जाने वाले प्रथम के समस्त व्युत्पत्तियों का योग ।	
उत्तर मिश्रण	८०-८२	२		समान्तर भेदि के प्रथमों तथा भेदि का योग को जोड़ने से प्राप्त मिश्रणफल ।	
उत्पन्न उत्सेप				ब्रह्म में उदयेने वाला नखिली पुष्प । उष्ण या ऊँचाई ।	
उत्पन्न वृत्त उत्पन्न त्रिभुज कण्ड	६ ३७	७ ७		उठे हुए समितीय तल वाली आकृति । एक प्रकार का चतुर्भुज । काल माप ।	परिधि ४ की सूची २ देखिये ।
उत्पन्न भीष्म-भीष्म	२	८		इकार का स्थान । फिरी साँद्र भवता सात की बनामक सम्पाद का व्यावहारिक माप जिसे ब्रह्मगुप्त ने भीत्र कहा है ।	
भवा				घातुओं सम्बन्धी मार का माप ।	परिधि ४ की सूची ६ देखिये ।
भवापूर				मिश्राण का वर्गमूल ।	परिधि ४ की सूची ६ देखिये ।
भवावर्ग				मिश्राण का वर्ग ।	" "
बदल				वृत्त का नाम ।	Nauclea Cadamba.
बन्धुव्य वृत्त	९	०		वृत्त के व्यास का माप ।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति
कर्ण	५५	७		सम्पुट कोण बिन्दुओं को जोड़ने वाली सरल रेखा ।	
कर्म			...	जीव के रागद्वेषादिक परिणामों के निमित्त से कार्माग वर्गणारूप जो पुत्रल स्वध जीव के साथ ब्रधको प्राप्त होते हैं, उनको कर्म कहते हैं ।	परिशिष्ट १ में भी 'कर्म' देखिए ।
कर्मान्तिश	९	८		किसी सान्द्र अथवा खात की घनात्मक समाई का व्यावहारिक माप ।	
कर्प				स्वर्ण या रजत का भार माप ।	परिशिष्ट ४ की सूचियों ४ और ५ देखिये ।
कला				कुप्य (base) धातुओं का भार माप ।	परिशिष्ट ८ की सूची ६ देखिये ।
कला सवर्ण				भिन्न ।	अध्याय तीन के प्रारम्भ में पाठ-टिप्पणी देखिये ।
कार्पापण	कर्प ।	
किष्कु		काष्ठ चीरने के सम्बन्ध में लम्बाई का माप ।	
कुङ्कुम				कुङ्कुम फूलों के पराग एव अंशु ।	Croesus sativus
कुट्टीकार	७९३	६		अनुपाती विभाजन ।	
कुडव- कुडहा }	..			धान्य का आयतन सम्बन्धी माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची ३ देखिये ।
कुडजा				वृक्ष का नाम ।	Wrightia Antidysenterica
कुम्भ				धान्य का आयतन सम्बन्धी माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची ३ देखिये ।
कुर्वक		वृक्ष का नाम ।	the Amaranath or the Barleria.
केतकी		"	Pandanus Odoratissimus.

सम्बन्ध	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	सन्दर्भ
कोटि कोटिका				कोटि संकेतना का आठवों स्थान। वक्र आभूषण तथा वेत का संख्यात्मक माप।	परिधि ८ की सूची ७ देखिये।
क्षेत्र				छन्दाई (वृत्त) का माप।	परिधि ३ की सूची २ देखिये।
हृत्ति हृत्तामर सर्व भारी यन्त्र यन्त्रक				पर्यं करण क्रिया। सुगन्धित काष्ठ की काष्ठी विभिन्नता। संकेतना का वेरहनों स्थान। धान्य का मातृगत सम्बन्धी माप। भेदि के पदों की धरणा। स्वयं का मार माप।	परिधि ४ की सूची ४ देखिये।
गणना गुणा	१ २	९		पूर्वाह्न में बीजा हुआ दिनांश। स्वयं या रक्त का मार माप।	परिधि ४ की सूची ४ एवं ५ देखिये।
गुण गुणकर गुणन	५ ३	७ २		बीजा। गुणा। गुणकर भेदि के पदों की संख्या के द्वन्द्व साधारण निष्पत्तियों का केकर, उनके परस्पर गुणनफल में प्रथम पद का गुणा करने से गुणन प्राप्त होता है। गुणकर भेदि (Geometrical progression)	
गुण सङ्कलित घटी				काष्ठ माप	परिधि ४ की सूची २ देखिये।
घन घन मूळ	५३-५४	२		छिठी राशि का घन करना जिस राशि का घनमूळ निकालना इष्ट होता है उसे इच्छा के स्थान से प्राग्भ कर तीन-तीन के समूह में विभाजित कर लेते हैं। इन समूहों में से प्रत्येक का राशिनी और का अंशिक अंक घन कहलता है। घनमूळ निकालने की क्रिया।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति	
चक्रिकामञ्जन	६	१	१	जन्ममरण के चक्र का संहार करनेवाले, राष्ट्रकूट राजवंश के राजा का नाम ।	Michelia Champaka	
चतुर्मण्डल क्षेत्र चम्पक	८२३ ६	७ ४	२०१ ६९	मध्य स्थिति पीले सुगन्धित पुष्प वाला वृक्ष		
चय	६८	२	२२	प्रचय । वह राशि जो समान्तर श्रेढि के उत्तरोत्तर पदों में समान अन्तर स्थापित करती है ।		
चरमार्ध चिति	१०३३ ३०३	६ ६	११२ १६९ २६२	शेष मूल्य श्रेढि संकलन । ढेर ।		
चित्र कुट्टीकार	२१६	६	१४५	अनुपाती विभाजन समन्वित विचित्र एवं मनोरञ्जक प्रश्न ।		
चित्र कुट्टीकार मिश्र	२७३३	६	१६०	अनुपाती विभाजन क्रिया के प्रयोग गर्भित विचित्र एवं मनोरञ्जक निश्चित प्रश्न ।		
छन्द	३३३३	६	१७७		A syllabic metre
जन्य	९०३	७	२०४	'बीज' नामक दत्त न्यास से व्युत्पादित त्रिभुज और चतुर्भुज आकृतियाँ ।		
जम्बू	६४	४	८०	वृक्ष का नाम ।		Eujonia Jambalona.
जिन	१	६	९१	जिन्होंने घातिया कर्मों का नाश किया है वे सकल जिन हैं इनमें अरहत और सिद्धगर्भित हैं । आचार्य, उपाध्याय तथा साधु एक देश जिन कहे जाते हैं क्योंकि वे रत्नत्रय सहित होते हैं । असंयत सम्यक् दृष्टि से लेकर अयोगी पर्यन्त सभी जिन होते हैं ।		जिन्होंने अनेक विषम भवों के गहन दुःख प्रदान करनेवाले कर्म शत्रुओं को जीता है—निर्जरा की है, वे जिन कहलाते हैं ।
जिनपति	८३३	६	१०८	तीर्थंकर ।		
ज्येष्ठ घन	१०२३	६	११२	सबसे बड़ा घन ।		
हुण्डुक	६७	८	२६८	वृक्ष का नाम ।		

सम्ब	पृष्ठ	अध्याय	पृष्ठ	व्याख्यान	कम्बुधि
उमास	१९	४	७४	वृष का नाम ।	Xantho- chymus Pictorius
वाष्प	११६३	६	११९	वृष का नाम	
विष्क	२६	४	७२	सुन्दर पुष्पो काका वृष ।	
तीर्थ	१	६	९१	उपलभ स्थान जहाँ से नदी व्याधि को पार कर सकते हैं ।	
तीर्थकर	१	६	९१	तीर्थों को उत्पन्न करनेवाली, चार भातिया कर्मों का नाशकर अर्थात् पर से निम्नित आत्मा ।	
शुष्क	४४	१	६	कुण्ड (Basor) बाहुओं का मार माप ।	
अचरेणु	२६	१	४	कम । क्षेत्रमाप ।	
विप्रम	१२	१	२	संस्कृत ज्योतिष ग्रन्थों के किसी अध्याय का नाम ।	
विषमचतुरभ	६	७	१८१	तीन समान शुभाशुओं काका षट्शुंभ क्षेत्र ।	
दश	१	१	४	पूरी की माप ।	परिधि ४ की एकी १ देखिये ।
दश	६३	१	८	सकेतना का इतकों स्थान ।	
दश कोटि	६५	१	८	दश करोड़ ।	
दश लक्ष	६४	१	८	दश लाख (One million) ।	
दश सहस्र	६४	१	८	दश हजार ।	
द्विषम दोषमूळ	३	४	६८	मिथों के विविध ग्रन्थों की एक जाति ।	
द्विषम विमुच	६	७	१८	दो समान शुभाशुओं काका (समविष्णु) विमुच क्षेत्र ।	
द्विषम चतुरभ	"	"	१८	दो समान शुभाशुओं काका षट्शुंभ क्षेत्र ।	
द्वि द्विषम चतुरभ	"	"	१८	आषठ क्षेत्र ।	
दीनार	४३	१	६	कुण्ड बाहुओं का मार माप । टंक- (सिक्के) का नाम भी दीनार है ।	परिधि ४ की एकी ६ देखिये ।
द्वि वन	८४	२	२६	द्वि वन	
प्रथम	४३	१	६	कुण्ड बाहुओं (Basor metals) का मार माप ।	" "
शोष	६७	१	६	बाल्य सम्बन्धी आप्तान माप	परिधि ४ की एकी ६ देखिये ।
अनुपाकार क्षेत्र	४३	७	१९	वृष के पाप एवं आपकर्म से सीमित क्षेत्र ।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति
घरण	३९	१	५	स्वर्ण या रजत का भार माप ।	परिशिष्ट ४ की सूचियों ४ और ५ देखिये ।
नन्द्यावर्त	३३२ ^३	६	१७७	विशेष प्रकार के बने हुए राजमहल का नाम ।	
नरपाल	१०	२	११	राजा, सम्भवतः किसी राजा का नाम ।	
निरुद्ध	५६	३	४९	लघुत्तम समापवर्त्य ।	
निष्क	११४	३	६१	स्वर्ण टक (सिक्का) ।	
नीलोत्पल	२२१	६	१४७	नील कमल (जल में उगने वाली नीली नलिनी) ।	
नेमिक्षेत्र	१७ ८० ^३	७	१८४ २००	दो सकेन्द्र परिधियों का मध्यवर्ती क्षेत्र (Annulus) ।	
न्यर्जुद	६५	१	८	सकेतना का बारहवों स्थान ।	
पट्टिका	६३- ६७ ^३	८	२६७	ऋकच कर्म (Saw-work) का माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची १० देखिये ।
पण	३९	१	५	स्वर्ण का भार माप, स्वर्ण टक (सिक्का) ।	परिशिष्ट ४ की सूची ४ देखिये ।
पणव	३२	७	१८८	डिहम या भेरी,	
(अन्वायाम छेद)				
पद्म	६६	१	८	संकेतना का पंद्रहवों स्थान ।	
पद्मराग	३	२	१०	एक प्रकार का रत्न ।	
परमाणु	२५	१	४	पुद्गल का अविभागी कण ।	परिशिष्ट ४ की सूची १ देखिये ।

सम्बन्ध	सूत्र	व्याख्या	पृष्ठ	व्याख्यान	व्युत्पत्ति
परिष्कर्ष	४७ ४८	१	६	गणितोक्त द्वितीय। इन्द्रनन्दि कृत भूतावतार (श्लोक १६०-१६१) के अनुसार कुन्दकुन्दपुर के पद्मनन्दि (अर्थात् कुन्दकुन्द) ने अपने गुरुओं से विद्वान्त का अध्ययन किया और षट्संख्यम के तीन खंडों पर परि- ष्कर्ष नाम की टीका लिखी। यह व्युत्पत्तय है। (त्रिकोक प्रकृति भाग २, १९५१ की प्रस्तावना से उद्धृत)।	
पक्ष	३९ ४१ ४४	१	५	खर्च, रक्त एवं अन्य पाठ्यों का भार माप।	परिधि ४ की सूत्रियाँ ४, ५, ६ देखिये।
पक्ष	३४	१	५	काष्ठ माप।	परिधि ४ की सूत्री २ देखिये।
पाटली	६ २४	४	६९ ७२	मयूर संघ वाले पुष्पों बाक्य वृद्ध।	Bignonia Suaveolena
पाद	२९	१	४	अन्वार्ध का माप।	परिधि ४ की सूत्री १ देखिये।
पार्श्व पुञ्जा	८३३ ३५	६	१८ ७३	पार्श्वनाय, २३वें तीर्थकर। बाक्य में। वृद्ध का नाम।	Rottleria Tinctoria
पुण्य	४१	१	६	रक्त का भार माप, सम्भवतः दंक नी।	परिधि ४ की सूत्री ५ देखिये।
पुष्परस्य पैशाचिक	४ ११९३	२	१ २१६	एक प्रकार का रक्त। पिशाच सम्बन्धी इसकिये अश्वत्थ कठिन व्यवसाय बटिक।	
प्रक्षीरक प्रतिबाहु	३ ७	४	६८ १८९	मिथिल प्रकृत्यादि। पार्श्व वा बाक्य की धृत्वा।	
प्रसुरस्य प्रसुरिका	१ १२	१	९ १४०	गुणन। (साहित्यिक) यह जो पूर्ण रूप से भर भयना वृद्ध कर देती है। यहाँ खर्च मिथिल कुम्प वाट्टर, वलकट (dross)।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति
प्रभाग	१९	३	५९	भिन्न का भिन्न (भाग का भाग) ।	
प्रमाण	२८	१	४	लम्बाई का माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची १ देखिए !
	२	५	८३	इच्छा की संवादी दत्त राशि जो त्रैराशिक प्रश्नों से सम्बन्धित है ।	
प्रवर्तिका	३७	१	५	धान्य सम्बन्धी आयतन माप ।	
प्रस्थ	३६	१	५	" "	परिशिष्ट ४ की सूचियों ३ और ६ देखिये ।
प्रक्षेपक	७९ $\frac{१}{२}$	६	१०८	अनुपाती वितरण ।	
प्रक्षेपक करण	७९ $\frac{१}{२}$	६	१०८	अनुपाती वितरण सम्बन्धी क्रिया ।	
पृक्ष	६७	८	२६८	वृक्ष का नाम; प्रोदुम्बर ।	Ficus Infec- toria, or Religiosa.
फल	२	५	८३	त्रैराशिक प्रश्न में निकाली जाने वाली राशि की संवादी दत्त राशि ।	
बहिष्कृतवाल वृत्त	२८	७	१८७	कङ्कण की बाहिरी परिधि ।	
	६७ $\frac{१}{२}$	७	१९७		
वाण	४३	७	१९०	घनुषाकार क्षेत्र में चाप और चापकर्ण की महत्तम उदग्र दूरी । (height of a segment)	
वालेन्दु क्षेत्र	७९ $\frac{३}{४}$	७	२००	चंद्रमा की कला सदृश क्षेत्र । (साहित्यिक), बोया जाने वाला धान्य आदि ।	
बीज	९० $\frac{३}{४}$	७	२०४	(यहाँ) इसका उपयोग घनात्मक दो पूर्णाङ्कों के अभिधान हेतु होता है जिनके गुणनफल एवं वर्गों की सहायता से भुजाओं के माप को निकालने पर समकोण त्रिभुज संरचित होता है ।	
भाग	४२	१	६	कुण्य (baser) घातुओं का माप	परिशिष्ट ४ की सूची ६ देखिये ।
भागानुबन्ध	११३	३	६१	संयुक्त भिन्न (Fractions in association)	
भागानुवाह	१२६	३	६३	विद्युत भिन्न (Dissociated fractions)	

शब्द	सूत्र	अप्याय	पृष्ठ	स्वीकरण	कन्तुकि
मायाम्नास	१	४	६८	प्रकीर्णक मिश्रों का एक प्रकार।	
भागभाग	१११	१	६	जटिल मिश्र (Complex fraction)।	
भागभाग	११८	१	६६	भाग, प्रमाय, मायभाग, भागानुक्रम, और भागापवाह मिश्र ऋतियों के हो या दो से अधिक प्रकारों के संयोग से संरक्षित।	
माय सम्बन्धी	३	४	६८	प्रकीर्णक मिश्रों की एक ऋति।	
मायहार	१८	२	१२	विभाजन क्रिया।	
मास्य	६१-६४	२	१८	वनसूक्ष्म समूह की रचना करने वाले तीन स्थानों में से बीच का स्थान। जिसमें माग बैठते हैं।	
मास	४४	१	६	कुम्प (basor) पातुओं का माप।	परिशिष्ट ४ की दृष्टी ६ देखिये।
मिश्र कुटीकार	११४	६	१२१	मिश्रीय रूधियों का अन्तर्कारक अनुपाती विवरण।	
मिश्र हरण	३	४	६८	प्रकीर्णक मिश्रों की एक ऋति।	
मसुक	२	४	७२	वृक्ष का नाम।	Bassia Latifolia
मप्यवन	६१	२	११	समानान्तर श्रेणी का मध्य पद।	
मरुंठ (अन्नायाम छेद)	३२	७	१८८	विडिय या मेरी।	
महापर्व	६६	१	८	संकेतना का पीरहनों स्थान।	
महापथ	६६	१	८	संकेतना का लोकहनों स्थान।	
महाबीर	१	१	१	२४वें टीपेकर बर्द्धमान स्वामी।	
महापर्वण	६७	१	८	संकेतना का बीचवों स्थान।	
महाचिन्ता	६८	१	८	संकेतना का बाईंठवों स्थान।	
महाधाम	६८	१	८	संकेतना का पीकीठवों स्थान।	
महाधारी	६७	१	८	संकेतना का अष्टारहवों स्थान।	
मार्ग	६१	८	१६७	छेद (section) वह अनुरेता जिस पर से काट का टुकड़ा आरे से चीर जाया है।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति
मानी	३७	१	५	धान्य सम्बन्धी आयतन माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची ३ देखिये ।
माष	४०	१	५	रजत का भार माप टक (सिक्का) ।	परिशिष्ट ४ की सूची ५ देखिये ।
मिश्रघन	८०-८२	२	२४	सयुक्त या मिला हुआ योग ।	
मुख	५०	७	१९३	चतुर्भुज की ऊपरी भुजा (top-side)	शङ्खाकार और मृदङ्ग आकार वाले क्षेत्रों में भी मुख का उपयोग हुआ है ।
मुरज	३२	७	१८८	मृदंग के समान डिंडिम या भेरी ।	
मुहूर्त	३४	१	५	काल माप	परिशिष्ट ४ की सूची २ देखिये ।
मूल	३६	२	१५	वर्गमूल, प्रकीर्णक भिन्नो को एक जाति	
	३	४	६८		
मूलमिश्र	३	४	६८	जिसमें वर्गमूल अंतर्भूत हो; प्रकीर्णक भिन्नो की एक जाति ।	
मेरु	५	५	८३	जम्बूद्वीप के मध्यभाग में स्थित सुमेरु पर्वत । विशेष विवरण के लिये त्रिलोक प्रज्ञप्ति भाग २ में (४/१८०२-१८११, ४/२८१३, २८२३) देखिये ।	
मृदंग	३२	७	१८८	एक प्रकार की डिंडिम या भेरी ।	
(अन्वायाम छेद)					
यव	२७	१	४	एक प्रकार का धान्य, लम्बाई का माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची १ देखिये ।
	४२	१	६	एक प्रकार का घातु माप ।	
यव कोटि	५३	९	२७०	लंका के पूर्व से ९०° की ओर एक स्थान ।	
योग	४२	४	७५	मन वचन काय के निमित्त से आत्मा के प्रदेशों के चञ्चल होने की क्रिया । तपस्या, ध्यान का अभ्यास	(जैन परिभाषा)
योजन	३१	१	४	लम्बाई का माप	(अन्य मत से) परिशिष्ट ४ की सूची १ देखिये ।
रथरेणु	२६	१	४	पुद्गल कण	
रूप	९७	६	१११	पूर्णांक ।	" "
रोमकापुरी	५३	९	२७०	लंका के पश्चिम से ९०° की ओर एक स्थान ।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	श्लोक	व्याख्यान	व्युत्पत्ति	
अक्षा	५३	१	२००	यह स्थान वहाँ उन्नयन से निकलने वाला अक्षांश (meridian) किन्तु रेखा से मिलता है।	परिमिष्ट ४ की सूची २ देखिये।	
अक्ष	११	१	५	काष्ठ माप।		
अक्ष	१५	१	८	अक्ष, संकेतना का अक्षों स्थान।		
अक्ष	५	१	१२	मन्वन्तक वा दिक्वा (अक्ष)।		
वक्र	२५	४	७२	वक्र का नाम।		Mimusopa Klongl.
वक्र (अन्वयाम केर)	१२	७	१८८	इंद्र का आयुष।		
वक्रपर्वतन वर्गमूक	२	३	१६	मिथों के गुणन में विभक् प्रहासन।		
	३३	२	१५	यह इष्ट राशि विचित्र वर्ग करने से यह इष्ट राशि उत्पन्न होती है विचित्र वर्गमूक निकालना इष्ट होता है।		
वर्ग	११९	३	१३५	(साहित्यिक) रंग, इष्ट स्वर्ग १६ वर्ग का मन्वन्तक इष्ट स्वर्ग की इष्टता के अक्ष का अन्वयान वर्ग द्वारा होता है।		
वर्षमान वर्षिका वर्षिका कुहीकार वाह विचित्र कुहीकार	१	५	८१	श्रीशैलमें तीर्थकर।		परिमिष्ट ४ की सूची १ देखिये।
	११५	३	११५	अज्ञात अक्षरसंख्या पर आधारित अनुपाती विवरण।		
	३८	१	५	बाल्य उन्नयनी अक्षरतन माप।		
	२१३	३	१४५	अनुपाती विभाजन उन्नयित विचित्र एवं मनोरञ्जक प्रश्नावलि।		
वितरित	३	१	४	अन्वय का माप।		
विद्याधर नगर	१२	८	२३७	यहाँ आयुष्कार नगर का प्रयोक्तव्य मापन पद्धति है।		
विषम कुहीकार	१३४	३	१२३	विशेष राशियों का अन्वयकार अनुपाती (विच कुहीकार)।		
विषम वक्र	५	७	१८१	सामान्य वक्रवर्ग।		

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति
विषम सक्रमण	२	६	९१	कोई भी दत्त दो राशियों के माजक और भजनफल द्वारा प्ररूपित दो राशियों के योग एव अतर की अर्द्ध राशियों सम्बन्धी क्रिया ।	
वृषभ	८३ ^३	६	१०८	प्रथम तीर्थंकर का नाम ।	
व्यवहारागुल	२७	१	१	लम्बाई का माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची १ देखिये ।
वृत्कलित	१०६	२	३२	समानान्तर श्रेढि की समस्त श्रेढि में से श्रेढि का अंश घटाने की क्रिया ।	
गृह्य	६७	१	८	संकेतना का उन्नीसवा स्थान ।	
शत	६३	१	८	सौ, सैकड़ा ।	
शत कोटि	६५	१	८	सौ करोड़ ।	
शाक	६४	८	२६७	वृक्ष का नाम (Teak tree) ।	
शान्ति	८४ ^३	६	१०८	शान्तिनाथ तीर्थङ्कर ।	
शेष	३	४	६८	आरम्भ से श्रेढि के अंश को निकाल देने पर शेष बचनेवाले पद ।	
शेषनाड्य	१० ^३	९	२७१	अपराह्न में बीतनेवाला दिनांश ।	
शेषमूल	३	४	६८	प्रकीर्णक भिन्नो की एक जाति ।	
शोध	५३-५४	२	१८-१९	घनमूल समूह के तीन अंकों में से एक ।	
श्रावक	६६	२	२२	जैनधर्म का पालन करने वाला गृहस्थ ।	
श्रीपर्णा	६७	८	२६८	वृक्ष का नाम ।	
श्रङ्गाटक	३० ^३	८	७५	त्रिसुजाकार स्तूप ।	
षोडशिका	३६	१	५	धान्य सम्बन्धी आयतन माप ।	
सकल कुट्टीकार	१३६ ^३	६	१२८	अनुपाती वितरण जिसमें भिन्न अत-रुत नहीं होते ।	परिशिष्ट ४ की सूची ३ देखिये ।
सङ्क्रमण	२	६	९१	दो राशियों के योग एव अन्तर की अर्द्ध राशियों सम्बन्धी क्रिया ।	
सङ्कलित	६१	२	२०	श्रेढि का योग निकालने की क्रिया ।	
सङ्क्रान्ति	१७	५	८५	सूर्य का एक राशि से दूसरी राशि में प्रवेश करने का मार्ग ।	

Premna
Spinosa.

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अनुक्ति
सत्तर	४३	१	६	कुप्य (baser) भातुओं का मारमाप ।	परिधि ४ की सूत्री ९ देखिये ।
समन्वयुरम	११-२६	७	२१३	बर्गाकार आकृति ।	
सम त्रिभुज	५	७	१८१	बह त्रिभुज जिसकी एक भुजाएँ समान हों ।	
समय	३२	१	४	काश्माप । एक परमाणु का दूसरे परमाणु के स्वतिक्रम करने में बिठना कास अता है, उसे समय कहते हैं ।	परिधि ४ की सूत्री २ देखिये ।
समवृत्त	६	७	१८१	वृत्त (Circle) ।	
सरा	२६	४	७२	वृक्ष का नाम	Pinus Longifolia
सर्ष	६७	८	२६८	वृक्ष का नाम (शक वृक्ष के समान) ।	
सर्षपन	६६-६४	२	२१	समान्तर श्रेढि का योग ।	
सराफी	६३	४	८	वृक्ष का नाम ।	Boswellias Thurifera
सहस्र	६१	१	८	हजार ।	
सारस	१६	४	७४	एक प्रकार का पक्षी ।	
सार संग्रह	२२	१	३	(साहित्यिक) किसी विषय के सिद्धान्तों का संक्षिप्त प्रतिपादन । (बहों) गणित प्रथम का नाम ।	
साक	२४	४	७२	वृक्ष का नाम ।	Shorea Ro- busta, or Valeria Ro- busta.
सिद्ध	१	६	११	पाठिका और अभाषिका कर्मों का नाश कर अक्षरों आदि को प्राप्त मुक्त आया ।	
सिद्धपुरी	५५		२७	कहू के प्रतिप्रवरण ।	
सुमति	७	४	७	पाँचवें तीर्थहार का नाम ।	
सुवर्णकुशीकर	१६९	६	११५	सर्ष लम्बन्वी प्रफ्नी में प्रयुक्त अनु- पाठी विवरण ।	
सुवर्ण	८३३	६	१८	तीर्थव तीर्थहार का नाम ।	
सुवर्णक	२	७	१८१	शेनकक अथवा बनकक का छद्म माप ।	परिधि ४ की सूत्री ९ देखिये ।
स्तोक	१३	१	५	काश्माप ।	

शब्द	सूत्र	अध्याय	पृष्ठ	स्पष्टीकरण	अभ्युक्ति
स्यादवाद	८	१	२	“कथंचित्” का पर्यायवाची शब्द । (पाठ टिप्पणी भी देखिये) ।	
स्वर्ण	९६	२	३०	सोने का टुक (मिक्का) ।	स्वर्ण भी ।
हस्त	३०	१	३	लम्बाई का माप ।	परिशिष्ट ४ की सूची १ देखिये ।
हिन्ताल	१२६३	६	१६०	वृक्ष का नाम ।	Phaenix or Elate Paludosa.
क्षित्या	६८	१	८	संयत्तना का इफीसवा स्थान ।	
क्षेपपट	७०	२	२२	समान्तर श्रेढि के दुगुने प्रथम पद एव प्रचय के अंतर की अर्द्धराशि ।	
क्षोणी	६७	१	८	संयत्तना का सत्रहवा स्थान ।	
क्षोभ	६८	१	८	संयत्तना का तेईसवा स्थान ।	

नोट—उपर्युक्त सारणी में सूत्र अध्याय एव पृष्ठ के प्रारम्भ के कुछ स्तम्भ भूल से रिक्त रह गये हैं । उन्हें क्रमानुसार नीचे दिया जा रहा है—

- अगर—९।३।३७। अग्र—६२ ।
 अङ्ग—४५।८।७५। अङ्गुल—२७।१।४।
 अणु—४। अध्वान—१७७। अन्त्यधन—६३।२।२१।
 अन्तरावलम्बक—१८० $\frac{३}{४}$ । ७।२३६।
 अन्तश्चक्रवाल वृत्त—६७ $\frac{३}{४}$ । ७।१९७।
 अपर—२७२। अमोघवर्ष—३।१।८।
 अम्लवेतस—६७।८।२६८। अयन—३५।१।२।
 अरिष्टनेमि—८४ $\frac{३}{४}$ । ६।१०८। अर्जुन—६७।८।२६८।
 अर्जुद—६५।१।८। अवनति—२७७।
 अवलम्ब—१९२। अव्यक्त—१२२।३।६२।
 अशोक—२४।४।७२। असित—६७।८। २६८।
 आढक—३६।१।५ आदि—६४।२।२१।
 आदिधन—२१। आदि मिश्रधन—२४।
 आवाधा—४९।७।१९२। आयतवृत्त—१८१।
 आयाम—९।७।१८४। आवलि—३२।१।४।
 इच्छा—२।५।८३। इन्द्रनील—२२०।६।१४७।
 इभदन्ताकार—८० $\frac{३}{४}$ । ७।२००। उच्छवास—३३।१।५।

- उत्तर घन—१२। उत्तर मिमघन—२४।
 उत्पन्न—१४। ३। ३। ७। उत्सेप—१९८। ३। ७। २४१।
 उन्नत वृत्त—१८१। उभय निषेप—१८९।
 कर्तु—१५। १। ५। एक—३। ३। १। ८। भौष्य-भौष्यक—२५१।
 मद्य—४। २। १। ६। अंशमूळ—३। ७। ५। ८। अंशवर्ग—३। ७। ५। ८।
 कर्म—३। ४। ३। ९। कर्मकवृत्त—१८१। कर्म—१९४।
 कर्म—३। १। १। ७। कर्मनिका—२५१। कर्म—४। १। १। १।
 कर्म—४। २। १। ६। कर्म घर्म—१। ३। ३। ६।
 कार्यापक—१। १। ५। ८। ४। किम्बु—३। ३। ८। २। ६। ७।
 कुम्भ—५। ३। ३। २। कुम्भकार—१०८।
 कुम्भ-कुम्भ—३। ३। १। ५। कुम्भ—२। ३। ४। ७। २।
 कुम्भ—३। ८। १। १। १। कुम्भक—२। ६। ४। ७। २।
 केवकी—१। २। ३। १। ९। कोटि—३। ४। १। ८।
 कोटिका—४। ५। १। ३। ४। कोष—३। १। १। ४।
 कृति—१। ३। ३। ३। ८। कृत्वाक—५। ५। ८। ४।
 कर्म—६। ६। १। १। १। कर्म—३। ७। १। ५।
 कर्म—३। १। २। १। २। मर्मक—३। ९। १। ५।
 गवनाक—२७१।
 गुह्य—३। ९। १। ५। गुह्य—१८१।
 गुह्यकार—२। ३। ३। ३। गुह्यघन—२८।
 गुह्य लक्षित—९। ४। २। २। ९।
 घन—४। ३। १। २। ६।
 घनमूळ—५। ३। २। १। ८।
 घटी—३। ३। १। १।

परिशिष्ट-५

डॉ० हीरालाल जैन ने जव सन् १९२३-२४ मे कारजा के जैन भण्डारों की ग्रन्थसूची तैयार की थी तभी से उन्हें वहाँ की गणितसार संग्रह की प्राचीन प्रतियों की जानकारी थी। प्रस्तुत ग्रन्थ के पुनः सम्पादन का विचार उत्पन्न होते ही उन्होंने उन प्रतियों को प्राप्त कर उनके पाठान्तर लेने का प्रयत्न किया। इस कार्य में उन्हें उनके प्रिय शिष्य व वर्तमान मे पाली प्राकृत के प्राध्यापक श्री जगदीश किल्लेदार से बहुत सहायता मिली। उक्त प्रतियों का जो परिचय तथा उनमें से उपलब्ध टिप्पण यहाँ प्रस्तुत किये जा रहे हैं वे उक्त प्रयास का ही फल है। अतः सम्पादक उक्त सजनों के बहुत अनुग्रहीत हैं।

कारंजा जैन भण्डार की प्रतियों का परिचय

क्रमांक-अ० नं० ६३

- (१) (मुख पृष्ठ पर) छत्तीसी गणितग्रंथ (१)—(पुष्पिका मे) सारसंग्रह गणितशास्त्र ।
- (२) पत्र ४९—प्रति पत्र ११ पंक्तियों—आकार ११."७५ X ५"
- (३) प्रथम व्यवहार पत्र १५, द्वितीय २२ (१), द्वितीय ३२, तृतीय ३७, चतुर्थ ४२
- (४) प्रारभ—॥ ८० ॥ ॐ नमः सिद्धेभ्यः ॥ अलध्य त्रिजगत्सार ३०
- (५) अन्तिम—(पत्र ४२) इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ त्रिराशिको नाम चतुर्थो व्यवहारः समाप्तः ॥

श्रीवीतरागाय नमः ॥ छ ॥ छत्तीसमेतेन सकल ८ भिन्न ८ भिन्नजाति ६ प्रकीर्णक १० त्रैराशिक ४ इंचा ३६ नू छत्तीसमे बुदु वीराचार्यरू पेलहगणितवनु माधवचंद्रत्रैविद्याचार्यरू शोषिसिदरागि शोध्य सारसंग्रहमेनिषिकोबुदु ॥ वर्गसंकलिता-नयनसूत्रं ॥

- (६) अन्तिम—(पत्र ४९) घनं ३५ अकसंहष्टिः छ ॥ इति छत्तीसीगणितग्रंथसमाप्तः ॥ छ ॥ छ ॥ श्रीः ॥ शुभं भूयात् सर्वेषा ॥ ॥ : सवत् १७०२ वर्षे माग शिर वदी ४ बुधे संवत् १७०२ वर्षे माह शुदि ३ शुक्ले श्रीमूलसधे सरस्वतीगळे बलात्कारगणे श्रीकुंदकुंदा-चार्यान्वये भ० श्रीसकलकीतिदेवास्तदन्वये भ० श्रीवादिभूषण तत्पट्टे भ० श्रीरामकीर्ति-स्तत्पट्टे भ० श्रीपद्मनंदीविराजमाने आचार्यश्रीनरेंद्रकीर्तिस्तच्छिष्य ब्र० श्रीलाड्यका तच्छिष्य ब्र० कामराजस्तच्छिष्य ब्र० लालजि ताम्या श्रीरायदेशे श्रीभीलोडानगरे श्रीचद्रप्रभचैत्यालये दोसी कुंहा भार्या पदमा तयोः सुतौ दोसी केचर भार्या लाछा द्वितीय सुत दोसी वीरभाण भार्या जितादे ताम्या स्वज्ञानावर्णिकर्मक्षयार्थं निजद्रव्येण लिखाप्य छत्तीसीगणितशास्त्र दत्तं श्रीरस्तु ॥

- (७) प्राप्तस्थान—बलात्कारगणमदिर, कारजा, अ० न० ६३
- (८) स्थिति उत्कृष्ट, अक्षर स्पष्ट,
- (९) विशेषता—पृष्ठमात्रा, टिप्पण—(समास मे)

नोट—ऐसा प्रतीत होता है मानो यह माधवचन्द्र त्रैविद्यदेव का विभिन्न ग्रंथ हो—

१. वर्ग संकलितानयनसूत्रं । २९६-९७ ।
२. घनसंकलितानयनसूत्रं । ३०१-८२ ।
३. एकवारादिसंकलितधनानयनसूत्रं ।
४. सर्वधनानयने सूत्रद्वय ।
५. उत्तरोत्तरचयभवसंकलितधनानयनसूत्रं ।
६. उभयान्तादागत पुरुषद्वयसयोगानयनसूत्रं ।
७. वणिक्करस्थितधनानयनसूत्रं ।
८. समुद्रमध्ये—१-२-३ ।
९. छेदोशशेषजातौ करणसूत्र ।
१०. करणसूत्रत्रयम् ।
११. गुणगुण्यमिश्रे सति गुणगुण्यनयनसूत्रं ।
१२. बाहुकरणानयनसूत्रं ।
१३. व्यासाद्यानयनसूत्र ।

इति सारसंग्रहे गणितशास्त्रे महावीराचार्यस्य कृतौ वर्गसंकलितादिव्यवहारः पंचमः समाप्तः ।

प्रति क्रमांक—अ० नं० ६२

- (१) उत्तरछत्तीसी टीका ।
- (२) पत्र १९, प्रति पत्र १३ पंक्तियों, आकार ११" × ४" ७/१६ ।
- (३) आरंभ—ॐ नमः सिद्धेभ्यः ॥ सिद्धेभ्यो निष्ठितार्थेभ्यो इ० ।
- (४) अन्तिम — घनः २९२७७१५५८४ ॥ छ ॥

इति श्रीउत्तरछत्तीसी टीका समाप्ता ॥

* आचार्य श्रीकल्याणकीर्तिस्तच्छिष्य मुनि श्रीत्रिभुवनचंद्रेणोद गणितशास्त्रं लिखितं ॥

उजलो पाषाण सुतारी गज १ समचोरस मण ४८ पालेवो पाषाण गज १ मण ६० षारो पाषाण गज १ मण ४० ।

- (५) प्राप्तिस्थान —अ० नं० ६२ ।
- (६) स्थिति उत्तम, अक्षर स्पष्ट ।
- (७) क्वचित् टिप्पण ।

प्रति क्रमांक—अ० नं० ६६

- (२) पत्र १५, प्रतिपत्र १४ पंक्तियों, आकार ११" ५ × ५"
- (३) * ब्रह्म जसवताख्येन स्वपरपठनार्थं स्वहस्तेन लिखितं ।
- (५) अ० नं० ६६ ।

प्रति क्रमांक—अ० नं० ६०

- (२) पत्र २०; प्रतिपत्र ११ पंक्तियों, आकार १२" × ५" ५/१६ ।
- (५) अ० नं० ६० ।

प्रति क्रमांक—अ० नं० ६१

(०) पत्र १८ प्रतिपत्र १४ पक्षिणो आकार १ " ५ × ६ "

() अ० नं० ६१ ।

गणितसारसंग्रह

प्रतिक्रमांक ६३ = अ, प्र० क्र० ६५ = ब, प्र० क्र० ६४ = स

अर्थबोधक टिप्पण

श्लोक १-१ अखण्डम्—अ मिष्यादक्षिणि । ब मिष्यादक्षिणिः खण्डयमित्यर्थे । स आतापासागम्भम् अतश्चम्भमस्ति । स निवृत्तसारम्—निवृत्तवस्तुवत्तन्वतावारक्तवाच श्लोकप्रकृताम्, विग्रहप्रकाराध्यमित्यर्थे । अ अनन्तशून्यम् अनन्तज्ञान-दर्शन-शुद्ध-वीर्यवृद्धयम् । स तस्मै महावीर्यवर्धमानस्वामिने । स विनेन्द्राय—एकदेशेन क्रमाद्यतीन् वन्तीति विना अर्धवत्सम्भ्रम्यन्वत्तवस्तेषामिन्द्रस्वामी, तस्मै नमः । अ तामिने—सर्वापदेशकत्वेन मन्त्राभावात् ।

श्लोक १-२ अ वि [धि]नेन्द्रेण—धिनी देवता देवां ते धैनाम्, तेषामिन्द्रः, तेन । पठे—विनेन्द्रस्वार्थं सम्बन्धी धैनेन्द्रः तेन वा । विन एव धैनाः, ए एव इन्द्रः प्रथानो वन संस्वाहनप्रदीपे च, तेन । स धैनेन्द्रेण—विनप्रदीपेन । स सप्त्याहानप्रदीपेन—गणितशास्त्रमोक्षिणा । स महाविषा—बहुमकारेण । स सखम्—पञ्चम्यसमुदाहरणम् । अ तम्—महावीर्यम्, पठे सप्त्याहानप्रदीपम् ।

श्लोक १-३ स प्रीक्षिता—तपिता । स प्राणितस्वीयः विनेयजनस्य संघाताः । अ निरीक्षिता—निर्गता ईतया अतिहृष्ट्यनाहृष्टिभूयक-शस्त्र-शुक्र-स्वपङ्क-परपङ्कसंघातः ब्रह्मात् अतो निरीक्षिता । अ निरवग्रहः—निर्गतोऽवग्रहः शत्रुः यस्मात् यत्र वा सः, अथा—बर्बादिघातारहितः । स भीमता—सक्ती मत्ता । अ अमोघवर्षेण—तच्छब्दवृष्ट्या, पठे सत्यस्वरूपपदेशवृष्ट्या । स सप्तसंज्ञमोपदेशामुत्तवृष्ट्या । अ श्वेदहितैषिणा—स्वयं हृष्टं श्वेदम्, तत्र तद्विषं च श्वेदहितम् तद्विष्यतीति श्वेदहितैषी तेन । अ रवरय इहाः श्वेदाः, तान् प्रति हितम् इच्छतीति श्वेदहितैषी तेन । स श्वेदहितमिच्छता ।

श्लोक १-४ अ पितृहृष्टिहृष्टिर्गुणी [वि]—शुद्धप्राणाग्नी । स मरुमहात् भावम्—मरुत्स्वरुपम् । अ ईयुः—गण्यन्ति यः । अ ते—आगम्यसिद्धाः कथम-श्लोकारिद्यतवाः । अ अन्वप्यकोपाः [पः]—तच्छब्दकोपाः इत्यर्थः ।

श्लोक १-५ स बघीकुर्वन्—स्वाधीन विद्वध् । स नात्रुवद्यः—अन्याधीनो न भवति । स पटे—एकप्रवृत्तारिणिः । अभिमृतः—अ परभूतः । स तिरस्कृतः । स प्रभुः—बगदात्पञ्चः । स अपूर्वमकरपञ्चः—अभिनवमीनपञ्चनः ।

श्लोक १-६ अ विक्रम-श्रमाश्रान्त-बद्धीचक्र-कृतक्रियः—विक्रमक्रमेण पराक्रमतत्त्वा आक्रान्ताः तेषु त चक्रिकस्य तेषां चक्र तमुहाः, एतं कृतक्रिया तेषां यस्मात् तेषां तेषां । पठे चक्रं तैनास्ति तेषां तेषां तेषां, तस्य पूर्ववत् । अ पट्टिचक्रमञ्जनः—तन्तारचक्रमञ्जनः, पठे—परचक्रमञ्जनः । अ अज्ञता—परामर्शेन ।

श्लोक १-७ अ विद्यानगणितज्ञान—विद्या द्वांश्याद्यन्तव्याः पठे—द्वातहतिकम्पन्वत्तवस्ता एव नयः ताभ्याम् अविद्यनम् आभया यः त । स सर्वांशवज्रोदिशः—सर्वांशेव वज्रोदिशः वरः तः । अ रत्नधर्मः—रत्नानि लभ्यः र्धनादीनि पठे—स्वाधीनि गर्भे तेषु वरः तः [मरुताः] । अ रत्नानि लभ्यः र्धनादीनि पठे—इरावधादीनि गर्भे तेषु यस्मात् तेषां तेषां । अ यथाव्यातकारिभ्य [वः] बध्नि—व्यातिकारिभ्य [वः] बध्निः, पठे—यथाव्यातं प्रहृष्टैर्यथाद्यम् तथायारिभ्य [वः] अन्ववर्धं च ।

श्लोक १-८ स देवस्य—स दिनस्य । न्न शासनम् अनेकान्तरूपं वर्धताम् ।

श्लोक १-९ स लौकिके—वृद्धिचपनद्वारादी । अ वैदिके—आगमे । स सामाधिके—प्रतिक्रमगाथो ।

अ यः—यः कश्चित् व्यापारः प्रवृत्तिः तत्र सर्वत्र संन्याय गणितम् उपयुज्यते उपयोगी भवति ।

श्लोक १-१० अ अर्थदास्ये—जीवादिफपदार्थे ।

श्लोक १-११ अ प्रस्तुतम्—कथितम् । अ पुरा—पूर्वम् ।

श्लोक १-१२ अ ग्रहचारेषु—संक्रमणेषु । अ सूर्यादिसंक्रमणेषु । स ग्रहणे—चन्द्र-सूर्योपरागे ।

अ ग्रहसयुती—ग्रहयुते । अ धिप्रन्ने—प्रयः प्रभाः नष्ट-मृष्टि-चिन्तारूपाः यत्र तत् धिप्रश्नम्, होराशास्त्र-मित्यर्थः, तस्मिन् । स अथवा प्रयो पातु-मूल-जायैविषयाः प्रश्नाः यत्र तत् धिप्रश्नम् । प्रश्नव्याकरणाय सद्भानकेवलशनहोरादिशास्त्रम् । स चन्द्रवृत्तौ—चन्द्रचारे । अ omits बुध्यन्ते (श्लोक १४) ।

अ omits—यात्राद्याः । (श्लोक १५) ।

श्लोक १-१३ अ परिधिपः—परिधियः ।

श्लोक १-१४ अ उत्करा—समूहाः । अ बुध्यन्ते—ज्ञान्ते ।

श्लोक १-१५ अ तत्र—श्रेणीबद्धादिषु जीवानाम् । अ संस्थानम्—समचतुरस्रादि । अ अष्ट-

गुणादयः—अग्निमादयः । अ यात्राद्याः—गतिः । अ सहिताद्याश्च—संधिप्रतिष्ठाग्रन्थो वा ।

श्लोक १-१७ अ गुरुपर्वत—गुरुपरिपाटीम्यः ।

श्लोक १-२०—अ कलासवर्णसंस्कृतलुटत्पाटीनसकुले—कीदृश्विधे सारसंग्रहवारिधौ । कलासवर्णाः भिन्नप्रत्युपज्ञादयः ते एव लुटत्पाटीनास्तेषां सफटे संकोचस्थाने ।

श्लोक १-२१ अ प्रकीर्णक—अ तृतीयव्यवहारः । अ महाग्राहे—मत्स्यविशेषः । अ मिश्रक—अ वृद्धिव्यवहारादि ।

श्लोक १-२२ अ क्षेत्रविस्तीर्णपाताले—त्रिभुज-चतुर्भुजादिक्षेत्राणि एव विस्तीर्णपातालानि यत्र स तस्मिन् । अ खाताख्यसिकताकुले—खाताख्यम् एव सिकताः ताभिः आकुले । अ करणस्कन्धसंबन्धच्छाया-वेलाविराजिते—करणस्कन्धेन करणसूत्रसमूहेन संबन्धो यस्याः सा करणस्कन्धसंबन्धा, सा चासौ छाया-गणितं (?) करणस्कन्धसंबन्धच्छाया, सा एव वेला, तथा विराजिता तस्मिन् ।

श्लोक १-२३ अ गुणसपूर्णे.—लघुकरणाद्यष्टगुणसंपूर्णे । करणोपायैः—अ करणानुपयोगोपायैः सूत्रैः ।

श्लोक १-२४ अ यत्—यस्मात् सर्वशास्त्रे । संशया—अ परिभाषया ।

श्लोक १-२५—अ परमाणुः । परमाणुस्वरूपम्—अणवः कार्यलिङ्गाः स्युर्द्विस्पर्शा-परिमण्डलाः । एकवर्ण-रसाः नित्याः स्युरनित्याश्च पर्ययैः ॥ ३४ (?) अप्रदेशिनः इति गोमटसारे । परमाणुपिण्डरहितमिति भावार्थः । कार्यानुमेयाः षट्-पटादिपर्यायास्तेषाम् अणूनाम् अस्तित्वे चिह्नम् । सूक्ष्माः वर्तुलकाराः । कौ द्वौ स्निग्ध-रुक्षयोरन्यतरः शीतोष्णयोरन्यतरः । तथा हि—शीत-रुक्ष, शीत-स्निग्ध, उष्ण-स्निग्ध, उष्ण-रुक्ष एकाएवापेक्षया एकयुग्मं भवति । गुरु-लघु-मृदु-कठिनानां परमाणुष्व-भावात्, तेषां स्क्न्वाश्रितत्वात् ।

अ तैः—परमाणुभिः । सः—अणुः स्यात् । अत्र सोऽणुः क्षेत्रपरिभाषायाम् । अ परमाणुः—यस्तु तीक्ष्णेनापि शस्त्रेण छेत्तुं भेत्तुं मोचयितुं न शक्यते, जलानल्पादिभिर्नाशं नैति एकैकरस-वर्ण-गन्ध-द्विस्पर्शम् । स्निग्ध-रुक्षस्पर्शद्वयमित्युक्तमादिपुराणे । शब्दकारणमशब्दं स्क्न्वान्तरितमादि-मध्यावसानरहितमप्रदेशमिन्द्रियै-रग्राह्यमविभाषि तत् द्रव्यं परमाणु ।

श्लोक १—२६ अ अता—अनुता । तस्मात्—वसरेमुत् । शिरोबहा—(मन्वि) ।

श्लोक १—२७ अ विद्या—विद्यापद्मात्कन्या । सा—स विद्या । अङ्गुलानि—अङ्गुलानि मन्वि
वसरेष्वप्यङ्गुलानि ।

श्लोक १—२८ अ प्रमाणात्—प्रमाणाङ्गुलम् ।

श्लोक १—२९ अ तिर्यग्पादः—पारस्य अङ्गुलानिद्वयपर्यन्त माग तिर्यग्पादः । तिर्यग्पादस्य
वितस्ति । अ तिर्यग्पादः—omits

श्लोक १—३१ अ परिमाणा—अनियमेन नियमकारिणी परिमाणा ।

श्लोक १—३२ अ अणुरन्तरम्—मन्दगतिमाश्रितः तन्, शीघ्रगतिमाश्रितश्चेत् पञ्चदशरज्जुम्
अतिश्रमति । तमका—श्लोकः । अचक्ष्यैः—अपन्नयुक्तसंक्षयैः । अ असक्ष्यैः—omits, छोके—
omits (१)

श्लोक १—३३ अ छोके इति मानम् । तेषाम्—अमानाम् । तापार्थाश्रितता—१८३ ।

श्लोक १—३४ अ पद्या—मयेत् ।

श्लोक १—३५ अ तैः—अङ्गुलिभिः । वसरो वसस्तद ।

श्लोक १—३६ अ तत्र—धान्यमाने । वसस्तः—शोधिका । कुञ्जः—तद्वैद्य श्रिमा पद्मि
शतैश्च श्रीहिमि समे । का संपूर्णे मयेत् सोऽर्ज कुञ्जः परिमाप्यते ॥ छोके पद्या ८ । मस्या—छोके
पाप्मी ८ । अ मस्या—omits,

श्लोक १—३७ अ सेने प्रवर्तिका । ताः आर्वाः [संः] । तस्या प्रवर्तिकायाः ।

श्लोक १—३९ अ वसस्तैः—अङ्गुलकृमि, छोके जाना वसने-वसस्तदम् ।

श्लोक १—४० अ धान्यहयेन—छोके धान्यहयेन अ कुञ्जसहयेन । अत्र—रक्तपरिष्कर्मणि ।

श्लोक १—४१ अ पुराणात्—कर्मान् । कस्ये—रक्त—परिमाणायां मायवदेऽप्यवहारमाश्रित्य ।

श्लोक १—४२ अ कञ्ज—कञ्जैति नाम मयेत् ।

श्लोक १—४३ अ अस्मत्—अङ्गुलात् । तदेरं—सतेरप्यर्ज मानं मवति । अ छोके—अत्र
परिमाणायाम् ।

श्लोक १—४४ अ 'प्रवर्तते' अन्तस्य 'अत्' आदेशो मवति ।

श्लोक १—४५ अ अ वसस्तमरज-कृत्यत्नानाम् ।

श्लोक १—४६ अ अत्र—परिष्कर्मणि ।

श्लोक १—४८ अ विद्यानि—यथा गुणाकारमिच्छा मायाहारमिच्छा कृतिमिच्छा मस्येकमिच्छा इति
पर बोध्यम् ।

अ तस्य—'विद्या कञ्जवर्तस्य' इति वा पाठः ।

श्लोक १—४९ अ इत्तं अङ्गुलेन मछः तन् । अत्रादिः—अन्यस्य मञ्ज-गुण-वर्ग-मूल-मिति ।
बोध्यक्यम्—योग्यताधिक्यमानम् ।

अ अङ्गुलेन तावितो गुणितो एधिः अं अङ्गुलं स्वात् । अ एधिः अङ्गुलेन इत्तं [इत्तं] मछः ।
अङ्गुलेन पुत्रं तावितः । अङ्गुलेन हीनो रहितोऽपि अमिकाटी विष्णुवत् न भवति तद्वत्त्वं एव—
अत्रादिः अ अङ्गुलस्य वयो गुणनं लं अङ्गुलं स्यात् । अत्रादिहयेन मञ्ज-वर्ग-कन-तन्-मूल-मिति सूत्रं ।

श्लोक १— अ य पाठे गुणने । विवरं—महाएषी स्वस्यएधिमाननीवापविहसेषा विवरमित्युच्यते ।

स ऋग्योः—ऋगरूपराशयो । घनयोः—घनरूपराशयो । भजने—भागहारे । फल्म्—गुणित-
फल्म् । तु—पुनः ।—adds चयमकसदृष्टिः ।—adds illustrations to explain rules
on 50 (stanza).

श्लोक १—५१ स योगः—संयोजनम् । शोध्यम्—अपनेयम् ।

श्लोक १—५२— घ मूले—वर्गमूले । स्वर्णे—घनऋणे स्याताम् । Adds two stanzas
after 52. Printed in text at No. 69-70.

लघुकरणोद्घापोद्घानालक्ष्यग्रहणधारणोपायैः ।
व्यक्तिकराङ्कविशिष्टैः गणकोष्ठाभिर्गुणैश्चैः ॥ १ ॥
इति सज्ञा समासेन भाषिता मुनिपुंगवैः ।
विस्तरेणागमाद् वेद्यं वक्तव्यं यदितः परम् ॥ २ ॥

तत्पदम्—ऋगरूपवर्गराशेर्मूलं कथं भवेत् इत्याशङ्क्यायाम् इदमाह—ऋगराशिः निजऋणवर्गो न
भवेत्, किंतु घनरूपेण वर्गो भवेत् । तस्मात् ऋगराशेः सकाशात् मूलं न भवेत्, किंतु घनराशेः सकाशात्
ऋगराशेर्मूलं स्यात् ।

स घनराशेः ऋगराशेश्च वर्गो घनं भवति । Adds illustrations to explain rules
on 52 (stanza).

श्लोक १—५८ अ ऋतुर्जीवो—षड् जीवाः । कुमारवदनम्—कार्तिक [केय] वदनम् । ब
कुमारवदनम्—कार्तिकेयवदनम् ।

श्लोक १—६९ व शीघ्रगुणन-भजनादिलक्षण लघुकरणम् । अनेन प्रकारेण गुणनादौ कृते
सतीप्सितं लब्धं स्यादिति पूर्वमेव परिज्ञानलक्षणः ऊह । इत्य गुणनादौ कृते सतीप्सितं लब्धं न स्यादिति
पूर्वमेव परिज्ञानलक्षणः अपोहः । गुणनादिक्रियाया मन्दभावराहित्यलक्षणमनालक्ष्यम् । कथितार्थलक्षणं
ग्रहणम् । कथितार्थस्य कालान्तरेऽप्यविस्मरणलक्षणा धारणा । सूत्रोक्तगुणनादिकमाधारं कृत्वा स्वबुद्ध्या
प्रकारान्तरगुणनादिविचारलक्षणः उपायः । अकं व्यक्तं स्थापयित्वा गुणनादिकरणलक्षणो व्यक्तिकराकः ।
इत्यष्टभिर्गुणैः गणितज्ञो भवेदिति ज्ञेयः । इति ।

श्लोक २—१ अ (१) येन राशिना गुण्यस्य भागो भवेत् तेन गुण्यं भङ्क्त्वा गुणकारं गुणयित्वा
स्थापनालक्षणो राशिखण्डः । येन राशिना गुणगुणकारस्य भागो भवेत् तेन गुणकारं भङ्क्त्वा गुण्यं गुणयित्वा
स्थापनालक्षणोऽर्धखण्डः । गुण्य-गुणकारो [रौ] अर्धेदयित्वा स्थापनालक्षणः तस्य । इति त्रिप्रकारैः
स्थितगुण्य-गुणकारराशियुगलं क्वाटसंघाणक्रमेण विन्यस्य । (२) राशेरादितः आरभ्यान्तपर्यन्तं गुणनलक्षणेन
अनुलोममार्गेण । (३) राशेरन्ततः आरभ्यादिपर्यन्तं गुणनलक्षणेन विलोममार्गेण च गुण्यराशि गुणकार-
राशिना गुणयेत् । (४) 'गुणयेत् गुणेन गुण्यं क्वाटसंघिक्रमेण संस्थाप्य' इति पाठान्तर—पादद्वयम् ।
(५) गुण्यगुणकारं यथा व १४४ गुण्यं = प्रत्येक पञ्चानि गुणकार इति = ८, २१४

(६) गुणकारं ८ अस्व माग ४, अनेन गुण्यं गुणितं चेत् ४

५	७	९
१/१	१/४	१/२

(७) व = वध [व] वि । (८) वा = वामरथ । (९) प = परमानि । (१) मिनहो एकः वेम्यस्तेष्विकाम् । (११) मन्वः । (१२) कर इति पञ्च बीज । (१३) राक्षिना गुण्यम्भ्यम् उपरिवन मागे स्थाप्यमघः तैवैव गुणकारं गुणयित्वा रथापनाः ।

श्लोक २-७ अ विपनिधि = वधनिधि ।

श्लोक २. अ पुरुषः—बीजो इत्यर्थः ।

श्लोक २-९ अ [कर—] “एकस्यैव सरो द्वेयः सरोऽपि पुत्रयो मतः” इत्यभिधानात् ।

श्लोक २-१० अ वत्-राशिम् ।

श्लोक २-११ अ पञ्चपट्कं च—आदी ७ पञ्चपट्कं ६६६६६ पट्टिक ११११११ इत् मिर्षं क्लिप्तम्—११११११६६६६६० ।

श्लोक २-१५ अ मन्वः—दान्ता प्रकथाम्बोऽयम् ।

श्लोक २-१७ अ हिमांश्रय—हिमांश्रय अग्ने [रमे] वेपां तानि, हिमांश्रयानि च तानि रन्त्रानि च वचनोक्तानि, तैः । क्वचिच्च—कृष्टभूतम् । च एकस्वरूपम्—एकस्वामिधानं मन्वान्तरे ।

श्लोक २-१८ औ उरवानिका—अ परमायमपठिपाठितकरवाजुबोरो प्रह-नक्षत्र-प्रकीर्णक-वाचरि गमनाभिधान करकमित्युच्यते, तस्य सूत्रम्, सूत्रवति संक्षेपेभार्ये सूत्रवति इति सूत्रं वचनोक्तम् ।

श्लोक २-१९ अ प्रतिष्ठेभ्ययेन—विष्ठेभ्यमार्गेण मास्यम्—अंश्रयानां वामतो गतिः, सेन अन्ततः आरम्य मास्यम् । विवाह—अपवर्तनविधि विवाह । तयोः—मास्य-मावहारराशयोः । च उपरिविषतं मास्यराशि अत्र-रिषतेन मागहारानन्तः आरम्यादिपर्यन्तं मन्वण्ययेन प्रतिष्ठेभ्ययेन मन्वेत् । यदि तयोर्मास्य मागहारयोः सदृशापवर्तनविधिः समानराशिना मास्य-मागहारवपवर्तनसङ्गमविधानं संभवति तर्हिर्तं कृत्वा मन्वेत् ।

श्लोक २-२ अ अंश्रो मागः। शुः नरस्य।—मागहारस्य माग (१) द्वौ वा चत्वारो वा तेषु एकमागेन मास्यं मास्येत्, द्वितीयमागेन मास्यं मास्येत्, तृतीयमागेन मास्यं मास्येत्, चतुर्थमागेन मास्यं मास्येत् । अपवर्तनविधिः । एकप्रातमुत्तम्—एकेनाशिकं शतम् एकप्रातम् ।

श्लोक २-२६ अ विदद्यत्तद्वसी—विधिः गुणिता इष्ट विद्य, त्रिंशानां सहस्रानां समाहारो विदद्यत्तद्वसी । हाटकानि—कनकानि ।

श्लोक २-२ अ भातो वर्षे ९४ स्यात् । स्पेष्टेनमुत्तद्वस्य—समानी द्वौ राशी विन्वस्य ८८ स्वहान-मुत् १।१ तयोर्पातः ६ स्पेष्ट २ कृती ४ पुष्टः ४४ वर्गाः स्यात् । सेष्टकृतिः—इष्टकृतिरिति । एकादि—एकादि द्विचक्षेत्रगण्यतां

८
९
१

 पुष्टिः संकर्म रूपेणो [नो] गच्छ इत्यतः प्रचवतादितो मित्रः प्रमयेन पदान्तरतः इति सूत्रेण

९
१

 वर्षो मयेत् ९४ इति धनं ८ ।

श्लोक २-१ अ शिरपानप्रमतीनाम्—पट्टव्याघात् द्विष्ट (६५६) इति शिरपानान्तं वयो ।

• यह हात नहीं होता कि इनका लम्बन्व कित कित श्लोक से है ।

† (दान्ता १)

षड्वर्गः ३६ । पचाशत्तुवर्गः २५०० । द्विशतवर्गः ४०००० । सर्ववर्गसंयोगः ४२५३६ । द्विशत-षट्पंचाषड् [षड्] घातः ११२०० । पंचाशत्-षट्घातः ३०० । तद्विगुण. २२४००।६०० । तेन विमिश्रितः सर्व-वर्गसंयोगः ६५५३६ । तेषाम्—द्विप्रभृतिकल्पितस्थानानाम् । क्रमघातेन—द्विस्थानप्रभृतिराशीनाम् अन्त्यस्थानं शेषस्थानैर्गुणयित्वा, पुनः शेषान्यस्थान शेषस्थानैर्गुणयित्वा, तेन क्रमेण प्रथमस्थानपर्यन्त गुणनलक्षण क्रमघातः । तेन पुनः द्विस्थानप्रभृतीना राशीनाम्, इत्यभिप्रायेण वर्गरचना स्फुटयति ।

४	द्विवर्ग ४ त्रिवर्ग ९ चतुर्वर्ग १६ तत्संयोगः २९ तेषां क्रमघातः द्विकत्रिकमिश्रेण चतुष्कं
३	गुणयेत् २० । द्विकेन त्रिकं गुणयित्वा मिश्रितः सन् २६ । द्विगुणो ५२ । अनेन
२	मिश्रितेन वर्ग. ८१ ।

श्लोक २-३१ अ कृत्वान्यकृतिम्—कृत्वा ७५ अन्त्यकृतिं ४९५ अन्त्य द्विगुणमुत्सार्य

४९५
१४

 शेष

५ पदैर्हन्यात्

४९५
७०

 शेषानुत्सार्य

४९५
७०

 कृत्वा तस्यकृतिं

४९२५
७०

 लब्ध. ५६२५ इति सर्वत्र

७	५
४	९
७	२

कर्तव्यः द्वयंकानां वर्गकोष्ठः । पंचाकानां वर्गकोष्ठरचना

६	५	५	३	६
६	४	३	०	६
६	२	३	६	९

लब्धवर्गाः

४२९४९६७२९६॥ ७० १०

५	२	५	०	३
३				

स अयमर्थ —अन्त्यराशिं वर्गं कृत्वा पुनरन्त्यराशिं द्विगुणं कृत्वा पुरो गमयित्वा शेषस्थानैर्गुणयेत् । शेषस्थानानि पुरो गमयित्वा पूर्वकथितक्रिया कर्तव्या ।

परिशिष्ट-६

[Reprinted from the First Edition]

P R E F A C E

Soon after I was appointed Professor of Sanskrit and Comparative Philology in the Presidency College at Madras, and in that capacity took charge of the office of the Curator of the Government Oriental Manuscripts Library, the late Mr G H Stuart, who was then the Director of Public Instruction, asked me to find out if in the Manuscripts Library in my charge there was any work of value capable of throwing new light on the history of Hindu mathematics, and to publish it, if found, with an English translation and with such notes as were necessary for the elucidation of its contents. Accordingly the mathematical manuscripts in the Library were examined with this object in view and the examination revealed the existence of three incomplete manuscripts of Mahāvīrācārya's *Gaṇita sūtra saṅgraha*. A cursory perusal of these manuscripts made the value of this work evident in relation to the history of Hindu Mathematics. The late Mr G H. Stuart's interest in working out this history was so great that, when the existence of the manuscripts and the historical value of the work were brought to his notice, he at once urged me to try to procure other manuscripts and to do all else that was necessary for its proper publication. He gave me much advice and encouragement in the early stages of my endeavour to publish it, and I can well guess how it would have gladdened his heart to see the work published in the form he desired. It has been to me a source of very keen regret that it did not please Providence to allow him to live long enough to enable me to enhance the value of the publication by means of his continued guidance and advice, and my consolation now is that it is something to have been able to carry out what he with scholarly delight imposed upon me as a duty

Of the three manuscripts found in the library one is written on paper in Grantha characters, and contains the first five chapters of the work with a running commentary in Sanskrit; it has been denoted here by the letter P The remaining two are palm-leaf

manuscripts in Kanarese characters, one of them containing, like P, the first five chapters, and the other the seventh chapter dealing with the geometrical measurement of areas. In both these manuscripts there is to be found, in addition to the Sanskrit text of the original work, a brief statement in the Kanarese language of the figures relating to the various illustrative problems as also of the answers to those same problems. Owing to the common characteristics of these manuscripts and also owing to their not overlapping one another in respect of their contents, it has been thought advisable to look upon them as one manuscript and denote them by K. Another manuscript, denoted by M, belongs to the Government Oriental Library at Mysore, and was received on loan from Mr. A Mahadeva Sastri, B. A., the Curator of that institution. This manuscript is a transcription on paper in Kanarese characters of an original palm-leaf manuscript belonging to a Jaina Pandit, and contains the whole of the work with a short commentary in the Kanarese language by one Vallabha, who claims to be the author of also a Telugu commentary on the same work. Although incorrect in many places, it proved to be of great value on account of its being complete and containing the Kanarese commentary, and my thanks are specially due to Mr. A. Mahadeva Sastri for his leaving it sufficiently long at my disposal. A fifth manuscript, denoted by B, is a transcription on paper in Kanarese characters of a palm-leaf manuscript found in a Jaina monastery at Mudbidri in South Canara, and was obtained through the kind effort of Mr. B. Krishnamacharyar, M A., the Sub-assistant Inspector of Sanskrit Schools in Madras, and Mr. U. B. Venkataramanaiya of Mudbidri. This manuscript also contains the whole work, and gives, like K, in Kanarese a brief statement of the problems and their answers. The endeavour to secure more manuscripts having proved fruitless, the work has had to be brought out with the aid of these five manuscripts, and owing to the technical character of the work and its elliptical and often riddle-like language and the inaccuracy of the manuscripts, the labour involved in bringing it out with the translation and the requisite notes has been heavy and trying. There is, however, the satisfaction that all this labour has been bestowed on a worthy work of considerable historical value.

It is a fortunate circumstance about the *Gaṇita sūtra saṅgraha* that the time when its author Mahāvīrācārya lived may be made out with fair accuracy. In the very first chapter of the work, we have, immediately after the two introductory stanzas of salutation to Jina Mahāvīra, six stanzas describing the greatness of a king, whose name is said to have been Cakrikā bhaṅjana, and who appears to have been commonly known by the title of Amoghavarṣa Nṛpatunga, and in the last of these six stanzas there is a benediction wishing progressive prosperity to the rule of this king. The results of modern Indian epigraphical research show that this king Amoghavarṣa Nṛpatunga reigned from A. D. 814 or 815 to A. D. 877 or 878.* Since it appears probable that the author of the *Gaṇita-sūtra saṅgraha* was in some way attached to the court of this Rāṣṭrakūṭa king Amoghavarṣa Nṛpatunga, we may consider the work to belong to the middle of the ninth century of the Christian era. It is now generally accepted that, among well known early Indian mathematicians Āryabhaṭa lived in the fifth, Varāhamihira in the sixth, Brahmagupta in the seventh and Bhāskarācārya in the twelfth century of the Christian era and chronologically, therefore, Mahāvīrācārya comes between Brahmagupta and Bhāskarācārya. This in itself is a point of historical noteworthiness, and the further fact that the author of the *Gaṇita sūtra saṅgraha* belonged to the Kanarese speaking portion of South India in his days and was a Jaina in religion is calculated to give an additional importance to the historical value of his work. Like the other mathematicians mentioned above, Mahāvīrācārya was not primarily an astronomer, although he knew well and has himself remarked about the usefulness of mathematics for the study of astronomy. The study of mathematics seems to have been popular among Jaina scholars; it forms, in fact, one of their four *Anuśūgāras* or auxiliary sciences indirectly serviceable for the attainment of the salvation of soul-liberation known as mōkṣa.

A comparison of the *Gaṇita sūtra saṅgraha* with the corresponding portions in the *Brahmasphuṭa siddhānta* of Brahmagupta is

Vide *Vilgrud Inscription of the time of Amoghavarṣa* I. A. D. 866 edited by J. F. Fleet, Ph. D. C. I. E. in *Epigraphia Indica* Vol. VI. pp. 93-103.

calculated to lead to the conclusion that, in all probability, Mahāvīrācārya was familiar with the work of Brahmagupta and endeavoured to improve upon it to the extent to which the scope of his *Ganita-sāra-saṅgraha* permitted such improvement. Mahāvīrācārya's classification of arithmetical operations is simpler, his rules are fuller and he gives a large number of examples for illustration and exercise. Prthūdaksvāmin, the well-known commentator on the *Brahmasphuṭa-siddhānta*, could not have been chronologically far removed from Mahāvīrācārya, and the similarity of some of the examples given by the former with some of those of the latter naturally arrests attention. In any case it cannot be wrong to believe, that, at the time, when Mahāvīrācārya wrote his *Ganita-sāra-saṅgraha*, Brahmagupta must have been widely recognized as a writer of authority in the field of Hindu astronomy and mathematics. Whether Bhāskarācārya was at all acquainted with the *Ganita-sāra-saṅgraha* of Mahāvīrācārya, it is not quite easy to say. Since neither Bhāskarācārya nor any of his known commentators seem to quote from him or mention him by name, the natural conclusion appears to be that Bhāskarācārya's *Siddhānta-śrōmaṇi*, including his *Līlāvati* and *Bījaganita*, was intended to be an improvement in the main upon the *Brahmasphuṭa-siddhānta* of Brahmagupta. The fact that Mahāvīrācārya was a Jaina might have prevented Bhāskarācārya from taking note of him, or it may be that the Jaina mathematician's fame had not spread far to the north in the twelfth century of the Christian era. His work, however, seems to have been widely known and appreciated in Southern India. So early as in the course of the eleventh century and perhaps under the stimulating influence of the enlightened rule of Rājarājanarēndra of Rajahmundry, it was translated into Telugu in verse by Pāvulūri Mallana, and some manuscripts of this Telugu translation are now to be found in the Government Oriental Manuscripts Library here at Madras. It appeared to me that to draw suitable attention to the historical value of Mahāvīrācārya's *Ganita-sāra-saṅgraha*, I could not do better than seek the help of Dr. David Eugene Smith of the Columbia University of New York, whose knowledge of the history of mathematics in the West and in the East is known to be wide

and comprehensive, and who on the occasion when he met me in person at Madras showed great interest in the contemplated publication of the *Gaṇita s̄ara sangraha* and thereafter read a paper on that work at the Fourth International Congress of Mathematicians held at Rome in April 1908. Accordingly I requested him to write an introduction to this edition of the *Ganita s̄ara sangraha*, given in brief outline what he considers to be its value in building up the history of Hindu mathematics. My thanks as well as the thanks of all those who may as scholars become interested in this publication are therefore due to him for his kindness in having readily complied with my request, and I feel no doubt that his introduction will be read with great appreciation.

Since the origin of the decimal system of notation and of the conception and symbolic representation of zero are considered to be important questions connected with the history of Hindu mathematics, it is well to point out here that in the *Gaṇita s̄arasangraha* twenty four rotational places are mentioned, commencing with the units place and ending with the place called *mahākṣōbha* and that the value of each succeeding place is taken to be ten times the value of the immediately preceding place. Although certain words forming the names of certain things are utilized in this work to represent various numerical figures, still in the numeration of numbers with the aid of such words the decimal system of notation is almost invariably followed. If we took the words *moon eye fire* and *sky* to represent respectively 1, 2, 3 and 0, as their Sanskrit equivalents are understood in this work, then, for instance, *fire-sky-moon-eye* would denote the number 2103 and *moon-eye sky-fire* would denote 3021, since these nominal numerals denoting numbers are generally repeated in order from the units place upwards. This combination of nominal numerals and the decimal system of notation has been adopted obviously for the sake of securing metrical convenience and avoiding at the same time cumbrous ways of mentioning numerical expressions, and it may well be taken for granted that for the use of such nominal numerals as well as the decimal system of notation Mahāvīrācārya was indebted to his predecessors. The decimal system of notation is

distinctly described by Āryabhata, and there is evidence in his writings to show that he was familiar with nominal numerals. Even in his brief mnemonic method of representing numbers by certain combinations of the consonants and vowels found in the Sanskrit language, the decimal system of notation is taken for granted; and ordinarily 19 notational places are provided for therein. Similarly in Brahmagupta's writings also there is evidence to show that he was acquainted with the use of nominal numerals and the decimal system of notation. Both Āryabhata and Brahmagupta claim that their astronomical works are related to the *Brahma-siddhānta*; and in a work of this name, which is said to form a part of what is called Śākalya-samhitā and of which a manuscript copy is to be found in the Government Oriental Manuscripts Library here, numbers are expressed mainly by nominal numerals used in accordance with the decimal system of notation. It is not of course meant to convey that this work is necessarily the same as what was known to Āryabhata and Brahmagupta; and the fact of its using nominal numerals and the decimal system of notation is mentioned here for nothing more than what it may be worth.

It is generally recognized that the origin of the conception of zero is primarily due to the invention and practical utilization of a system of notation wherein the several numerical figures used have place-values apart from what is called their intrinsic value. In writing out a number according to such a system of notation, any notational place may be left empty when no figure with an intrinsic value is wanted there. It is probable that owing to this very reason the Sanskrit word *sūnya*, meaning 'empty', came to denote the zero, and when it is borne in mind that the English word 'cipher' is derived from an Arabic word having the same meaning as the Sanskrit *sūnya*, we may safely arrive at the conclusion that in this country the conception of the zero came naturally in the wake of the decimal system of notation: and so early as in the fifth century of the Christian era, Āryabhata is known to have been fully aware of this valuable mathematical conception. And in regard to the question of a symbol to represent this conception, it is well worth bearing in mind that operations with the zero cannot be

carried on—not to say cannot be even thought of easily—without a symbol of some sort to represent it. Mahāvīrācārya gives, in the very first chapter of his *Gaṇita sūtra saṅgraha* the results of the operations of addition, subtraction multiplication and division carried on in relation to the zero quantity, and although he is wrong in saying that a quantity, when divided by zero, remains unaltered, and should have said, like Bhāskarācārya, that the quotient in such a case is infinity, still the very mention of operations in relation to zero is enough to show that Mahāvīrācārya must have been aware of some symbolic representation of the zero quantity. Since Brahmagupta, who must have lived at least 160 years before Mahāvīrācārya, mentions in his work the results of operations in relation to the zero quantity, it is not unreasonable to suppose that before his time the zero must have had a symbol to represent it in written calculations. That even Āryabhaṭa knew such a symbol is not at all improbable. It is worthy of note in this connection that in enumerating the nominal numerals in the first chapter of his work, Mahāvīrācārya mentions the names denoting the nine figures from 1 to 9 and then gives in the end the names denoting zero, calling all the ten by the name of *samkhyā*: and from this fact also, the inference may well be drawn that the zero had a symbol, and that it was well known that with the aid of the ten digits and the decimal system of notation numerical quantities of all values may be definitely and accurately expressed. What this known zero-symbol was, is, however, a different question.

The labour and attention bestowed upon the study and translation and annotation of the *Gaṇita sūtra saṅgraha* have made it clear to me that I was justified in thinking that its publication might prove useful in elucidating the condition of mathematical studies as they flourished in South India among the Jains in the ninth century of the Christian era and it has been to me a source of no small satisfaction to feel that in bringing out this work in this form, I have not wasted my time and thought on an unprofitable undertaking. The value of the work is undoubtedly more historical than mathematical. But it cannot be denied that the step by step construction of the history of Hindu culture is a worthy endeavour.

and that even the most insignificant labourer in the field of such an endeavour deserves to be looked upon as a useful worker. Although the editing of the *Gaṇita-sāra-saṅgraha* has been to me a labour of love and duty, it has often been felt to be heavy and taxing, and I, therefore, consider that I am specially bound to acknowledge with gratitude the help which I have received in relation to it. In the early stage, when conning and collating and interpreting the manuscripts was the chief work to be done, Mr. M. B. Varadaraja Aiyangar, B. A, B L., who is an Advocate of the Chief Court at Bangalore, co-operated with me and gave me an amount of aid for which I now offer him my thanks. Mr K. Krishnaswami Aiyangar, B. A, of the Madras Christian College, has also rendered considerable assistance in this manner; and to him also I offer my thanks. Latterly I have had to consult on a few occasions Mr. P V Seshu Aiyar, B A, L. T., Professor of Mathematical Physics in the Presidency College here, in trying to explain the rationale of some of the rules given in the work, and I am much obliged to him for his ready willingness in allowing me thus to take advantage of his expert knowledge of mathematics. My thanks are, I have to say in conclusion, very particularly due to Mr P. Varadacharya, B A, Librarian of the Government Oriental Manuscripts Library at Madras, but for whose zealous and steady co-operation with me throughout and careful and continued attention to details, it would indeed have been much harder for me to bring out this edition of the *Gaṇit-sāra-saṅgraha*

February 1912,
Madras

}

M. RANGACHARYA.

INTRODUCTION

BY

DAVID EUGENE SMITH

PROFESSOR OF MATHEMATICS IN TEACHERS' COLLEGE,
COLUMBIA UNIVERSITY, NEW YORK.

We have so long been accustomed to think of Pataliputra on the Ganges and of Ujjain over towards the Western Coast of India as the ancient habitats of Hindu mathematics, that we experience a kind of surprise at the idea that other centres equally important existed among the multitude of cities of that great empire. In the same way we have known for a century, chiefly through the labours of such scholars as Colebrooke and Taylor, the works of Āryabhaṭa, Brahmagupta, and Bhāskara, and have come to feel that to these men alone are due the noteworthy contributions to be found in native Hindu mathematics. Of course a little reflection shows this conclusion to be an incorrect one. Other great schools, particularly of astronomy, did exist, and other scholars taught and wrote and added their quota, small or large, to make up the sum total. It has, however, been a little discouraging that native scholars under the English supremacy have done so little to bring to light the ancient mathematical material known to exist and to make it known to the Western world. This neglect has not certainly been owing to the absence of material, for Sanskrit mathematical manuscripts are known, as are also Persian, Arabic, Chinese, and Japanese, and many of these are well worth translating from the historical standpoint. It has rather been owing to the fact that it is hard to find a man with the requisite scholarship, who can afford to give his time to what is necessarily a labour of love.

It is a pleasure to know that such a man has at last appeared and that, thanks to his profound scholarship and great perseverance

We are now receiving new light upon the subject of Oriental mathematics, as known in another part of India and at a time about midway between that of Āryabhata and Bhāskara, and two centuries later than Brahmagupta. The learned scholar, Professor M. Rangācārya of Madras, some years ago became interested in the work of Mahāvīrācārya, and has now completed its translation, thus making the mathematical world his perpetual debtor, and I esteem it a high honour to be requested to write an introduction to so noteworthy a work.

Mahāvīrācārya appears to have lived in the court of an old Rāstrakūta monarch, who ruled probably over much of what is now the kingdom of Mysore and other Kanarese tracts, and whose name is given as Amōghavarṣa Nrpatunga. He is known to have ascended the throne in the first half of the ninth century A. D., so that we may roughly fix the date of the treatise in question as about 850.

The work itself consists, as will be seen, of nine chapters like the *Biṣa-gaṇita* of Bhāskara, it has one more chapter than the *Kuttaka* of Brahmagupta. There is, however, no significance in this number, for the chapters are not at all parallel, although certain of the topics of Brahmagupta's *Ganita* and Bhāskara's *Līlāvati* are included in the *Ganita-Sūra-Sangraha*.

In considering the work, the reader naturally repeats to himself the great questions that are so often raised.—How much of this Hindu treatment is original? What evidences are there here of Greek influence? What relation was there between the great mathematical centres of India? What is the distinctive feature, if any, of the Hindu algebraic theory?

Such questions are not new. Davis and Strachey, Colebrooke and Taylor, all raised similar ones a century ago, and they are by no means satisfactorily answered even yet. Nevertheless, we are making good progress towards their satisfactory solution in the not too distant future. The past century has seen several Chinese and Japanese mathematical works made more or less familiar to the West, and the more important Arab treatises are now quite satisfactorily known. Various editions of Bhāskara have appeared in India, and in general the great treatises of the Orient

have begun to be subjected to critical study. It would be strange, therefore, if we were not in a position to weigh up, with more certainty than before, the claims of the Hindu algebra. Certainly the persevering work of Professor Rangācārya has made this more possible than ever before.

As to the relation between the East and the West, we should now be in a position to say rather definitely that there is no evidence of any considerable influence of Greek algebra upon that of India. The two subjects were radically different. It is true that Diophantus lived about two centuries before the first Āryabhaṭa, that the paths of trade were open from the West to the East, and that the itinerant scholar undoubtedly carried learning from place to place. But the spirit of Diophantus, showing itself in a dawning symbolism and in a peculiar type of equation, is not seen at all in the works of the East. None of his problems, not a trace of his symbolism, and not a bit of his phraseology appear in the works of any Indian writer on algebra. On the contrary, the Hindu works have a style and a range of topics peculiarly their own. Their problems lack the cold, clear, geometric precision of the West, they are clothed in that poetic language which distinguishes the East, and they relate to subjects that find no place in the scientific books of the Greeks. With perhaps the single exception of Metrodorus, it is only when we come to the puzzle problems doubtfully attributed to Alcuin that we find anything in the West which resembles, even in a slight degree, the work of Alcuin's Indian contemporary, the author of this treatise.

It therefore seems only fair to say that, although some knowledge of the scientific work of any one nation would, even in those remote times, naturally have been carried to other peoples by some wandering savant, we have nothing in the writings of the Hindu algebraists to show any direct influence of the West upon their problems or their theories.

When we come to the question of the relation between the different sections of the East however, we meet with more difficulty. What were the relations for example, between the school of Pāṭaliputra, where Āryabhaṭa wrote and that of Ujjain where both Brahmagupta and Bhāskara lived and taught? And what was the relation of each

of these to the school down in South India, which produced this notable treatise of Mahāvīrācārya? And, a still more interesting question is, what can we say of the influence exerted on China by Hindu scholars, or *vice versa*? When we find one set of early inscriptions, those at Nānā Ghāt, using the first three Chinese numerals, and another of about the same period using the later forms of Mesopotamia, we feel that both China and the West may have influenced Hindu science. When, on the other hand, we consider the problems of the great trio of Chinese algebraists of the thirteenth century, Ch'in Chiushang, Li Yeh, and Chu Shih-chieh, we feel that Hindu algebra must have had no small influence upon the North of Asia, although it must be said that in point of theory the Chinese of that period naturally surpassed the earlier writers of India.

The answer to the questions as to the relation between the schools of India cannot yet be easily given. At first it would seem a simple matter to compare the treatises of the three or four great algebraists and to note the similarities and differences. When this is done, however, the result seems to be that the works of Brahmagupta, Mahāvīrācārya, and Bhāskara may be described as similar in spirit but entirely different in detail. For example, all of these writers treat of the areas of polygons, but Mahāvīrācārya is the only one to make any point of those that are re-entrant. All of them touch upon the area of a segment of a circle, but all give different rules. The so called *janya* operation (page 209) is akin to work found in Brahmagupta, and yet none of the problems is the same. The shadow problems, primitive cases of trigonometry and gnomonics, suggest a similarity among these three great writers, and yet those of Mahāvīrācārya are much better than the one to be found in either Brahmagupta or Bhāskara, and no questions are duplicated.

In the way of similarity, both Brahmagupta and Mahāvīrācārya give the formula for the area of a quadrilateral,

$$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

—but neither one observes that it holds only for a cyclic figure. A few problems also show some similarity such as that of the broken tree, the one about the anchorites, and the

common one relating to the lotus in the pond, but these prove only that all writers recognized certain stock problems in the East, as we generally do to-day in the West. But as already stated, the similarity is in general that of spirit rather than of detail, and there is no evidence of any close following of one writer by another.

When it comes to geometry there is naturally more evidence of Western influence. India seems never to have independently developed anything that was specially worthy in this science. Brahmagupta and Mahāvīrācārya both use the same incorrect rules for the area of a triangle and quadrilateral that is found in the Egyptian treatise of Ahmes. So while they seem to have been influenced by Western learning, this learning as it reached India could have been only the simplest. These rules had long since been shown by Greek scholars to be incorrect, and it seems not unlikely that a primitive geometry of Mesopotamia reached out both to Egypt and to India with the result of perpetuating these errors. It has to be borne in mind, however, that Mahāvīrācārya gives correct rules also for the area of a triangle as well as of a quadrilateral without indicating that the quadrilateral has to be cyclic. As to the ratio of the circumference to the diameter, both Brahmagupta and Mahāvīrācārya used the old Semitic value 3, both giving also $\sqrt{10}$ as a closer approximation, and neither one was aware of the works of Archimedes or of Heron. That Āryabhaṭa gave 3.1416 as the value of this ratio is well known, although it seems doubtful how far he used it himself. On the whole the geometry of India seems rather Babylonian than Greek. This, at any rate is the inference that one would draw from the works of the writers thus far known.

As to the relations between the Indian and the Chinese algebra, it is too early to speak with much certainty. In the matter of problems there is a similarity in spirit, but we have not yet enough translations from the Chinese to trace any close resemblance. In each case the questions proposed are radically different from those found commonly in the West, and we must conclude that the algebraic taste, the purpose, and the method were all distinct in the

two great divisions of the world as then known. Rather than assert that the Oriental algebra was influenced by the Occidental we should say that the reverse was the case. Bagdad, subjected to the influence of both the East and the West, transmitted more to Europe than it did to India. Leonardo Fibonacci, for example, shows much more of the Oriental influence than Bhāskara, who was practically his contemporary, shows of the Occidental.

Professor Rangācārya has, therefore, by his great contribution to the history of mathematics confirmed the view already taking rather concrete form, that India developed an algebra of her own; that this algebra was set forth by several writers all imbued with the same spirit, but all reasonably independent of one another; that India influenced Europe in the matter of algebra, more than it was influenced in return; that there was no native geometry really worthy of the name; that trigonometry was practically non-existent save as imported from the Greek astronomers, and that whatever of geometry was developed came probably from Mesopotamia rather than from Greece. His labours have revealed to the world a writer almost unknown to European scholars, and a work that is in many respects the most scholarly of any to be found in Indian mathematical literature. They have given us further evidence of the fact that Oriental mathematics lacks the cold logic, the consecutive arrangement, and the abstract character of Greek mathematics, but that it possesses a richness of imagination, an interest in problem-setting, and poetry, all of which are lacking in the treatises of the West, although abounding in the works of China and Japan. If, now, his labours shall lead others to bring to light and set forth more and more of the classics of the East, and in particular those of early and mediæval China, the world will be to a still larger extent his debtor.



प्रस्तावना की अनुक्रमणिका

- अंकगणित—3, 4, 6, 7, 10, 15
 अंक-घोषित—4.
 अमन्त राशिबो का गणित—9
 अनुकूल कलन—(Integral Calculus) 4, 5
 अनुबोध सूत्र—7
 अपरिमेय—(Irrational) 4.
 अमोक्षवर्ष—1, 10.
 अर्थगणित—(Arithmetica) 4, 18
 अर्धसंदर्भ—9, 20
 अक्षीय गणित—9
 अस्पष्टता—(Comparability) 26, 34.
 अविभाज्यो की रीति—(Method of indivisibles) 4.
 अलगाव—(Paradoxes) 4, 26
 अहिण—12, 13, 14, 17, 30.
 अमिह—(Ahmes) 3.
 अर्थगणित—4, 5
 अर्धमत्—7
 हटकी—2, 4.
 अर्धवैदिकी—(Hydrostatics) 5 (र्धवैदिकी)—5
 कर्म सिद्धान्त—16, 17
 कापरमिह—5
 काल्पनिक राशि—(Imaginary quantity) 11
 कुलक—(Spiral) 5
 कुफु—(Khufu) 13, 14, 16, 17
 केंद्र, बार्क—9, 15, 16
 कृत विचरि रीति—(Rule of false position) 3
 कश्चित्कारसंह—1, 9, 16
 कश्चित् विवेक—(Mathematical Analysis) 2, 3, 4, 10.
 दीक—4, 5 7, (सूत्रो)—7 14, 15
 दोमन्तकार दीक—34.
 कश्चित् (कश्चित्कम)—16, 23
 कश्चित्—11 15 20

- चलन कलन—(Differential calculus) 5.
 चीन—21, 30, 31, 32, 33, 34.
 ज़िनो (Zeno) 4, 26, 27, 28, 29. (तर्क)—27, 28.
 ज्योतिर्विज्ञान—3, 6.
 ज्योतिष—8, 14, 15, 16, 18, 22, 25, (पटल) 12, (वेदांग)—6, 7.
 टॉलेमी—18, 30.
 टोडरमल—20, 26, 34.
 टाओफ़ैटस—5, 11, 18.
 डेडीकॉन्ड—4.
 तीर्थंकर—12, (वर्द्धमान महावीर) 13, 14, 18, 19, 20, 23, 29, 30, 32, 34.
 तिलोयपण्णत्ती—17, 19, 21, 26, 30, 34, (त्रिभुजप्रकृति)—7, 15.
 त्रिभुज—2, 3, 4, 5, 11, 20, 22.
 त्रिकोणमिति—(Trigonometry)—7, 8.
 थेलीज—4, 13, 18, 21, 22.
 दशमलवपद्धति—(Decimal system) 2, 3, 7, (दशमिक) 18, 19, 20.
 निरक्षोषण विधि—(Method of exhaustion) 4.
 नेब्युकडनेज़र—20.
 नेमिचन्द्रार्थ—15.
 परमाणु—(Indivisible ultimate particle) 26, 27, 28, 29, 32.
 परिधि व्यास अनुपात (π)—2, 3, 15.
 पेप्पस—5
 पिथेगोरस—3, 4, 5, 12, 13, 16, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 34.
 पिरेमिड—(स्तूप)—3, 4, 16, 17.
 पेपायरस (मास्को)—4, 15, (रिन्ड)—3
 प्रदेश (Point)—26, 28, 29.
 फलनीयता—(Functionality) 2.
 बीजगणित—(Algebra) 3, 6, 7, 10, 11, 12, 18, 20.
 बेबिलन—2, 3, 12, 15, 17, 20, 21, 22, 30.
 ब्रह्मगुप्त—8, 10, 11, 12.
 ब्राह्मण साहित्य—6.
 ब्राह्मी—6
 भारत—5, 12, 13, 15, 19, 20, 26, 30, 32, 33.
 भास्कर—9.
 महावीराचार्य—1, 9, 10, 11, 12, 16
 माया गणना—7.
 मिस्त्र—3, 4, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 22, 23.

- मोदेनघोसदो—०
 युनियन—४, ५
 युद्धो—४
 युक्त—१२, १३, १६, १७, १८, १९, २१, २२, ३१, ३४
 रज्जु—(Rope) ३, ५, १५, १६.
 रूपक संख्याएँ—(Figurate numbers) ४.
 रश्मि विज्ञान—(Set theory) १३, २०
 रैखामण्डित—(Geometry) ४, ६.
 रज्जाकी (मोडपथ)—७, ११.
 शीरसेनाचार्य—९, १५, १६, २१, २३.
 शीरुष्य मण्डित—(Conics) २, ४, ५
 शून्य—७, १०, १८, ३४.
 शतसंज्ञाम—९, १८, १९, २४, २६
 शतशत—(Sexagesimal) २, १८, १९, २०, २१.
 क्षण—(Instant) २६, २८, २९
 समीकरण—(Equation) २, ५, ६, १०, ११, २०.
 लघुपा (फल)—९, (अर्थ) (Logarithm)—१९
 लक्ष्मी—२७
 लुपे—२, ५, १८.
 स्थान मान (Place value)—३, ७, (अर्थ)—१०, १८, १९, २०.
 स्फिंक्स—(Sphinx) १३, १४
 द्विपारक—५
 द्विपैरि—१४, १६.



शुद्धि-पत्र

प्रस्तावना	पृष्ठ	पंक्ति	अशुद्ध	शुद्ध
	1	९	बेबीलोनिया	बेबिलन
	2	११	बेबीलोन	"
	2	१७	"	"
	3	४	"	"
	3	८	"	"
	3	१५	पेपीरियो	पेपायरियो
	3	२१	पेपिरस	पेपायरस
	4	३	"	"
	4	११	आर्किमिडीज़	आर्किमीडीज़
	4	१६	पैथेगोरस	पिथेगोरस
	4	१७	"	"
	4	२२	"	"
	4	२३	"	"
	5	१	"	"
	5	३	आर्किमिडीज़	आर्किमीडीज़
	5	८	अतिपरवलय	अतिपरवलयज
	5	१५	आर्किमिडीज़	आर्किमीडीज़
	5	१६	हिपरकस	हिपारकस
	5	२५	डायोफेडस	डायोफेडस
	5	२८	मैरथान	मैराथान
	5	३०	बेबीलोन	बेबिलन
	8	१६	Peleian	Pellian
	9	२३	सम्	सन्
	11	१	बख्खाली	बख्खाली
	15	३३	Health	Heath
	22	२२	Pythagorus	Pythagoras
	24	८	"	"
	24	२९	"	"
	25	५	"	"
	२5	१३	"	"
	25	२०	"	"
	26	११	"	"
	26	१५	"	"

	पृष्ठ	पंक्ति	व्युत्पद्य	सुत्र
	31	३४	Civilization	Civilisation
प्रथ	३	भाषा १४	कथेन्	कथेन्
	३	भाषा २३	गुणै	गुणै
	४	भाषा २७	कीडा	कीडा
	५	भाषा ३३	सक्या तावति	सक्यातावति
	५	भाषा ३३	इक	इक
	६	भाषा ४४	पञ्चसतहसम्	पञ्चसतहसम्
	७	भाषा ५४	पुण्यसुप्ये	पुण्यसुप्ये
	८	भाषा ७	संज्ञा	संज्ञा
	१७	२२	निम्नलिखित	निम्नलिखित
	११८	६	मूळमूल	मूळमूल
१८१	१४	विषय की छत्र प्रकार	छत्रों विषय	
१९२	९	आवावा	आवावा	
२००	१	अधोरेखिका	—	
२ ५	१	मिथक	शेषगमित	
२२१	८	आदि से	आदि सेकर गणनानीय	
२६८	१३	इन्द्रको	इन्द्रक	
परिधि	११	४	Adhak	Adhaka
	११	६	Adhvān	Adhvāna
	११	१५	Adidhan	Adidhana
	११	२७	Amōghvaras	Amōghavaras
	१२	१२	Tirthnkar	Tirthankara
	१३	१८	Bhāgāpāyāha	Bhāgāpāyāha
	१३	१९	मागसवर्ग	मागसवर्ग
	१४	१	Ororo	ororo
	१५	३४	by	bo
	१५	३	Tirthankara	Tirthankara
	१५	३४	Tirthankara	Tirthankara
	१	२१	प्रपूर्विका	प्रपूर्विका
	३८	१	परिधि-१	परिधि-१ अ
	३९	११	Forminalia	Terminalia
	३९	३	संज्ञित	संज्ञित



JĪVARĀJA JAINA GRANTHAMĀLĀ

1. *Tiloyapannatti* of Yativr̥sabha (Part I, Chapters 1-4) : An Ancient Prākṛit Text dealing with Jaina Cosmography, Dogmatics etc Prākṛit Text authentically edited for the first time with various Readings, Preface & Hindī Paraphrase of Pt. BALACHANDRA by Drs. A. N. UPADHYE and H. L. JAIN. Published by Jaina Samskr̥ti Samraksaka Samgha, Sholapur (India) Double Crown pp. 6-38-532. Sholapur, 1943. Price Rs. 12 00 Second Edition, Sholapur, 1956. Price Rs 16·00
1. *Tiloyapannatti* of Yativr̥sabha (Part II, Chapters 5-9). As above, with Introductions in English and Hindī, with an alphabetical Index of Gāthās, with other Indices (of Names of works mentioned, of Geographical Terms, of proper Names, of Technical Terms, of Differences in Tradition, of Karanasūtras and of Technical Terms compared) and Tables (of Nāraka-jīva, Bhavana-vāsī Deva, Kulakaras, Bhāvana Indras, Six Kulaparvatas, Seven Ksetras, Twentyfour Tirthankaras, Age of the śalākāpurṣas, Twelve Cakravartins, Nine Nārāyanas, Nine Pratisātrus, Nine Baladevas, Eleven Rudras, Twentyeight Nakṣatras, Eleven Kalpātīta, Twelve Indras, Twelve Kalpas and Twenty Prarūpanās) Double Crown pp. 6-14-108-529 to 1032, Sholapur, 1951. Price Rs. 16·00.
2. *Yaśastilaka and Indian Culture*, or Somadeva's Yaśastilaka and Aspects of Jainism and Indian Thought and Culture in the Tenth Century, by Professor K K HANDIQUI, Vice Chancellor, Gauhati University, Assam, with Four Appendices, Index of Geographical Names and General Index Published by J. S. S Sangha, Sholapur Double Crown pp. 8-540. Sholapur, 1949 Price Rs. 16·00.
3. *Pāṇḍavapurānam* of śubhacandra : A Sanskrit Text dealing with the Pāṇḍava Tale Authentically edited with various Readings, Hindī Paraphrase, Introduction in Hindī etc. by Pt. JINADAS. Published by J. S S Sangha, Sholapur Double Crown pp. 4-40-8-520. Sholapur, 1954. Price Rs. 12 00.

- 4 *Prākṛta-śabdānuśāsanam* of Trivikrama with his own commentary : Critically Edited with Various Readings, an Introduction and Seven Appendices (1 Trivikrama's Sūtras; 2. Alphabetical Index of the Sūtras; 3 Metrical Version of the Sūtrapāṭha- 4 Index of Apabhramṣa Stanzas, 5 Index of Deśya words; 6 Index of Dhātvādesas, Sanskrit to Prākṛit and vice versa- 7 Bharata's Verses on Prākṛit) by Dr P. L. VAIDYA, Director, Mithilā Institute, Darbhanga. Published by the J S S Sangha, Sholapur Demy pp. 44-478 Sholapur, 1954 Price Rs 10'00
- 5 *Siddhānta sārāsamgraha* of Narendrasena : A Sanskrit Text dealing with Seven Tattvas of Jainism. Authentically Edited for the first time with various Readings and Hindi Translation by Pt. JIMDAS P PHADKULE. Published by the J S S Sangha, Sholapur Double Crown pp about 300 Sholapur 1957 Price Rs 10 00
- 6 *Jainism in South India and Some Jain Epigraphs* A learned and well documented Dissertation on the career of Jainism in the South, especially in the areas in which Kannada, Tamil and Telugu Languages are spoken by P B DESAI, M. A., Assistant Superintendent for Epigraphy Ootacamund Some Kannada Inscriptions from the areas of the former Hyderabad State and round about are edited here for the first time both in Roman and Devanāgarī characters, along with their critical study in English and Sūtrānuvāda in Hindi. Equipped with a List of Inscriptions edited, a General Index and a number of illustrations. Published by the J S S Sangha, Sholapur Sholapur 1957 Double Crown pp 16-150 Price Rs. 16 00
- 7 *Jambūdvīpapañcatti Saṃgaho* of Padmanandī : A Prākṛit Text dealing with Jaina Geography Authentically edited for the first time by Drs A N UPADHYE and H. L. JAINA, with the Hindi Anuvāda of Pt BALACHANDRA. The Introduction institutes a careful study of the Text and its allied works. There is an Essay in Hindi on the Mathematics of the Tiloyapañcatti by Prof L. O JAIN M. Sc. Jabalpur Equipped with an Index of GĒthās of Geographical Terms and of Technical Terms, and with additional Variants of Amers Ms. Published by the J S S Sangha Sholapur Double Crown pp about 500 Sholapur 1957

8. *Bhattānaka-sampradāya* : A History of the Bhattānaka Pīṭhas especially of Western India, Gujarat, Rajasthan and Madhya Pradesh, based on Epigraphical, Literary and Traditional sources, extensively reproduced and suitably interpreted, by Prof. V. JORHAPURKAR, M. A., Nagpur. Demy pp. 14 + 24 + 326, Sholapur, 1958. Price Rs. 8/-.
9. *Prābhrtādīsamgraha* This is a presentation of topic-wise discussions compiled from the works of Kundakunda, the Samayasāra being fully given. Edited with Introduction and Translation in Hindi by Pt Kailashchandra Shastri, Varanasi. Published by the J. S. S. Sangha, Sholapur, Demy pp. 10-106-10-288. Sholapur 1960. Price Rs. 6'0.
10. *Pañcaviṁśati* of Padmanandī (c. 1136 A. D.). This is a collection of 26 prakaranas (24 in Sanskrit and 2 in Prākṛit), small and big, dealing with various religious topics : religious, spiritual, ethical, didactic, hymnal and ritualistic. The text, along with an anonymous commentary, critically edited by Dr. A. N. Upadhye and Dr. H. L. Jain with the Hindi Anuvāda of Pt. Balachandra Shastri. The edition is equipped with a detailed Introduction shedding light on the various aspects of the work and personality of the author both in English and Hindi. There are useful Indices. Printed in the N. S. Press, Bombay. Double crown pp. 8-64-284 Sholapur, 1962. Price Rs. 10/-.
11. *Atamānuśāsana* of Gunabhadra (middle of the 9th century A. D.). This is a religio-didactic anthology in elegant Sanskrit verses composed by Gunabhadra, the pupil of Jinasena, the teacher of Rāstrakūta Amoghavarṣa. The Text critically edited along with the Sanskrit commentary of Prabhācandra and a new Hindi Anuvāda by Dr. A. N. Upadhye, Dr. H. L. Jain and Pt. Balachandra Shastri. The edition is equipped with Introductions in English and Hindi and some useful Indices Demy pp. 8-112-260, Sholapur, 1962 Price Rs 5/-
- 12 *Gaṇitasāra Samgraha* of Mahāvīracārya (c.9th century A. D.) This is an important treatise in Sanskrit on early Indian mathematics composed in an elegant style with a practical

- approach Edited with Hindi Translation by Prof. L. O Jain, M. Sc., Jabalpur Double Crown pp. 17 + 34 + 282 + 82, Sholapur, 1963 Price Rs. 12/-
- 13 *Lokavibhāga* of Simhasūri A Sanskrit digest of a missing ancient Prakrit text dealing with Jaina Cosmography Edited for the first time with Hindi Translation by Pt. Balachandra Shastri. Double Crown pp. 8-52-256, Sholapur 1963 Price Rs. 10/-
- 14 *Pratyakṣava kathākośa* of Rāmachandra It is a collection of religious stories in simple and popular Sanskrit. The text authentically edited by Dr. A. N. Upadhye and Dr. H. L. Jain with the Hindi Anuvāda of Pt. Balachandra Shastri (To be out soon).
- 15 *Jainism in Rājasthān*: This is a dissertation on Jainas and Jainism in Rajasthan and round about area from early times to the present day, based on epigraphical, literary and traditional sources by Dr. Kailashchandra Jain, Ajmer (To be out soon)
- 16 *Viśvatattva-prakāśa* of Bhāvasena (14th century A. D.): It is a treatise on Nyāya. Edited with Hindi Summary and Introduction in which is given an authentic Review of Jaina Nyāya literature by Dr. V. P. Jharpurkar, Nagpur (To be out soon)

Works in preparation

Subhāṣita-saṁdoha, Dharma-par kṣā, Jñānārṇava, Kathākośa of Śrīcandra, Dharmaratnākara, etc

For copies write to :

Jaina Sanskrit Samrakṣaka Sangha,
Santosh Bhavan, Phaltan Galli,
Sholapur (C. Rly) : India



